



BLAISE PASCAL
PT 2020-2021

Programme des colles semaine 3 : du 14 au 18 septembre

Mécanique des fluides et des solides

Questions de cours

1.1 - Établir la relation de la statique des fluides dans le seul champ de pesanteur, en admettant que le champ de pression ne dépend que de la coordonnée verticale z .

La démonstration attendue utilise un bilan 1d sur une tranche mésoscopique de fluide.

1.2 - Montrer que la résultante des forces de pression sur une particule fluide est équivalente à une force de densité volumique $-\text{grad} P$.

Cette démonstration est théoriquement hors programme, de même que la forme générale de la relation de la statique des fluides. Dans le contexte d'un écrit de la banque PT, la question pourrait éventuellement être posée mais elle serait alors guidée. Je demande néanmoins aux étudiants de l'apprendre pour travailler les développements limités et les dérivées partielles.

1.3 - En partant de la relation de la statique des fluides, exprimer le champ de pression dans le modèle de l'atmosphère isotherme.

2.1 - Pour un écoulement dont le champ de vitesse est donné (en coordonnées cartésiennes), représenter le profil de vitesse sur une section droite de l'écoulement et déterminer si l'écoulement est compressible, puis tourbillonnaire.

Le but principal est de vérifier que les expressions de div et $\vec{\text{rot}}$ sont connues.

R1.2 - Établir l'expression de la vitesse et de l'accélération en coordonnées polaires, d'abord dans le cas particulier d'un mouvement circulaire, puis dans le cas général.

Ne pas oublier que $r = \text{cte} \implies \dot{r} = 0$ et $\ddot{r} = 0$ pour un mouvement circulaire.

R1.3 - Rappeler **puis ensuite** démontrer l'expression de l'accélération dans le cas particulier d'un mouvement circulaire uniforme et la commenter.

On montre que $\vec{a} = -\frac{v^2}{R}\vec{e}_r$... et il faut le retenir!

- ▷ Bien que le mouvement soit uniforme, l'accélération n'est pas nulle!!! En effet, le vecteur vitesse n'est pas constant, seule sa norme l'est.
- ▷ Elle est centripète, c'est-à-dire dirigée vers le centre de la trajectoire, ce qui est logique car l'accélération est toujours dirigée vers l'intérieur de la courbure de la trajectoire).

R1.4 - Établir l'équation de la trajectoire d'un point matériel en chute libre par application du PFD.

R1.5 - Établir l'équation du mouvement d'un pendule simple par application du PFD en coordonnées polaires (**la méthode est imposée**).

R1.6 - Établir l'équation du mouvement d'un oscillateur harmonique masse-ressort en exploitant la conservation de l'énergie mécanique (**la méthode énergétique est imposée**). La résoudre pour des conditions initiales $x(0) = X_0$ et $v(0) = V_0$.

Méthode : Le système est la masse, on choisit le repère tel que la longueur du ressort soit x . Son énergie mécanique s'écrit

$$E_m = \frac{1}{2}m\dot{x}^2 + \frac{1}{2}k(x - \ell_0)^2.$$

La masse n'est soumise qu'à des forces conservatives ou des forces qui ne travaillent pas, son énergie mécanique est donc constante. On en déduit

$$\frac{dE_m}{dt} = m\dot{x}\ddot{x} + k(x - \ell_0)\dot{x} = 0,$$

ce qui permet de retrouver l'équation du mouvement en simplifiant par \dot{x} .

Pour trouver les constantes d'intégration, il est plus simple de raisonner sur la solution en $\cos + \sin$. Après calculs, on trouve

$$x(t) = \ell_0 + (X_0 - \ell_0) \cos(\omega_0 t) + \frac{V_0}{\omega} \sin(\omega_0 t).$$

R1.8 - On lance à la verticale un projectile de masse m avec une vitesse v_0 . Quelle hauteur maximale va-t-il atteindre avant de retomber ?

Méthode : comme on cherche la hauteur « maximale », on néglige les frottements si bien que l'énergie mécanique du projectile se conserve. Ainsi,

$$E_m \underset{CI}{=} \frac{1}{2} m v_0^2 + 0 \underset{max}{=} 0 + mgh \quad \text{d'où} \quad h = \frac{v_0^2}{2g}.$$

R1.9 - Établir l'équation du mouvement du pendule pesant par application du théorème du moment cinétique et/ou par conservation de l'énergie mécanique.

Ne pas confondre pendule pesant (solide de moment d'inertie J dont le centre de masse se trouve à une distance d de l'axe de rotation) et pendule simple (point matériel attaché à un fil idéal de longueur ℓ).

Au programme des exercices

Chapitre 1 : Statique des fluides

Extrait du programme officiel : partie 1 « Thermodynamique et mécanique des fluides », bloc 1 « Éléments de statique des fluides dans un référentiel galiléen ».

Le bloc 1 introduit sur le support concret de la statique des fluides le principe du découpage d'un domaine physique (volume, surface) en éléments infinitésimaux et la sommation d'une grandeur extensive (force) pour ce découpage.

Notions et contenus	Capacités exigibles
Forces surfaciques, forces volumiques. Champ de pression.	Distinguer les forces de pression des forces de pesanteur.
Statique dans le champ de pesanteur uniforme : relation $dp/dz = -\mu g$.	Exprimer l'évolution de la pression avec l'altitude dans le cas d'un fluide incompressible et dans le cas de l'atmosphère isotherme dans le modèle du gaz parfait. Comparer les variations de pression dans le cas de l'océan et de l'atmosphère.
Résultante de forces de pression.	Exprimer une surface élémentaire dans un système de coordonnées adaptées. Utiliser les symétries pour déterminer la direction d'une résultante de forces de pression. Exprimer une résultante de forces de pression.

En **gras**, les points devant faire l'objet d'une approche expérimentale.

Chapitre 2 : Description des écoulements

Extrait du programme officiel : partie 1 « Thermodynamique et mécanique des fluides », bloc 4 « Description d'un fluide en écoulement stationnaire dans une conduite ».

Le bloc 4 introduit le point de vue eulérien pour l'étude des écoulements. Il s'agit de décrire simplement un écoulement en identifiant des tubes de courant sur lesquels des bilans pourront ensuite être effectués. On pourra faire le lien avec la signification physique des opérateurs rotationnel et divergence introduits dans le cours d'électromagnétisme.

Notions et contenus	Capacités exigibles
Grandeurs eulériennes. Régime stationnaire.	Décrire localement les propriétés thermodynamiques et mécaniques d'un fluide à l'aide des grandeurs intensives pertinentes.

Notions et contenus	Capacités exigibles
Lignes et tubes de courant.	Associer le caractère a priori divergent ou rotationnel d'un écoulement à une carte de champ de vitesse fournie.
Débit massique.	Exprimer le débit massique en fonction de la vitesse d'écoulement. Exploiter la conservation du débit massique.
Débit volumique.	Justifier l'intérêt d'utiliser le débit volumique pour l'étude d'un fluide de volume massique constant et uniforme en écoulement.
Systèmes à plusieurs entrées et sorties.	Exprimer la conservation du débit massique.
Écoulements laminaires.	Approche documentaire : Relier la nature de l'écoulement à la valeur du nombre de Reynolds. Distinguer, sur un document, un écoulement laminaire d'un autre type d'écoulement.

En **gras**, les points devant faire l'objet d'une approche expérimentale.

Extrait du programme officiel : partie 1 « Thermodynamique et mécanique des fluides », bloc 5 « Énergétique des fluides en écoulement laminaire stationnaire dans une conduite ».

Notions et contenus	Capacités exigibles
Fluides parfaits.	Caractériser un fluide parfait par un profil de vitesse uniforme dans une même section droite.
Fluides newtoniens : notion de viscosité.	Citer des ordres de grandeur de viscosité dynamique de gaz et de liquides (dans le cadre des machines hydrauliques et thermiques, des lubrifiants, etc.). Relier l'expression de la force surfacique de cisaillement au profil de vitesse. Exploiter les conditions aux limites du champ de vitesse d'un fluide dans une conduite. Lier qualitativement l'irréversibilité d'un écoulement à la viscosité.

En **gras**, les points devant faire l'objet d'une approche expérimentale.

Révisions : Lois de la mécanique

Tout le programme de PTSI concernant la cinématique en cartésiennes et en polaires, le PFD, les approches énergétiques, et le théorème du moment cinétique. Les étudiants doivent parfaitement maîtriser les exemples fondamentaux : chute libre, oscillateur masse-ressort, pendule simple.

🚫🚫🚫 **Attention !** Les chapitres purement d'application (particules chargées, gravitation) ne sont pas au programme cette semaine.

Et après ?

- ▷ Chapitre 3 : Bilans d'énergie des écoulements en conduite ;
- ▷ Chapitre 4 : Systèmes linéaires ;
- ▷ Révisions de cinétique chimique.