Optique

Exercice 1 : Construction d'image par une lentille

On considère un objet AB situé dans un plan de front d'une lentille mince convergente. On prendra $\overline{OA} = 2\overline{OF}$. Construire l'image $A'B'$ et la décrire (réelle, virtuelle, etc.).

Éléments de correction de l'exercice 1 :

« Montage $4f$ » : l'image est située à une position telle que $\overline{OA'} = 2\overline{OF'}$ et le grandissement vaut -1.

Exercice 2 : Condition de réflexion totale

Considérons un rayon lumineux passant d'un milieu d'indice n_1 à un milieu d'indice $n_2 < n_1$.

1 - Donner un exemple de milieux qui vérifient cette condition.

2 - Représenter la situation sur un schéma. À partir de ce schéma, expliquer qualitativement pourquoi il existe une valeur limite $\theta_{1,\mathrm{lim}}$ de l'angle d'incidence au delà de laquelle le rayon réfracté ne peut plus exister.

3 - Calculer $\theta_{1,\mathrm{lim}}$ en fonction des indices n_1 et n_2.

Éléments de correction de l'exercice 2 :

1 Exemple : le rayon est dans du plexiglas et émerge dans de l'air.

2 Voir figure 1.

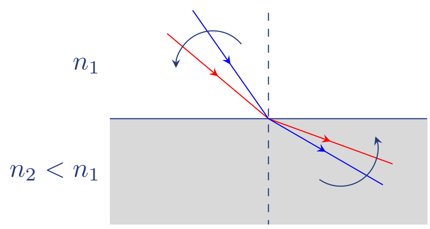
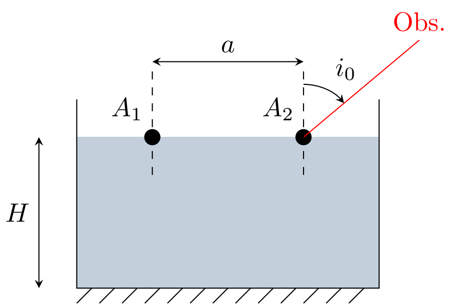


Figure 1 – **Cas $n_1 > n_2$.** Angle maximal de réfraction.

3 L'angle réfraction maximal ne peut pas être plus grand que $\pi/2$: au delà, la lumière ne rentre pas dans le milieu 2 et se réfléchit totalement. Dans ce cas la loi des sinus donne

$$n_1 \sin\theta_{1,\mathrm{lim}} = n_2 \sin\frac{\pi}{2} \qquad \text{d'où} \qquad \theta_{1,\mathrm{lim}} = \frac{n_2}{n_1}$$

Exercice 3 : Réfractomètre à fils



Deux fils parallèles A_1 et A_2, distants de a, sont maintenus à la surface d'un liquide d'indice n grâce à des flotteurs non représentés sur la figure. Le liquide est placé dans une cuve dont le fond est un miroir plan. La hauteur H de liquide dans la cuve est facilement réglable grâce à un dispositif de vases communicants.

On observe le fil A_2 sous une incidence i_0 donnée, et on règle H de telle façon que l'image du fil A_1 par le miroir se superpose au fil observé.

Exprimer l'indice n du liquide en fonction de i_0, a et H.

Éléments de correction de l'exercice 3 :

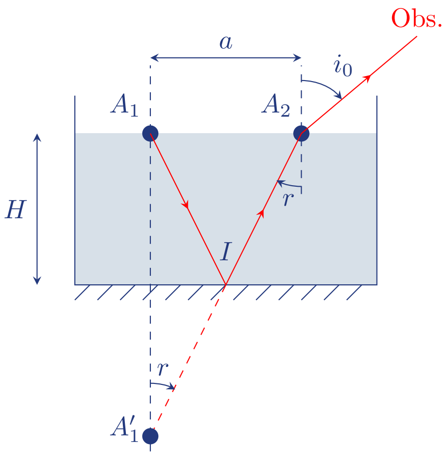


Figure 2 – Principe de fonctionnement du réfractomètre à fils.

On commence par un beau schéma, figure 2. Les rayons arrivant dans l'œil de l'observateur sont alors celui issu du fil A_2 et celui issu de A_1 qui se réfléchit au fond de la cuve puis qui est réfracté. Pour construire ce rayon, on peut par exemple s'aide de l'image A'_1 de A_1 par le miroir.

Les images des deux fils se superposent si le rayon réfléchi puis réfracté se superpose avec le rayon émis par A_2, donc si l'angle de réfraction est égal à i_0. D'après la loi des sinus,

$$1 \times \sin i_0 = n \sin r$$

On voit géométriquement (sinus puis Pythagore en raisonnant dans le triangle rectanlge $A_1A_2A'_1$) que

$$\sin r = \frac{A_1A_2}{A'_1A_2} = \frac{a}{\sqrt{a^2 + (2H)^2}}$$

On en déduit finalement

$$n = \frac{\sin i_0}{\sin r} \qquad \text{d'où} \qquad \boxed{n = \sqrt{1 + \frac{4H^2}{a^2}} \sin i_0\,.}$$

Optique

Exercice 1 : Construction d'image par une lentille

On considère un objet AB (pas trop grand) situé dans un plan de front d'une lentille mince convergente. On prendra $\overline{OA} = \overline{OF}$. Construire l'image $A'B'$ et la décrire (réelle, virtuelle, etc.).

Éléments de correction de l'exercice 1 :

Image à l'infini.

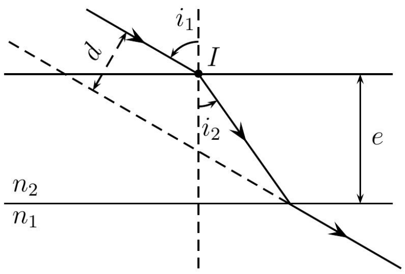
Exercice 2 : Longueur d'onde d'un laser dans l'air et dans le plexiglas

Une diode laser verte émet un rayonnement de longueur d'onde dans le vide $\lambda_0 = 520\,\text{nm}$. Déterminer la longueur d'onde λ' si l'onde vient à pénétrer dans du plexiglas d'indice optique $n_{\text{plexi}} = 1{,}5$.

Éléments de correction de l'exercice 2 :

$$\lambda' = \frac{c'}{\nu_0} = \frac{c}{n_{\text{plexi}}\nu_0} \qquad \text{donc} \qquad \boxed{\lambda' = \frac{\lambda_0}{n_{\text{plexi}}} = 347\,\text{nm}}$$

Exercice 3 : Déviation par une vitre



Un pinceau lumineux arrive sous une incidence i_1 sur une vitre en verre d'épaisseur $e = 1\,\text{cm}$. La vitre est placée dans l'air, d'indice n_1, l'indice du verre valant $n_2 = 1{,}5$. Pour simplifier, les faces de la vitre sont supposées parfaitement planes.

1 - Existe-t-il toujours un rayon transmis de l'autre côté de la vitre ?

2 - Exprimer la déviation latérale du faisceau d en fonction de e, i_1 et i_2.

3 - À partir de la relation précédente, montrer que la déviation latérale d peut s'écrire

$$d = \left(1 - \frac{n_1 \cos i_1}{n_2 \cos i_2}\right) e \sin i_1$$

4 - En déduire une expression de d ne faisant plus intervenir i_2.

5 - Calculer numériquement la déviation pour $i_1 = 45°$. Commenter.

Donnée : $\sin(a-b) = \sin a \cos b - \sin b \cos a$.

Éléments de correction de l'exercice 3 :

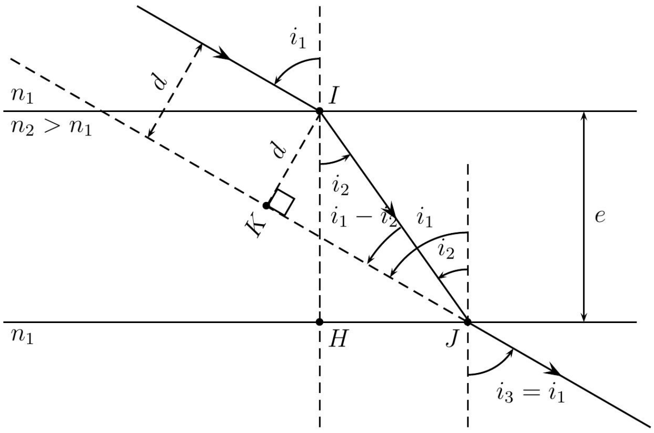
$\boxed{1}$ En I, la lumière passe d'un milieu n_1 à un milieu d'indice $n_2 > n_1$, on a donc toujours réfraction sur le premier dioptre.

En J, sur le deuxième dioptre, l'angle d'incidence est i_2. Conformément au principe de retour inverse de la lumière, on aura a toujours un rayon transmis, sous l'incidence $i_3 = i_1$.

$\boxed{2}$ On cherche à exploiter les relations trigonométriques dans des triangles rectangles ayant un coté commun. On choisit de travailler dans IJH et IJK de coté commun IJ.

Dans IJH, $\cos i_2 = \frac{e}{IJ} \Rightarrow IJ = \frac{e}{\sin i_2}$ et dans IJK, $\sin(i_1 - i_2) = \frac{d}{IJ} \Rightarrow IJ = \frac{d}{\sin(i_1-i_2)}$. On en déduit

$$d = e\frac{\sin(i_1 - i_2)}{\cos i_2}$$



$\boxed{3}$ Dans la relation précédente, on développe $\sin(i_1 - i_2) = \sin i_1 \cos i_2 - \sin i_2 \cos i_1$ (mathématique) et on utilise $n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2$ (optique) :

$$d = e\frac{\sin i_1 \cos i_2 - \sin i_2 \cos i_1}{\cos i_2} = e\left(\sin i_1 - \frac{n_1}{n_2 \cos i_2} \sin i_1 \cos i_1\right) = e\left(1 - \frac{n_1 \cos i_1}{n_2 \cos i_2}\right) \sin i_1$$

$\boxed{4}$ On remplace $\cos i_2 = \sqrt{1 - \sin^2 i_2} = \sqrt{1 - \frac{n_1^2}{n_2^2} \sin^2 i_1}$:

$$d = e\left(1 - \frac{n_1 \cos i_1}{n_2 \sqrt{1 - \frac{n_1^2}{n_2^2} \sin^2 i_1}}\right) \sin i_1$$

$\boxed{5}$ $d = 3\,\mathrm{mm}$. C'est peu visible ! Par contre la déviation augmente avec l'angle d'incidence.

Optique

Question de cours

Définir le stigmatisme approché et expliquer pourquoi il peut suffire pour obtenir une image nette. Indiquer à quelles conditions un système optique centré est approximativement stigmatique.

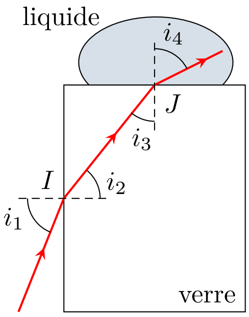
Exercice 1 : Construction d'image par une lentille

On considère un objet AB (pas trop grand) situé dans un plan de front d'une lentille mince convergente. On prendra $\overline{OA} = \frac{1}{2}\overline{OF}$. Construire l'image $A'B'$ et la décrire (réelle, virtuelle, etc.).

Éléments de correction de l'exercice 1 :

Image virtuelle telle que $\overline{OA'} = -2f'$, $\gamma = +4$.

Exercice 2 : Réfractomètre de Pulfrich



Un réfractomètre est un appareil permettant de mesurer l'indice de réfraction d'un liquide, afin d'en contrôler sa composition chimique ou sa pureté.
Dans un réfractomètre de Pulfrich, une goutte du liquide dont on cherche l'indice de réfraction n est déposée sur un bloc de verre de section rectangulaire d'indice $n_0 = 1{,}652$ connu. Un faisceau monochromatique pénètre dans le bloc de verre au point I avec un angle d'incidence i_1. Il est ensuite réfracté dans le verre, et éventuellement dans la goutte de liquide. Lors d'une mesure, l'angle d'incidence i_1 est progressivement augmenté jusqu'à i_1^*, valeur pour laquelle il n'y a plus de réfraction dans la goutte de liquide. On s'assure évidemment que le point d'incidence J se trouve toujours sous la goutte.

1 - Pour une goutte de glycérine on mesure $i_1^* = 48{,}06°$. Déterminer son indice.

2 - Déterminer sans calcul ou presque le plus grand indice mesurable par le dispositif.

3 - Déterminer enfin le plus petit indice mesurable.

Éléments de correction de l'exercice 2 :

$\boxed{1}$ Déterminons i_1^* en limite de réflexion totale. Angle de réflexion totale en J : $\sin i_3^* = n/n_0$. Dans toute la suite on se place dans cette configuration.

Déterminons alors i_2^*. Comme $i_2 + i_3 + \pi/2 = \pi$ alors $i_3 = \pi/2 - i_2$. On en déduit qu'à la limite $\cos i_2^* = n/n_0$ soit

$$\sin i_2^* = \sqrt{1 - \cos^2 i_2^*} = \sqrt{1 - n^2/n_0^2}\,.$$

Enfin, d'après la loi de la réfraction en I, $\sin i_1^* = n_0 \sin i_2^*$ soit

$$\sin i_1^* = n_0\sqrt{1 - n^2/n_0^2} = \sqrt{n_0^2 - n^2}\,.$$

On inverse pour remonter à n :

$$\sin^2 i_1^* = n_0^2 - n^2 \qquad \text{soit} \qquad n = \sqrt{n_0^2 - \sin^2 i_1^*}$$

$\boxed{2}$ On constate à partir de la figure que i_3 est d'autant plus grand que i_1 est petit. Pour qu'un indice soit mesurable, il faut que la valeur i_1^* soit accessible lorsque i_1 varie : il ne faut donc pas de réflexion totale lorsque $i_1 = \pi/2$ mais réflexion totale lorsque $i_1 \to 0$.

Comme $i_3 \to \pi/2$ lorsque $i_1 \to 0$ alors la condition de réflexion totale est donc toujours atteinte dès que $n < n_0$: le plus grand indice mesurable est donc $n_0 = 1{,}652$.

$\boxed{3}$ Lorsque $i_1 \to \pi/2$ alors $\sin i_2 = 1/n_0$. Comme $i_3 = \pi/2 - i_2$ alors

$$\sin i_3 = \cos i_2 = \sqrt{1 - \sin^2 i_2} = \sqrt{1 - \frac{1}{n_0^2}}\,.$$

Étienne Thibierge, 5 octobre 2017, www.etienne-thibierge.fr

Pour que l'indice soit mesurable, il ne faut pas qu'il y ait déjà réflexion totale dans cette situation, donc $\sin i_3 < \sin i_3^*$ soit

$$\sqrt{1 - \frac{1}{{n_0}^2}} < \frac{n}{n_0}$$

ce qui donne

$$\boxed{n > \sqrt{{n_0}^2 - 1} = 1{,}315\,.}$$

Optique

Exercice 1 : Corde de guitare

La partie vibrante d'une corde de guitare mesure $L = 80\,\mathrm{cm}$. Après avoir été pincée, elle donne un la$_3$ dont la fréquence vaut $f = 440\,\mathrm{Hz}$. On cherche à écrire les ondes existant sur cette corde sous la forme

$$\xi(x,t) = A\sin(kx+\psi)\cos(\omega t)$$

1 - Montrer que $\psi = 0$, puis exprimer les valeurs possibles de k en fonction de la longueur de la corde.

2 - Quelle est la longueur d'onde λ obtenue sur la corde ? Quelle est la longueur d'onde du son émis ?

3 - Déterminer la vitesse de propagation d'une onde dans cette corde.

4 - Quelles sont les fréquences inférieures à $2\,\mathrm{kHz}$ sur lesquelles la corde, convenablement excitée, peut résonner ?

5 - Peut-on obtenir toutes ces fréquences en excitant la corde par son milieu ?

6 - Un choc décale le chevalet de la guitare, ce qui réduit la partie vibrante de $1\,\mathrm{cm}$. Sur quelle fréquence fondamentale résonne-t-elle à présent ?

Pour tenter de réaccorder la guitare, il faut retendre la corde. Cela a pour effet de modifier la célérité de l'onde, donnée par

$$c = \sqrt{\frac{T_0\,L}{m}}$$

où T_0 est la force de tension de la corde et m la masse de la partie tendue.

7 - Dans quelle proportion faut-il augmenter la tension de la corde pour accorder la guitare ?

Éléments de correction de l'exercice 1 :

$\boxed{1}$ Conditions aux limites :
▷ $\xi(0,t) = 0$ donc $\sin\psi = 0$ donc $\psi = 0$ convient ;
▷ $\xi(L,t) = 0$ donc $\sin(kL) = 0$ donc $k = n\pi/L$ avec n entier.

$\boxed{2}$ Sur la guitare : $L = \lambda/2$ (mode fondamental) donc $\lambda = 2L = 1{,}60\,\mathrm{m}$.

Dans l'air : $\lambda_{\mathrm{son}} = c_{\mathrm{son}}/f = 77\,\mathrm{cm}$. Ces deux longueurs d'onde n'ont bien sûr rien à voir, seule la fréquence est commune.

$\boxed{3}$ Relation de dispersion de la corde : $c = \lambda f = 7{,}0\cdot 10^2\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$.

$\boxed{4}$ Non, on ne peut pas obtenir les modes pairs pour lesquels il existe un nœud au milieu de la corde (si on exicte un nœud ... ce ne sera pas un nœud !)

$\boxed{5}$ $f' = c/2L' = 432\,\mathrm{Hz}$.

$\boxed{6}$ Il faut avoir

$$\frac{c'}{2L'} = \frac{c}{2L} \qquad \text{d'où} \qquad \frac{c'}{c} = \frac{L'}{L} \qquad \text{et} \qquad \frac{T'}{T} = \frac{L'^2}{L^2} = \left(\frac{81}{80}\right)^2 = 1{,}02$$

Il faut augmenter la tension de $2\,\%$.