BLAISE PASCAL
PT 2024-2025

TD 1 – Électronique

Systèmes linéaires

Difficulté d'analyse et compréhension, initiative requise ;
Difficulté technique et calculatoire ;
Exercice important.

Ceinture		Proposition de parcours d'entraînement
	Ceinture blanche	Applications + exercices 1 à 4
	Ceinture jaune	Applications + exercices 1 à 6
	Ceinture rouge	Applications (★) + exercices 1, 2, 6, 7 et 10 à 12
	Ceinture noire	Applications (★) + exercices 1 et 6 à 12

Flasher ou cliquer pour accéder au corrigé

Applications de cours

Seuls les étudiants du groupe PT★ seront interrogés en colle sur les applications marquées d'une étoile, car elles sont plus techniques et/ou moins essentielles ... mais tous les étudiants sont bien sûr invités à les travailler !

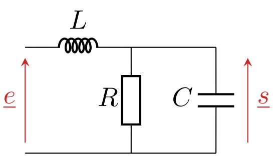
1.1 - Définir la stabilité d'un SLCI. Sur un exemple de relation différentielle ou de fonction de transfert donnée par l'interrogateur, indiquer si le système est stable ou non.

Analyse de corrigé

Exercice 1 : Passe bas du second ordre

2 | 2 |

▷ *Fonction de transfert ;*
▷ *Diagramme de Bode.*



1 - Déterminer la nature du filtre ci-contre.

2 - Établir sa fonction de transfert et l'écrire sous forme canonique :

$$\underline{H} = \frac{H_0}{1 - x^2 + \dfrac{\mathrm{j}x}{Q}} \qquad \text{avec} \qquad x = \frac{\omega}{\omega_0}\,.$$

3 - Représenter[1] son diagramme de Bode en gain pour $Q = 10$ et $Q = 0{,}1$.

✎ ***Correction*** — *1 - Dans la limite des hautes fréquences, le condensateur équivaut à un fil donc la tension à ses bornes est nulle : les signaux haute fréquence sont coupés. Dans la limite des basses fréquences, la bobine équivaut à un fil, donc $\underline{s} = \underline{e}$: les signaux basse fréquence sont transmis. Ainsi, le filtre est un* **passe-bas**.

> ***Question d'analyse 1*** *- Pourquoi n'y a-t-il pas de contradiction avec le fait que le condensateur soit équivalent à un interrupteur ouvert en basse fréquence ?*

1. Dans un exercice à faire vous-même, un diagramme semi-logarithmique vide serait fourni ... ce que je ne fais pas ici pour tenter (désespérément ?) d'économiser un peu de papier ☺

2 - *La résistance et le condensateur sont montés en parallèle, l'admittance équivalente à l'association s'écrit*

$$\underline{Y_{RC}} = \frac{1}{R} + jC\omega\,.$$

Ainsi, par un pont diviseur de tension,

$$\underline{H} = \frac{\underline{s}}{\underline{e}} = \frac{\underline{Z_{RC}}}{jL\omega + \underline{Z_{RC}}} = \frac{1}{1 + \underline{Y_{RC}}\,jL\omega} \qquad \text{d'où} \qquad \boxed{\underline{H} = \frac{1}{1 + j\dfrac{L}{R}\omega - LC\omega^2}}$$

> ***Question d'analyse 2*** - *Pourquoi ne peut-on pas appliquer un pont diviseur de tension entre L et C directement ?*
>
> ***Question d'analyse 3*** - *Expliquer le passage entre l'expression avec $\underline{Z_{RC}}$ de la fonction de transfert et celle avec $\underline{Y_{RC}}$.*

Par identification avec la forme canonique donnée,

$$\begin{cases} H_0 = 1 \\ -x^2 = -\dfrac{\omega^2}{\omega_0^2} = -LC\omega^2 \\ \dfrac{jx}{Q} = \dfrac{j\omega}{Q\,\omega_0} = \dfrac{jL\omega}{R} \end{cases} \qquad \text{soit} \qquad \begin{cases} H_0 = 1 \\ \omega_0 = \dfrac{1}{\sqrt{LC}} \\ Q = \dfrac{R}{L\omega_0} = R\sqrt{\dfrac{C}{L}} \end{cases}$$

> ***Question d'analyse 4*** - *Pourquoi le terme $jL\omega/R$ s'identifie-t-il avec jx/Q au lieu de $-x^2$?*

3 - *Commençons par établir les équations des asymptotes. Dans la limite des basses fréquences,*

$$\underline{H} \underset{BF}{\sim} \frac{H_0}{1} = 1 \qquad \text{d'où} \qquad G_{\text{dB}} \underset{BF}{\sim} 20\log 1 = 0\,.$$

Dans la limite des hautes fréquences,

$$\underline{H} \underset{HF}{\sim} \frac{H_0}{-x^2} = -\frac{1}{x^2} \qquad \text{d'où} \qquad G_{\text{dB}} \underset{HF}{\sim} 20\log\frac{1}{x^2} = -40\log x\,.$$

> ***Question d'analyse 5*** - *Dans la limite haute fréquence, pourquoi le terme jx/Q n'apparaît-il pas alors qu'il est divergent ?*
>
> ***Question d'analyse 6*** - *Dans cette limite, pourquoi aucun signe $-$ n'apparaît dans le log ? quelle est l'origine de celui apparaissant dans l'expression finale du gain ?*

Plaçons nous maintenant en $x = 1$, ce qui donne

$$\underline{H}(x{=}1) = \frac{H_0}{j/Q} = -jQ \qquad \text{donc} \qquad G_{\text{dB}}(x{=}1) = 20\log Q\,.$$

> ***Question d'analyse 7*** - *Pourquoi faut-il un calcul complémentaire à celui des asymptotes avant de tracer le diagramme de Bode ?*
>
> ***Question d'analyse 8*** - *Pourquoi un signe $-$ apparaît-il dans l'expression finale de $\underline{H}(x{=}1)$?*

On en déduit le tracé de la figure 1, en commençant par tracer les asymptotes puis en plaçant ensuite le point exact en $x = 1$. On trace enfin l'allure du diagramme réel.

> ***Question d'analyse 9*** - *Comment faire concrètement ($=$ comment poser la règle sur la feuille) pour le tracé de l'asymptote haute fréquence ?*

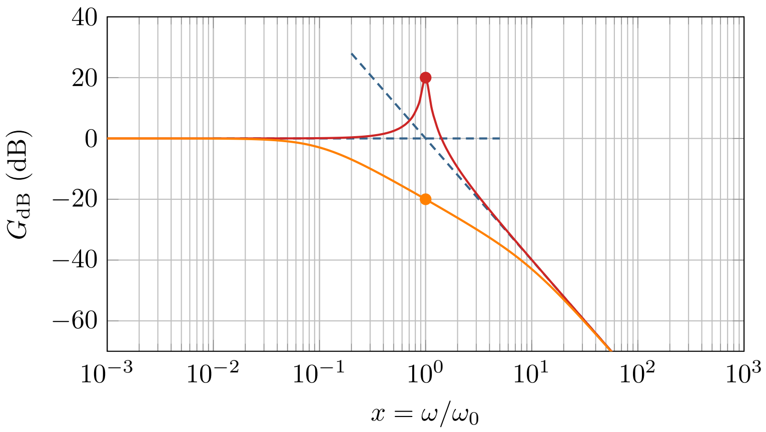


Figure 1 – Diagramme de Bode du filtre passe-bas d'ordre 2.

Pour redémarrer en douceur

Exercice 2 : Filtrage d'un signal

oral banque PT | 2 | 1 |

▷ *Décomposition de Fourier ;*
▷ *Signal de sortie d'un filtre.*

On considère un signal avec une composante continue égale à 1 V, un fondamental de fréquence 1 kHz d'amplitude 3 V, et un bruit de fréquence 20 kHz d'amplitude 100 mV déphasé de $\pi/2$.

1 - Représenter le signal et son spectre.

2 - Donner son expression mathématique.

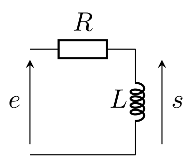
3 - On dispose des huit filtres ci-dessous. Dessiner l'allure du signal filtré dans chaque cas.

(1) Passe-bas 10 Hz ;
(2) Passe-bas 10 kHz ;
(3) Passe-bas 100 kHz ;
(4) Passe-haut 10 Hz ;
(5) Passe-haut 10 kHz ;
(6) Passe-bande 1 kHz ;
(7) Passe-bande 20 kHz ;
(8) Coupe-bande 1 kHz.

Exercice 3 : Filtre RL

1 | 1 |

▷ *Fonction de transfert ;*
▷ *Diagramme de Bode ;*
▷ *Signal de sortie d'un filtre.*



On considère le circuit ci-contre avec $R = 1{,}0\,\mathrm{k\Omega}$ et $L = 10\,\mathrm{mH}$.

1 - Quel type de filtre ce circuit permet-il de réaliser ?

2 - Déterminer sa fonction de transfert et l'écrire sous la forme

$$\underline{H} = H_0 \frac{\mathrm{j}\frac{\omega}{\omega_c}}{1 + \mathrm{j}\frac{\omega}{\omega_c}}.$$

3 - Déterminer les pentes des asymptotes en gain dans les limites haute et basse fréquence, ainsi que leur ordonnée « à l'origine » en $x = 1$. Construire le diagramme de Bode asymptotique en gain sur la figure 2 et en déduire l'allure du diagramme réel.

4 - La tension e s'écrit sous la forme d'une somme de trois harmoniques de même amplitude, de même phase initiale, et de fréquences respectives $f_1 = 100\,\mathrm{Hz}$, $f_2 = 1\,\mathrm{kHz}$ et $f_3 = 100\,\mathrm{kHz}$. Donner la forme du signal d'entrée e puis du signal de sortie s.

5 - La tension $e(t)$ est maintenant un signal triangle de fréquence 60 Hz. Justifier que $s(t)$ est un signal créneau de même fréquence.

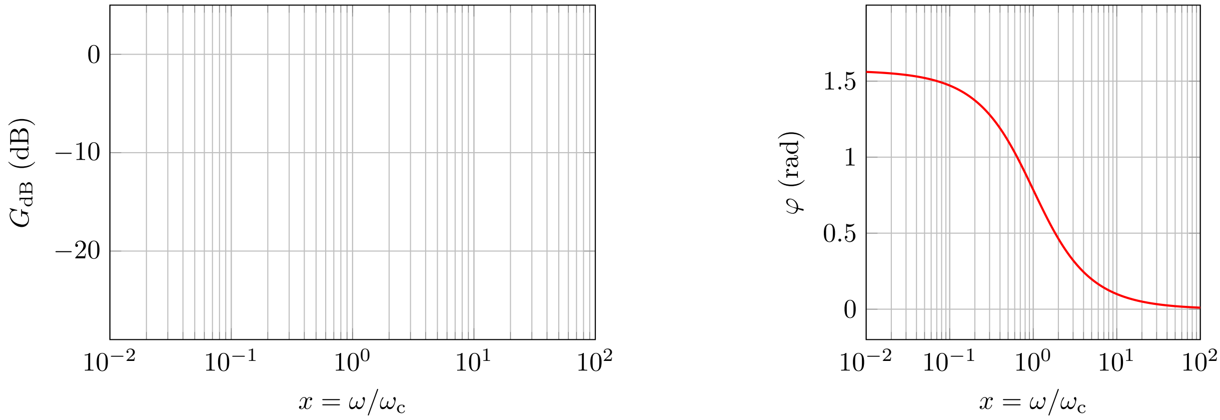
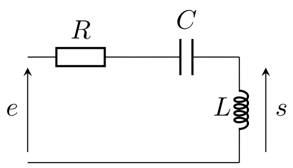


Figure 2 – Diagramme de Bode du filtre RL.

Exercice 4 : Filtre passe-haut d'ordre 2

1 | 1 |

- *Fonction de transfert ;*
- *Diagramme de Bode.*



1 - Justifier que ce filtre est un filtre passe-haut. Définir sa pulsation caractéristique ω_0 et son facteur de qualité Q.

2 - Déterminer sa fonction de transfert et l'écrire sous la forme

$$\underline{H} = \frac{\mathrm{j}Qx}{1 + \mathrm{j}Q\left(x - \frac{1}{x}\right)} \qquad \text{avec} \qquad x = \frac{\omega}{\omega_0}\,.$$

3 - Déterminer la pente des asymptotes du diagramme de Bode en gain. Tracer qualitativement son allure en supposant que le facteur de qualité est tel que le circuit n'est pas résonant.

4 - Ce filtre peut-il avoir un comportement dérivateur ? intégrateur ?

Exercice 5 : Modélisation d'un récepteur radio

oral banque PT | 2 | 1

- *Fonction de transfert ;*
- *Caractéristiques d'un filtre, gabarit ;*
- *Bande passante.*

Un récepteur radio doit capter les signaux sur une gamme de fréquence allant de 150 à 300 kHz. Il peut être modélisé par un circuit RLC série avec $L = 1{,}15\,\mathrm{mH}$.

1 - Quel type de filtrage doit-il réaliser ? En déduire le dipôle aux bornes duquel la tension de sortie doit être mesurée.

2 - Établir la fonction de transfert du filtre.

3 - La fréquence de réception voulue s'obtient en modifiant la capacité du condensateur. Déterminer les valeurs de C répondant aux attentes.

4 - Le récepteur ne doit capter qu'une très fine bande de fréquence parmi l'ensemble. Sur quel paramètre jouer ?

Filtrage et analyse spectrale

Exercice 6 : Atténuateur différentiel 2 | 2 |

- *Fonction de tranfert ;*
- *Diagramme de Bode ;*
- *Comportement asymptotique d'un filtre ;*
- *Signal de sortie d'un filtre.*

On considère le filtre de la figure 3, qui atténue différemment les signaux en fonction de leur fréquence. On donne $R_1 = 100\,\mathrm{k}\Omega$.

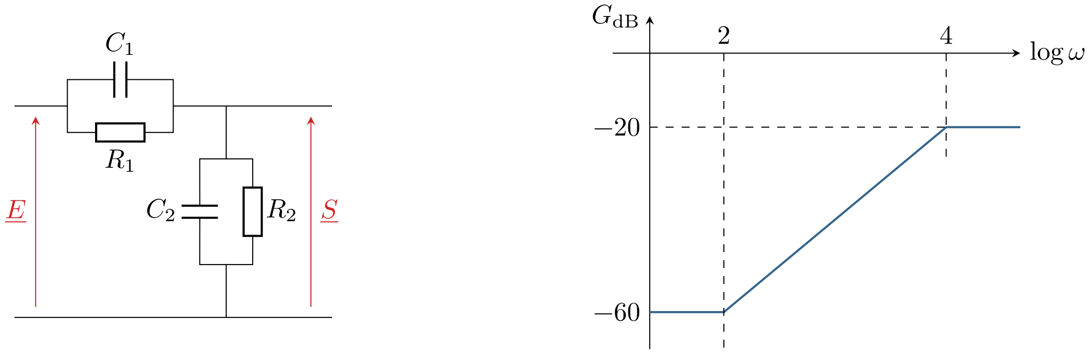


Figure 3 – Schéma et diagramme de Bode du filtre étudié.

1 - Établir la fonction de transfert du filtre.

2 - Justifier l'allure du diagramme de Bode, en particulier la pente dans la zone intermédiaire.

3 - Déterminer la valeur des composants.

4 - On envoie en entrée du filtre un signal à deux harmoniques de même amplitude A, de même phase initiale φ_0, et de pulsations respectives $\Omega = 50\,\mathrm{rad}\cdot\mathrm{s}^{-1}$ et $\Omega' = 10^6\,\mathrm{rad}\cdot\mathrm{s}^{-1}$. Déterminer le signal de sortie.

5 - Même question pour des harmoniques de pulsations $2\cdot10^3\,\mathrm{rad}\cdot\mathrm{s}^{-1}$ et $3\cdot10^3\,\mathrm{rad}\cdot\mathrm{s}^{-1}$.

Exercice 7 : Signal de sortie d'un filtre adapté oral banque PT | 2 | 2

- *Analyse de Fourier ;*
- *Diagramme de Bode ;*
- *Signal de sortie d'un filtre.*

La figure 4 représente les signaux d'entrée (voie 1) et de sortie (voie 2) d'un filtre acquis via un oscilloscope numérique. Le diagramme de Bode du filtre est représenté figure 5.

Données :

- décomposition en série de Fourier d'un signal quelconque de fréquence f :

$$v(t) = A_0 + \sum_{k=1}^{\infty} A_k \sin(2\pi k f t) + \sum_{k=1}^{\infty} B_k \cos(2\pi k f t)\,;$$

- spectre d'un signal créneau symétrique centré : $A_1 = 4A/\pi$ avec A l'amplitude du signal

$$A_0 = 0 \qquad A_k = \begin{cases} 0 & k \text{ pair} \\ A_1/k & k \text{ impair} \end{cases} \qquad \forall k,\ B_k = 0\,.$$

1 - Déterminer l'amplitude, la fréquence et la valeur moyenne du signal créneau.

2 - En raisonnant par parité, justifier que $B_k = 0$ pour le signal créneau représenté.

3 - Identifier la nature du filtre et donner sa fréquence propre f_0.

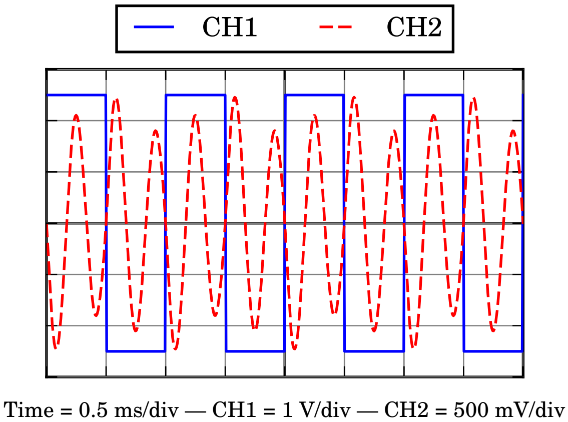


Figure 4 – **Copie d'écran d'oscilloscope.**

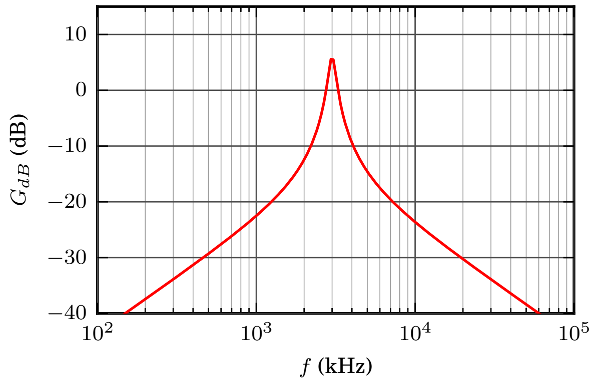


Figure 5 – **Diagramme de Bode du filtre.**

4 - Dans un premier temps, on fait l'approximation que le filtre ne transmet qu'une seule harmonique du signal d'entrée : le signal de sortie est une sinusoïde parfaite $v_s = V_{s,\max}\sin(\omega t + \varphi)$. D'après l'oscillogramme, donner l'amplitude et la fréquence de la sinusoïde ainsi modélisée. À quelle harmonique du signal d'entrée correspond-elle ?

5 - L'oscillogramme montre que cette approximation n'est pas très satisfaisante : il est nécessaire de prendre en compte au moins une seconde harmonique. Quelles sont les deux harmoniques qui pourraient potentiellement jouer ce rôle ?

6 - Déterminer graphiquement la fréquence de l'harmonique à considérer. Confirmer ce résultat en calculant à partir du diagramme de Bode le poids dans le signal de sortie des deux harmoniques envisageables.

7 - Justifier quantitativement que les autres harmoniques du signal de sortie sont négligeables.

8 - Représenter sur un même graphe et à l'échelle le spectre du signal d'entrée et celui du signal de sortie.

Exercice 8 : Filtre RLC

oral banque PT | 3 | 1

- *Fonction de transfert ;*
- *Diagramme de Bode ;*
- *Signal de sortie d'un filtre.*

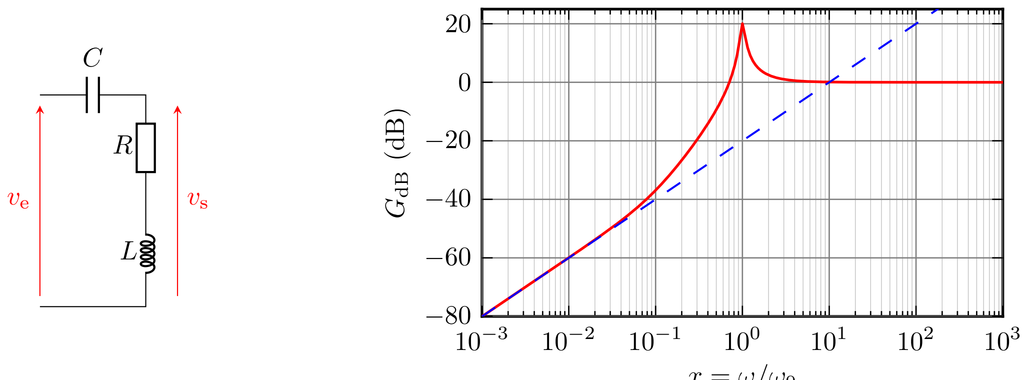


Figure 6 – **Schéma et diagramme de Bode asymptotique d'un filtre RLC.**

1 - Identifier sans calcul la nature du filtre du montage figure 6.

2 - Déterminer la fonction de transfert sous la forme

$$\underline{H} = \frac{\dfrac{\mathrm{j}x}{Q} - x^2}{1 + \dfrac{\mathrm{j}x}{Q} - x^2} \qquad \text{avec} \qquad x = \frac{\omega}{\omega_0}$$

Identifier la fréquence de résonance ω_0 et le facteur de qualité Q.

3 - On donne le diagramme de Bode du filtre figure 6. Expliquer les valeurs prises par la pente en haute et basse fréquence. Déterminer la valeur de Q.

4 - On met un signal triangulaire en entrée. Pour le même signal d'entrée mais pour deux valeurs différentes de R, on obtient un signal carré très atténué puis un signal formé d'une succession d'impulsions. Expliquer.

Exercice 9 : Conception d'un filtre de signaux acoustiques — 3 | 2

▷ *Diagramme de Bode.*

Un dispositif de traitement de signaux acoustiques nécessite la séparation de composantes sonores et ultrasonores. On souhaite éliminer les composantes ultrasonores : il faut donc réaliser un filtre passe-bas. Le cahier des charges du dispositif indique les caractéristiques suivantes :

- ▷ Fréquence de coupure $20\,\mathrm{kHz}$;
- ▷ Gain nominal $0\,\mathrm{dB}$;
- ▷ L'atténuation des fréquences comprises entre 0 et $20\,\mathrm{kHz}$ doit être inférieure à $3\,\mathrm{dB}$;
- ▷ L'atténuation des fréquences supérieures à $40\,\mathrm{kHz}$ doit être supérieure à $10\,\mathrm{dB}$.

1 - On appelle gabarit d'un filtre la traduction graphique sur le diagramme de Bode des contraintes imposées par le cahier des charges, c'est-à-dire une représentation du plan $(G_{\mathrm{dB}}, \log\omega)$ sur laquelle sont matérialisées les zones interdites du diagramme de Bode. Le représenter pour le filtre considéré.

2 - Le filtre le plus simple serait un passe-bas du premier ordre de fréquence de coupure $f_\mathrm{c} = 20\,\mathrm{kHz}$. On rappelle que la fonction de transfert d'un tel filtre s'écrit sous forme réduite

$$\underline{H}(x) = \frac{1}{1+\mathrm{j}x} \qquad \text{avec} \qquad x = \frac{f}{f_\mathrm{c}}$$

2.a **-** Rappeler ou retrouver la pente des asymptotes du diagramme de Bode en gain de ce filtre et calculer son gain à la fréquence de coupure.
2.b **-** Montrer qu'il ne peut satisfaire au cahier des charges imposé. Justifier qu'il est nécessaire d'utiliser un filtre d'ordre plus élevé.

3 - On se tourne alors vers un filtre passe-bas du second ordre de fonction de transfert

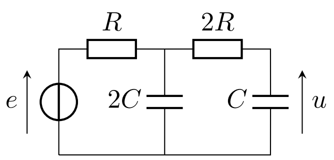
$$\underline{H}(x) = \frac{1}{1+\mathrm{j}\dfrac{x}{Q} - x^2}$$

3.a **-** Rappeler ou retrouver la pente des asymptotes du diagramme de Bode en gain de ce filtre. Peut-il satisfaire au cahier des charges imposé ?
3.b **-** Calculer le gain en décibel de ce filtre pour $f = f_\mathrm{c}$. En déduire les valeurs de Q permettant de satisfaire au cahier des charges.

Liens entre représentations temporelle et fréquentielle

Exercice 10 : Obtention d'une équation différentielle — 2 | 2

▷ *Lien entre représentations temporelle et fréquentielle.*



Montrer que la tension u est solution de l'équation différentielle

$$4\tau^2 \frac{\mathrm{d}^2 u}{\mathrm{d}t^2} + 5\tau \frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t} + u = e\,,$$

en posant $\tau = RC$. On pourra commencer par relier u à la tension aux bornes du condensateur $2C$, et on n'hésitera pas à regrouper les dipôles sous forme d'impédances équivalentes.

Exercice 11 : Mesure d'impédance par détection synchrone — 2 | 2

- ▷ *Fonction de transfert ;*
- ▷ *Signal de sortie d'un filtre ;*
- ▷ *Lien entre représentations temporelle et fréquentielle.*

On cherche à identifier un dipôle inconnu d'impédance $\underline{Z} = X + \mathrm{j}Y$, à l'aide du montage représenté figure 7 qui porte le nom de « montage de détection synchrone ».

Le bloc central est un multiplieur, dont l'impédance d'entrée est infinie (courants d'entrée nuls) et la tension de sortie proportionnelle aux deux tensions d'entrée : $v_3 = k\, v_1\, v_2$ avec k une constante connue. Les autres composants R_0, R_1 et C_1 sont connus. Le générateur impose un courant $i(t) = I_0 \cos(\omega t)$.

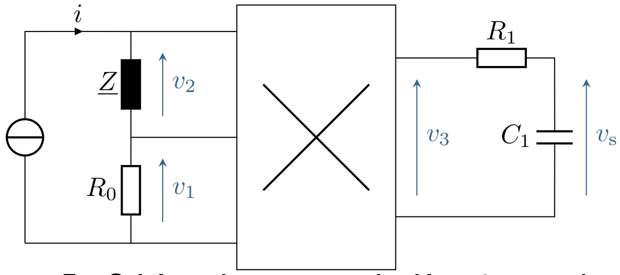


Figure 7 – Schéma du montage de détection synchrone.

1 - Quel type de filtre forme la cellule R_1, C_1 ? Rappeler les grandes utilités de ce type de filtre en traitement du signal (point de vue temporel). Déterminer sa fonction de transfert sous forme canonique et tracer son diagramme de Bode asymptotique.

2 - Exprimer $v_1(t)$ et $v_2(t)$ en fonction de R, X et Y.

3 - En déduire l'expression de $v_3(t)$ sous forme d'une somme de fonctions sinusoïdales et représenter qualitativement son spectre. Commenter.

4 - Déterminer une condition sur R_1 et C_1 pour que v_s soit quasiment constant. En déduire comment déterminer X.

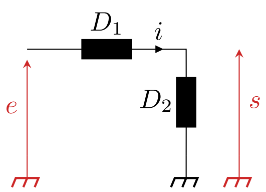
5 - On remplace R_0 par un condensateur C_0. Montrer que l'on peut trouver Y.

Problème ouvert

> *Un problème ouvert demande de l'initiative dans le raisonnement mené. Pour aborder un tel exercice, il peut notamment être utile de faire un schéma modèle, d'identifier et nommer les grandeurs pertinentes, de proposer des hypothèses simplificatrices, de décomposer le problème en des sous-problèmes simples, etc. Le candidat peut également être amené à proposer des valeurs numériques raisonnables pour les grandeurs manquantes ... et à l'inverse toutes les valeurs données ne sont pas forcément utiles. Le tout est évidemment à adapter à la situation proposée !*

Exercice 12 : Dipôles masqués — oral CCINP MP | 3 | 1

- ▷ *Problème ouvert.*



Avec un résistor, une bobine et un condensateur on réalise deux dipôles D_1 et D_2. En régime continu, on mesure $I = 1\,\mathrm{mA}$ pour $E = 3\,\mathrm{V}$. En régime sinusoïdal, le circuit présente un comportement passe-bande de fréquence de résonance $f_0 = 1\,\mathrm{kHz}$ et de bande passante $\Delta f = 200\,\mathrm{Hz}$.

Question : Identifier les dipôles et la valeur des composants utilisés.

Donnée : forme canonique de la fonction de transfert d'un filtre passe bande du second ordre :

$$\underline{H} = \frac{H_0}{1 + \mathrm{j}Q\left(x - \dfrac{1}{x}\right)} = \frac{\dfrac{\mathrm{j}x}{Q} H_0}{1 - x^2 + \dfrac{\mathrm{j}x}{Q}}$$