BLAISE PASCAL
PT 2024-2025

Fiche résumé 1 – Électronique

Systèmes linéaires

I - Système linéaire, continu et invariant temporellement

- **Description temporelle : équation différentielle**

▷ Méthode pour établir une équation différentielle en électronique :
→ utiliser en alternance (une étape sur deux) les lois de Kirchoff et les lois de comportement des dipôles ;
→ à chaque étape, remplacer les grandeurs inconnues et sans intérêt par les grandeurs connues et/ou intéressantes ;
→ il se peut qu'il faille dériver l'équation de travail pour pouvoir y insérer certaines lois de comportement.

▷ Dans un système stable, la solution particulière décrit le régime permanent et la solution homogène est qualitativement associée au régime transitoire.

▷ Résolution numérique avec le schéma d'Euler explicite : transformer l'équation différentielle en relation de récurrence (dérivée approximée par un taux de variation entre les instants t_n et t_{n+1}, toutes les autres grandeurs prises à l'instant t_n), puis l'implémenter en utilisant une boucle.

$$\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t} + \frac{1}{\tau}u = \frac{1}{\tau}e \qquad \rightsquigarrow \qquad \frac{u_{n+1}-u_n}{\Delta t} + \frac{1}{\tau}\,u_n = \frac{1}{\tau}\,e(t_n) \qquad \rightsquigarrow \qquad u_{n+1} = u_n + \frac{\Delta t}{\tau}\big(e(t_n) - u_n\big)\,.$$

- **Description fréquentielle : fonction de transfert**

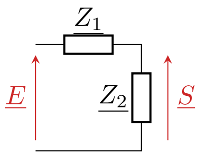
▷ Signal harmonique :

$$u(t) = U_\mathrm{m}\cos(\omega t + \varphi) \quad \longmapsto \quad \underline{u} = U_\mathrm{m}\,\mathrm{e}^{\mathrm{j}(\omega t+\varphi)} = \underline{U}\,\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t} \qquad \text{avec} \qquad \underline{U} = U_\mathrm{m}\,\mathrm{e}^{\mathrm{j}\varphi} \text{ (amplitude complexe)}$$

▷ Sens physique de la fonction de transfert :

$$\underline{H} = \frac{\underline{S}}{\underline{E}} \qquad \text{donc} \qquad \begin{cases} |\underline{H}| = \dfrac{|\underline{S}|}{|\underline{E}|} = \dfrac{S_\mathrm{m}}{E_\mathrm{m}} & \text{(rapport des amplitudes)} \\ \arg \underline{H} = \arg \underline{S} - \arg \underline{E} = \varphi_s - \varphi_e & \text{(déphasage)} \end{cases}$$

▷ Méthode pour établir une fonction de transfert d'un filtre passif :



→ identifier des équivalences aux associations série et parallèle pour mettre le circuit sous la forme ci-contre ;
→ pont diviseur de tension :

$$\underline{H} = \frac{\underline{S}}{\underline{E}} = \frac{\underline{Z_2}}{\underline{Z_1} + \underline{Z_2}} = \frac{1}{1 + \underline{Z_1}\,\underline{Y_2}}\,.$$

- **Diagramme de Bode :**

▷ $\boxed{G_\mathrm{dB} = 20\log|\underline{H}| \quad \Longleftrightarrow \quad |\underline{H}| = 10^{G_\mathrm{dB}/20}}$

▷ Méthode pour tracer un diagramme de Bode :
→ pour chaque limite haute ou basse fréquence, **commencer** par calculer la fonction de transfert équivalente en ne conservant que les termes dominants du numérateur et du dénominateur ;
→ **puis ensuite** en calculer le module et l'argument pour obtenir les équations des asymptotes ;
→ dans le cas d'un deuxième ordre, l'allure du diagramme réel s'obtient en calculant explicitement la valeur en $\omega = \omega_0$ sur la FT complète.

- **Équivalence entre les deux descriptions :**

▷ Passage de l'une à l'autre : $\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \longleftrightarrow \times\mathrm{j}\omega$ (passer la FT sous forme d'un polynôme avant d'identifier) ;

▷ Les grandeurs caractéristiques des représentations temporelle et fréquentielle sont reliées : p.ex. temps caractéristique et pulsation de coupure ; pulsation des oscillations libres et pulsation de résonance ; etc.

- **Spectre et SLCI :**

▷ SLCI $\Longleftrightarrow$ mêmes fréquences dans le spectre des signaux d'entrée et de sortie ;

▷ Non-linéarité (ou non invariance temporelle, cf. échantillonnage) $\Longleftrightarrow$ génération d'harmoniques = enrichissement spectral.

Étienne Thibierge, 14 août 2024, www.etienne-thibierge.fr

II - Stabilité

- **Définition :**

▷ La sortie reste bornée tant que l'entrée reste bornée, pas de divergence ni de saturation : critère temporel.
▷ Ne pas confondre avec une résonance, qui concerne un maximum d'amplitude du signal de sortie pour une certaine fréquence du signal d'entrée : critère fréquentiel.

- **Critères de stabilité :**

▷ Ne concernent que le membre « sortie » de l'équation différentielle, c'est-à-dire le dénominateur de la fonction de transfert ;
▷ Un SLCI d'ordre 1 ou 2 est stable si et seulement si tous les coefficients sont de même signe.

III - Signal de sortie d'un SLCI, filtrage

- **Décomposition de Fourier :** tout signal u périodique de fréquence f peut se décomposer en une somme de signaux harmoniques de fréquences multiples de f.

$$u(t) = U_0 + \sum_{n=1}^{\infty} U_n \cos(2\pi\, n f\, t + \varphi_n) \qquad \text{avec } U_n \geq 0 \text{ et } \varphi \in \mathbb{R}$$

$$u(t) = U_0 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos(2\pi\, n f\, t) + \sum_{n=1}^{\infty} B_n \sin(2\pi\, n f\, t) \qquad \text{avec } A_n \text{ et } B_n \text{ quelconques}$$

▷ Harmoniques basses fréquences $\Longleftrightarrow$ allure générale du signal ;
▷ Harmoniques hautes fréquences $\Longleftrightarrow$ variations brutales + fluctuations rapides et aléatoires (bruit).

- **Reconstruction du signal de sortie d'un SLCI :**

▷ Cas général : traiter chaque harmonique séparémment en déterminant son amplitude ($S_\mathrm{m} = |\underline{H}|\, E_\mathrm{m} = 10^{G_\mathrm{dB}/20} E_\mathrm{m}$) et sa phase ($\varphi_s = \varphi_e + \arg \underline{H}$), puis sommer.
▷ Cas particulier : comportement intégrateur/dérivateur associé à des pentes de ± 20 dB/décade sur le gain et $\pm\pi/2$ sur le déphasage.