

# Machines synchrones et à courant continu, thermochimie

## Question de cours

Considérons une machine synchrone diphasée. On modélise les deux phases par deux spires rectangulaires orthogonales indiquant la direction des pôles, mais la réalisation technologique des phases est plus complexes si bien que le champ créé dans l'entrefer par une phase statorique s'écrit

$$\vec{B}_{\text{ph}}(\theta, t) = k i_{\text{ph}}(t) \cos \theta \vec{u}_r$$

Justifier l'existence d'un champ glissant statorique lorsque les deux phases sont alimentées en quadrature.

Le rotor est placé dans ce champ et son mouvement est paramétré par sa position angulaire  $\theta_{\text{rot}}$ . Il y subit un couple

$$\Gamma = K I_{\text{stat}} I_{\text{rot}} \sin(\omega t - \theta_r)$$

En déduire que le rotor ne peut tourner qu'à la vitesse angulaire  $\omega$ . Comment nomme-t-on cette condition ?

## Éléments de correction de l'exercice 0 :

Phases alimentées en RSF de pulsation  $\omega$  ( $I$  courant efficace), mais  $\theta$  est aussi tourné de  $\pi/2$ , du coup

$$\vec{B}_{\text{stat}} = k I \sqrt{2} [\cos(\omega t) \cos(\theta) + \sin(\omega t) \sin \theta] \vec{u}_r = k I \sqrt{2} \cos(\omega t - \theta) \vec{u}_r.$$

## Exercice 1 : Moteur de levage

Un moteur à courant continu à excitation indépendante est utilisé pour lever des charges. Ce moteur est défini par ses valeurs nominales de courant  $I_N = 80 \text{ A}$ , tension  $U_N = 220 \text{ V}$  et vitesse de rotation  $\Omega_N = 1200 \text{ tr/min}$ .

On modélise son circuit d'induit par une résistance interne  $R$  et une f.c.é.m. induite  $E$ , et on néglige dans un premier temps toutes les autres pertes que l'effet Joule. On fixe au rotor de la MCC un support cylindrique de rayon  $r = 20 \text{ cm}$  autour duquel peut s'enrouler un filin. Une pièce de masse  $m = 10 \text{ kg}$  à soulever est attachée à l'extrémité du filin. on note  $J = 2 \text{ kg} \cdot \text{s}^{-2}$  le moment d'inertie de l'ensemble rotor, arbre et cylindre.

1 - Un essai rotor bloqué a donné une valeur du courant d'induit  $I_b = 60 \text{ A}$  pour une tension  $U_b = 30 \text{ V}$ . Déterminer la valeur de la résistance interne  $R$  de la machine.

2 - Déterminer la constante électromagnétique  $\Phi_0$  de la machine.

3 - Exprimer la force exercée par le filin sur la masse à soulever.

On s'intéresse dans un premier temps au régime permanent.

4 - Quel est le couple que la MCC doit exercer pour soulever la masse à vitesse constante  $v = 5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  ? En déduire le courant d'alimentation nécessaire, puis la tension aux bornes de la machine.

On ne suppose plus la machine idéale, mais soumise à un couple de frottement proportionnel à la vitesse de rotation,  $\Gamma_{\text{fr}} = -\lambda \Omega$ . On s'intéresse au démarrage de la machine lorsqu'elle soulève la masse.

5 - Établir l'équation différentielle vérifiée par la vitesse de rotation  $\Omega$  si la machine est alimentée par un courant constant  $I$ , et déterminer le temps nécessaire pour atteindre une vitesse de rotation constante.

6 - Même question si elle est alimentée par une tension constante  $U$ . Commenter.

## Éléments de correction de l'exercice 1 :

1 Rotor bloqué donc  $E = 0$  car pas de variations de flux.  $R = U_b / I_b = 0,5 \Omega$ .

2 En fonctionnement nominal ( $E_N$  orienté en convention récepteur car c'est une force CONTRE-électromotrice),  $U_N = R I_N + E_N = R I_N + \Phi_0 \Omega_N$  donc

$$\Phi_0 = \frac{U_N - R I_N}{\Omega_N} = 1,4 \text{ Wb}.$$

3 PFD appliqué à la masse :

$$\vec{T} = m \frac{d\vec{v}}{dt} - m\vec{g} = m \frac{dv}{dt} \vec{e}_y + mg \vec{e}_y.$$

avec  $\vec{e}_y$  orienté vers le haut.

4 Principe des actions réciproques : force exercée par la masse sur le filin, qui se retrouve au niveau de la poulie, vaut  $-\vec{T}$ . Le couple exercé par le filin et la masse vaut donc

$$\vec{\mathcal{M}}_{\text{masse}} = r \vec{e}_x \wedge \left( -m \frac{dv}{dt} \vec{e}_y - mg \vec{e}_y \right) = -rmg \vec{e}_z - m \frac{dv}{dt} \vec{e}_z$$

Le TMC appliqué au rotor en régime permanent donne

$$J \frac{d\Omega}{dt} = -rmg + \Gamma$$

et en régime permanent

$$\Gamma = rmg \quad \text{d'où} \quad I = \frac{rmg}{\Phi_0} = 13,7 \text{ A}.$$

Tension :

$$U = RI + E = RI + \Phi_0 \Omega = RI + \frac{\Phi_0 v}{r} = 42,7 \text{ V}.$$

5 TMC scalaire appliqué au rotor :

$$J \frac{d\Omega}{dt} = \Phi_0 I - \lambda \Omega - rmg - rm \frac{dv}{dt}$$

et comme  $v = r\Omega$  alors

$$J \frac{d\Omega}{dt} = \Phi_0 I - \lambda \Omega - rmg - mr^2 \frac{d\Omega}{dt}$$

soit finalement

$$(J + mr^2) \frac{d\Omega}{dt} + \lambda \Omega = \Phi_0 I - rmg$$

Équation différentielle de temps caractéristique

$$\tau = \frac{J + mr^2}{\lambda}$$

La vitesse limite est atteinte au bout de  $5\tau$ .

6 Idem, sauf que  $i$  dépend maintenant du temps et se déduit de la loi des mailles :

$$i = \frac{U - \Phi_0 \Omega}{R}$$

On a donc

$$(J + mr^2) \frac{d\Omega}{dt} + \lambda \Omega = \Phi_0 \frac{U - \Phi_0 \Omega}{R} - rmg$$

soit

$$(J + mr^2) \frac{d\Omega}{dt} + \left( \lambda + \frac{\Phi_0^2}{R} \right) \Omega = \frac{\Phi_0 U}{R} - rmg$$

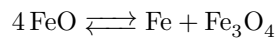
Temps caractéristique

$$\tau' = \frac{J + mr^2}{\lambda + \frac{\Phi_0^2}{R}} < \tau.$$

# Machines synchrones et à courant continu, thermochimie

## Exercice 1 : Dismutation de FeO

On considère l'équilibre entre solides



sous pression de 1 bar. L'enthalpie libre standard exprimée en  $\text{kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$  est reliée à la température exprimée en K par

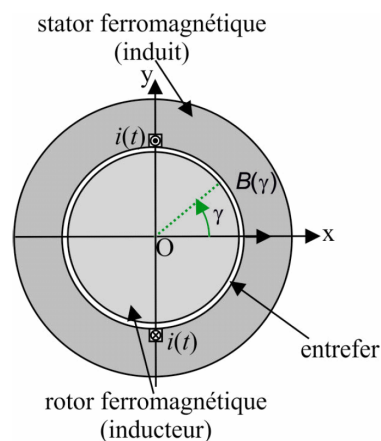
$$\Delta_r G_T^\circ = -56 + 66 \cdot 10^{-3} T.$$

- 1 - Montrer que pour un tel système on a toujours  $\Delta_r G = \Delta_r G_T^\circ$ .
- 2 - En déduire que l'équilibre ci-dessus ne peut s'observer sous la pression de 1 bar qu'à une seule température  $T_e$  à déterminer.
- 3 - Que se passe-t-il si  $T > T_e$  ?  $T < T_e$  ? En déduire dans quel domaine de température l'oxyde ferreux est stable.

### Éléments de correction de l'exercice 1 :

- 1  $Q = 1$  car seulement des solides purs.
- 2 L'équilibre est atteint lorsque  $\Delta_r G_{T_e}^\circ = 0$  d'où  $T_e = 848,5 \text{ K}$ .
- 3  $T < T_e$  donne  $\Delta_r G < 0$  donc sens direct : formation de Fe et  $\text{Fe}_3\text{O}_4$ . C'est le contraire pour  $T > T_e$ . FeO n'est stable qu'à haute température.

## Exercice 2 : Mesure des caractéristiques d'un moteur synchrone



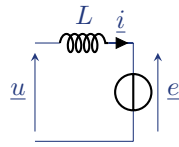
On étudie un moteur synchrone diphasé dipolaire dans le but de mesurer ses caractéristiques.

Le rotor est parcouru par un courant continu d'intensité  $I_r$  dont on garde la valeur fixe pendant tout l'essai. Les deux phases du stator sont identiques, d'inductance  $L$  et de résistance négligeable. Dans un premier temps, on les suppose parcourues par des courants sinusoïdaux de même pulsation  $\omega$ , en quadrature de phase, et de même valeur efficace  $I$ .

- 1 - On suppose la machine à pôles lisses. On note  $e$  l'épaisseur de l'entrefer,  $a$  son rayon et  $\ell$  la longueur du rotor. On suppose  $e \ll a \ll \ell$  et  $\mu_r \rightarrow +\infty$  dans les milieux ferromagnétiques. Exprimer le champ magnétique créé dans l'entrefer par une phase du stator constituée d'une seule spire parcourue par un courant d'intensité  $i$ . Tracer la courbe correspondante pour  $-3\pi/2 \leq \gamma \leq 3\pi/2$ .
- 2 - Tracer sur le même graphe la courbe que l'on obtiendrait en rajoutant deux spires en série avec la première, décalées  $\pm\pi/3$ . Commenter.
- 3 - En notation complexe,  $\underline{u}$  désigne la tension d'alimentation d'une phase du stator et  $\underline{i}$  son intensité. Représenter son schéma électrique.
- 4 - Établir le lien entre la valeur efficace  $E$  de f.c.e.m. et la vitesse de rotation du rotor  $\Omega$ . Préciser la dimension de la grandeur intervenant et les paramètres dont elle dépend.
- 5 - Pour mesurer les caractéristiques du moteur, on fait tourner son rotor à l'aide d'un moteur auxiliaire qui impose  $\Omega = 6,0 \cdot 10^3 \text{ tr} \cdot \text{min}^{-1}$ . On réalise :
  - > un essai où l'on court-circuite les phases, on mesure alors la valeur efficace du courant dans une phase  $I_{cc} = 120 \text{ A}$  ;
  - > un essai en circuit ouvert où les phases du stator ne débitent aucun courant, on mesure  $E = 120 \text{ V}$ .
 En déduire les constantes caractéristiques de la machine.

### Éléments de correction de l'exercice 2 :

- 1 Machine cylindrique d'axe  $z$ . Analyse des symétries : les lignes de champ appartiennent au plan  $xOy$  qui est plan d'antisymétrie des courants et s'enroulent autour des courants. Elles sont radiales dans l'entrefer. Compte tenu des symétries, si  $\vec{B}(M) = B(\gamma)\vec{u}_r$  alors  $\vec{B}(M') = -B(\gamma)\vec{u}_r$ . On déduit du théorème d'Ampère ( $H = 0$  dans les ferros parfaits) que pour  $-\pi/2 \leq \gamma \leq \pi/2$  alors  $B(\gamma) = \mu_0 i/2e$  et pour  $\pi/2 \leq \gamma \leq 3\pi/2$  alors  $B(\gamma) = -\mu_0 i/2e$ .
- 2 On construit les courbes puis on somme. On va vers un champ sinusoïdal en  $\theta$ .
- 3 Il suffit de lire l'énoncé mais il ne faut pas oublier la force contre-électromotrice.



- 4  $E$  est la force contre-électromotrice (opposée de la fém d'induction) aux bornes du stator.  $E = \Omega\Phi$  est simplement une conséquence de la loi de Faraday.  $\Phi$  est homogène à un flux magnétique et dépend de la géométrie de la machine, de la forme de l'enroulement rotorique et du courant rotorique.
- 5 Essai à vide donne  $i = 0$  donc donne accès à  $E$  d'où on déduit

$$\Phi = \frac{E}{\Omega} = E \times \frac{60}{2n\pi} \sim 0,2 \text{ Wb}$$

$n$  vitesse de rotation en tours par minutes.

Essai en court-circuit donne  $u = 0$  donc  $e = jL\Omega i$  d'où en valeur efficace

$$E = L\omega I_{cc} \quad \text{d'où} \quad L = \frac{E}{\Omega I_{cc}} = 2 \text{ mH}$$

Comme la vitesse de rotation ne change pas alors la f.c.e.m non plus.

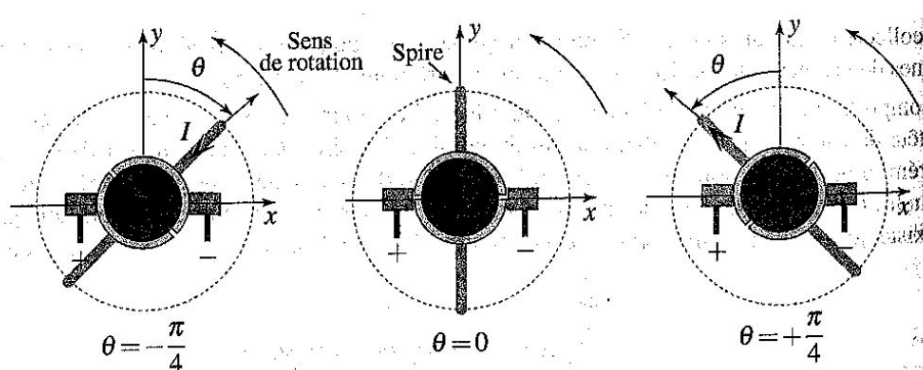
# Machines synchrones et à courant continu, thermochimie

## Question de cours

En se plaçant dans le cas d'une spire unique, décrire la nécessité du collecteur d'une MCC et son principe de fonctionnement.

## Éléments de correction de l'exercice 0 :

Nécessité du synchronisme entre champ statorique et champ rotorique pour qu'un couple moyen puisse s'exercer. Le champ statorique est permanent, donc le champ rotorique doit l'être aussi ... mais c'est incompatible avec l'existence d'un couple si le courant dans l'induit est permanent.



## Exercice 1 : Obtention de l'aluminium à partir de l'alumine

[écrit PT 2015]

La poudre d'aluminium brûle très facilement. La réaction est exothermique.

Données :

▷ Enthalpies de formation à 298 K, exprimées en  $\text{kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$  :

$\text{Al}_{(s)}$	$\text{Al}_{(l)}$	$\text{Al}_2\text{O}_{3(s)}$	$\text{C}_{(s)}$	$\text{O}_{2(g)}$	$\text{CO}_{(g)}$	$\text{CO}_{2(g)}$
0	10,6	-1674	0	0	-110	-393

- ▷ Température de fusion de l'aluminium sous 1 bar : 930 K ;  
 ▷ Enthalpie de fusion de l'aluminium à 930 K :  $\Delta_{\text{fus}}H^\circ = 10,9 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$ .

1 - Écrire une équation pour la réaction (1) entre le dioxygène et l'aluminium. Le coefficient stœchiométrique du dioxygène sera choisi égal à 1. Suivant la température, l'aluminium se trouve à l'état solide ou à l'état liquide.

On considère que, sur un intervalle de température restreint, en l'absence de changement d'état de l'une des espèces, on peut négliger les variations de l'enthalpie standard de réaction  $\Delta_r H^\circ$  et de l'entropie standard de réaction  $\Delta_r S^\circ$  avec la température.

2 - Indiquer, dans le cadre de cette approximation, quel type de courbe représente la variation de la fonction  $\Delta_r G^\circ$  avec la température en l'absence de changement d'état.

Notons  $\Delta_r G_1^\circ$  l'enthalpie libre standard de la réaction (1) sur l'intervalle [250 K; 2500 K].

3 - Compte tenu des états physiques des réactifs et produits apparaissant dans l'équation de la réaction (1), prévoir le signe de  $\Delta_r S_1^\circ$ . Attribuer alors la courbe (a) ou (b) de la figure 1 à  $\Delta_r G_1^\circ(T)$  en justifiant votre choix.

4 - Déterminer si la courbe obtenue est une simple droite. Argumenter la réponse.

L'évolution de l'enthalpie libre standard de réaction  $\Delta_r G_2^\circ(T)$  en fonction de la température pour une réaction (2) entre le carbone et l'oxygène a également été représentée sur la figure 1. La représentation a été rapportée à une mole de dioxygène.

5 - Proposer deux équations pour les réactions correspondant aux réactions du dioxygène sur le carbone, formant dans le premier cas du dioxyde de carbone gazeux, dans le second cas du monoxyde de carbone gazeux. Indiquer

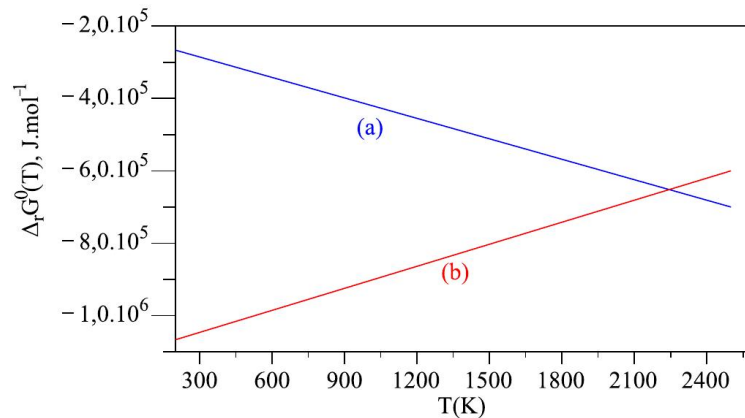


Figure 1 – Enthalpie libre standard de réaction en fonction de la température.

le degré d'oxydation de l'élément carbone dans chacun des deux produits envisagés. Compte tenu de l'allure de la courbe, justifier que la courbe (a) ou (b) est attribuée à la réaction (2) d'obtention de l'oxyde présentant le carbone avec le degré d'oxydation le plus faible.

6 - Écrire alors par combinaison linéaire des réactions (1) et (2) une équation pour la réaction du carbone sur l'oxyde d'aluminium. Indiquer la condition thermodynamique portant sur l'enthalpie libre standard de réaction qui doit être vérifiée pour que la constante d'équilibre de la réaction soit supérieure à 1.

7 - Prévoir à partir de quelle température la réduction de l'oxyde d'aluminium est théoriquement possible. Justifier votre raisonnement à partir de la figure 1.

8 - Une autre méthode possible d'obtention de l'aluminium est une électrolyse à 1230 K. D'après, quelle méthode (électrolyse ou réduction par le carbone) est industriellement utilisée pour obtenir de l'aluminium ?

### Éléments de correction de l'exercice 1 :

1 Avec des nombres stœchiométriques entiers :



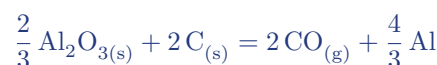
2  $\Delta_r G^\circ(T) = \Delta_r H^\circ - T \Delta_r S^\circ$  : équation de droite.

3 Consommation de gaz dans le sens direct donc  $\Delta_r S^\circ < 0$ . C'est donc la courbe (b) de pente positive ( $- \times - = +$ ) qui représente  $\Delta_r G_1^\circ$ .

4 Changement d'état à 930 K. Si Al est solide la loi de Hess donne  $\Delta_r H^\circ = -1116 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$ , si il est liquide alors  $\Delta_r H^\circ = -1101 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$  : l'ordonnée à l'origine ne change que très peu. De même, l'entropie standard de formation augmente de  $\Delta_{\text{fus}} H^\circ / T_{\text{fus}} = 11,4 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$ , à comparer à la pente lue graphiquement de l'ordre de  $200 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$  : là encore le changement est faible. La courbe n'est donc pas rigoureusement une droite, mais les changements sont trop faibles pour être visibles sur la figure.

5  $2 \text{C}_{(\text{s})} + \text{O}_{2(\text{g})} = 2 \text{CO}_{(\text{g})}$  et  $\text{C}_{(\text{s})} + \text{O}_{2(\text{g})} = \text{CO}_{2(\text{g})}$ . Usuellement,  $\text{NO}(\text{O}) = -\text{II}$  donc  $\text{NO}_\text{C}(\text{CO}) = +\text{II}$  et  $\text{NO}_\text{C}(\text{CO}_2) = +\text{IV}$ . La réaction formant  $\text{CO}_2$  donne un bilan nul sur les nombres stœchiométriques des gaz, son entropie de réaction est donc très faible, et en tout cas bien plus faible que celle de la réaction formant CO qui produit du gaz.

6 Élimination du dioxygène : (3) = (2) - (1)



$K^\circ > 1$  est vérifiée si  $\Delta_r G^\circ < 0$  car  $K^\circ = \exp\left(-\frac{\Delta_r G^\circ}{RT}\right)$ .

7 Par combinaison linéaire,  $\Delta_r G_3^\circ = \Delta_r G_2^\circ - \Delta_r G_1^\circ$ .  $\Delta_r G_3^\circ$  est donc négatif si la courbe (b) est au dessus de la courbe (a), donc pour  $T > 2200 \text{ K}$  environ.

8 Température nettement plus faible, donc c'est probablement l'électrolyse qui est préférée.