


# Retour sur les principes thermodynamiques

## Mise en pratique du cours

### Exercice 1 : Échauffement adiabatique d'un gaz par compression

💡 1 | ✂ 0 | Ⓜ

-  ▷ Travail d'une force ;  
▷ Premier principe.

1 Le système considéré est le gaz dans le piston. Comme la transformation est rapide, elle peut être considérée comme **adiabatique**. Aucune hypothèse n'est envisageable sur la température et la pression.

*Le temps caractéristique auquel comparer la durée de l'expérience est celui de la diffusion thermique au travers de la paroi du piston, cf. cours de PT sur la conduction thermique. Il s'agit d'un phénomène lent, de l'ordre de la minute au moins, soit bien plus que la durée de l'expérience. L'hypothèse d'adiabaticité est donc très bien vérifiée le temps de la compression.*

2 Par définition,

$$W_0 = \int_{z_I}^{z_F} \vec{F}_0 \cdot d\vec{M} = \int_{z_I}^{z_F} F_0 dz = F_0 h.$$

3 Il est évident que la pression change au cours de la transformation, le bilan doit donc forcément être écrit en terme d'énergie. On suppose la force de pression extérieure négligeable devant  $F_0$ .

*Il n'y a pas de force de pression intérieure à prendre en compte : comme son nom l'indique, c'est une force intérieure !*

Le bilan d'énergie interne s'écrit

$$\Delta U = \underset{\substack{\uparrow \\ \text{1er P}}}{F_0 h} = \underset{\substack{\uparrow \\ \text{Joule}}}{C_V (T_F - T_I)},$$

d'où on déduit finalement

$$T_F = T_I + \frac{F_0}{C_V} h.$$


La température du gaz augmente, alors qu'il n'a reçu aucun transfert thermique. Numériquement, en prenant  $T_I = 20^\circ\text{C}$  on trouve

$$T_F = 500^\circ\text{C},$$

ce qui est considérable et de l'ordre de la température d'auto-inflammation du coton.

### Exercice 2 : Mesure calorimétrique de l'enthalpie de fusion de l'eau

💡 2 | ✂ 1 | Ⓜ

-  ▷ Calorimétrie ;  
▷ Changement d'état.

1 Rappel de cours :



Un calorimètre est un récipient thermiquement isolé sur toutes ses parois, et dont le couvercle est simplement posé.

Les transformations dans un calorimètre sont donc supposées **adiabatiques** et **isobares**.

2 N.B. Les items correspondent exactement au schéma bilan donné au début du poly de cours.

- ▷ On raisonne sur un système composé de la masse  $m_0$  d'eau chaude et de la masse  $m_0$  d'eau à température ambiante.
- ▷ La transformation étant isobare, on réalise un bilan d'enthalpie.
- ▷ On cherche uniquement la température finale, donc on raisonne sur l'ensemble de la transformation.
- ▷ La transformation est adiabatique et sans travail, donc

$$\Delta H \underset{\substack{\uparrow \\ \text{1er P}}}{=} 0.$$

- ▷ Par additivité, l'enthalpie d'un système composé est égale à la somme des enthalpies des sous-systèmes, d'où on déduit que c'est également vrai pour les variations. Ainsi,

$$\Delta H \underset{\substack{\uparrow \\ \text{additivité}}}{=} \Delta H_{\text{eau chaude}} + \Delta H_{\text{eau froide}} \underset{\substack{\uparrow \\ \text{Joule}}}{=} m_0 c (T_{1,\text{th}} - T_{\text{ch}}) + m_0 c (T_{1,\text{th}} - T_{\text{amb}})$$

- ▷ Conclusion : par identification,

$$0 = m_0 c (T_{1,\text{th}} - T_{\text{ch}}) + m_0 c (T_{1,\text{th}} - T_{\text{amb}}) \quad \text{d'où} \quad \boxed{T_{1,\text{th}} = \frac{T_{\text{ch}} + T_{\text{amb}}}{2} = 35^\circ\text{C} .}$$

- 3** Le raisonnement est identique à la question précédente, si ce n'est qu'il faut cette fois inclure le calorimètre dans le système, en le supposant initialement à température ambiante. Le bilan enthalpique s'écrit désormais

$$\Delta H \underset{\substack{\uparrow \\ \text{1er P}}}{=} 0 \underset{\substack{\uparrow \\ \text{Joule}}}{=} \underbrace{m_0 c (T_1 - T_{\text{ch}})}_{\text{eau chaude}} + \underbrace{m_0 c (T_1 - T_{\text{amb}})}_{\text{eau froide}} + \underbrace{\mu c (T_1 - T_{\text{amb}})}_{\text{calorimètre}}$$

ce qui donne

$$\mu = - \frac{m_0 (T_1 - T_{\text{ch}}) + m_0 (T_1 - T_{\text{amb}})}{T_1 - T_{\text{amb}}} \quad \text{soit} \quad \boxed{\mu = \frac{T_{\text{ch}} + T_{\text{amb}} - 2T_1}{T_1 - T_{\text{amb}}} m_0 = 25 \text{ g} .}$$

- 4** Pour que le glaçon soit de façon certaine à  $0^\circ\text{C}$ , il faut qu'il soit directement extrait d'un système dans lequel les phases liquide et solide coexistent, d'où l'intérêt de le faire fondre partiellement. Le sécher est une précaution (traditionnelle mais peu utile en pratique) qui permet de garantir qu'on n'ajoute que de la glace, et pas du tout d'eau liquide, au contenu du calorimètre.

- 5** *N.B. Les items correspondent exactement au schéma bilan donné au début du poly de cours.*

- ▷ On raisonne sur un système composé de la masse équivalente d'eau  $2m_0 + \mu$  initialement à la température  $T_1$  et du glaçon de masse  $m$
- ▷ La transformation étant isobare, on réalise un bilan d'enthalpie.
- ▷ On ne s'intéresse qu'aux états initial et final, donc on raisonne sur l'ensemble de la transformation.
- ▷ La transformation est adiabatique et sans travail, donc

$$\Delta H \underset{\substack{\uparrow \\ \text{1er P}}}{=} 0.$$

- ▷ L'eau initialement liquide ne fait que se refroidir, alors que le glaçon fond puis se réchauffe. Par additivité de l'enthalpie,

$$\Delta H \underset{\substack{\uparrow \\ \text{transf}}}{=} \underbrace{(2m_0 + \mu)c(T_2 - T_1)}_{\text{eau+calo}} + \underbrace{m \Delta_{\text{fus}} h + mc(T_2 - T_{\text{fus}})}_{\text{glaçon}}$$


- ▷ Conclusion : par identification,

$$(2m_0 + \mu)c(T_2 - T_1) + m \Delta_{\text{fus}} h + mc(T_2 - T_{\text{fus}}) = 0$$

ce qui conduit à

$$\Delta_{\text{fus}} h = - \frac{mc(T_2 - T_{\text{fus}}) - (2m_0 + \mu)c(T_2 - T_1)}{m} = 3,3 \cdot 10^2 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} .$$

**Exercice 3 : Glacière thermoélectrique**

-  ▷ *Transitoire thermique ;*  
▷ *Loi d'Ohm thermique.*

**1** L'énoncé indique que le module Peltier *prélève* le flux  $\Phi_0 > 0$  à l'intérieur de la glacière, ce qui renseigne sur son algébrisation et son signe. En outre, il reçoit un flux de fuites  $\Phi_f > 0$  de la part de l'extérieur de la glacière, décrit par la loi d'Ohm thermique

$$\Phi_f = \frac{1}{R}(T_0 - T).$$

Le diagramme des échanges est le suivant :



**2** Procédons à un bilan d'enthalpie pour le contenu de la glacière en régime permanent. Raisonons sur une durée infinitésimale  $dt$  :

$$dH \underset{\substack{\uparrow \\ \text{1er P}}}{=} \Phi_f dt - \Phi_0 dt \underset{\substack{\uparrow \\ \text{RP}}}{=} 0$$

d'où on déduit en remplaçant

$$\frac{1}{R}(T_0 - T_{\text{lim}}) - \Phi_0 = 0 \quad \text{soit} \quad \boxed{T_{\text{lim}} = T_0 - R\Phi_0.}$$

**3** Le raisonnement est identique, si ce n'est que l'enthalpie varie. D'après la loi de Joule, on a

$$dH \underset{\substack{\uparrow \\ \text{1er P}}}{=} \frac{1}{R}(T_0 - T) dt - \Phi_0 dt \underset{\substack{\uparrow \\ \text{Joule}}}{=} mc dT,$$

et en divisant de part et d'autre par  $dt$  il vient

$$mc \frac{dT}{dt} = \frac{1}{R}(T_0 - T) - \Phi_0 \quad \text{soit} \quad \boxed{\frac{dT}{dt} + \frac{1}{mcR}T = \frac{1}{mcR}T_0 - \frac{\Phi_0}{mc}.}$$

On identifie alors le temps caractéristique


$$\boxed{\tau = mcR}$$

qui indique l'ordre de grandeur de la durée du régime transitoire.

*Écrire le bilan directement en termes de puissance est bien sûr possible, et exactement équivalent,*

$$\frac{dH}{dt} \underset{\substack{\uparrow \\ \text{1er P}}}{=} \frac{1}{R}(T_0 - T) - \Phi_0 \underset{\substack{\uparrow \\ \text{Joule}}}{=} mc \frac{dT}{dt}.$$

**Analyse de corrigés****Exercice 4 : De la glace qui fond**

-  ▷ *Changement d'état ;*  
▷ *Validation d'hypothèses.*

**Correction des questions d'analyse du corrigé**

**Question d'analyse 1** - La transformation s'effectue à l'air libre, dans lequel la pression est constante.

**Question d'analyse 2** - L'enthalpie est une fonction d'état, ce qui veut dire qu'elle ne dépend que de l'état actuel du système et pas du tout de la façon dont le système a été amené dans cet état. On peut donc calculer sa variation en raisonnant sur une transformation fictive ... tant qu'elle a le même état initial et le même état final que la transformation

réelle, la variation  $\Delta H$  sera la même !

**Question d'analyse 3** - Seules les énergies échangées avec l'extérieur apparaissent dans le premier principe, or le transfert thermique échangé entre l'eau et la glace est interne au système. C'est l'intérêt de raisonner sur tout le contenu du calorimètre : pas besoin de connaître ce transfert thermique interne pour mener le calcul à bien.

**Question d'analyse 4** - La coexistence entre deux phases ne peut avoir lieu qu'à une unique température, qui est « la » température de changement d'état.

**Question d'analyse 5** - La masse à faire apparaître est celle qui subit la transformation : ici, toute la masse  $m_{\text{liq}}$  refroidit, mais seule la masse  $xm_{\text{gl}}$  fond. Le reste de glace, de masse  $m_{\text{gl}} - xm_{\text{gl}} = (1 - x)m_{\text{gl}}$  reste à l'état solide à  $0^\circ\text{C}$ , son enthalpie ne varie donc pas au cours de la transformation.

**Question d'analyse 6** - Le paramètre  $x$  décrit la proportion de glace qui a fondu : trouver  $x < 0$  n'aurait aucun sens, pas plus que  $x > 1$ , ce qui voudrait dire que la masse de glace ayant fondu serait supérieure à la masse de glace initiale.

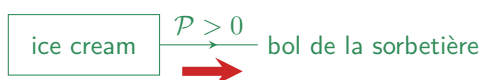
### Exercice 5 : Sorbet fait maison



- ▷ Transitoire thermique ;
- ▷ Changement d'état.

### Correction des questions d'analyse du corrigé

**Question d'analyse 1** - L'énoncé donne une expression pour  $\mathcal{P}$  qui est positive : on a évidemment  $T > T_0$ . Cela indique que le sens d'algèbrisation de  $\mathcal{P}$  est identique au sens réel de l'échange, dont on sait qu'il est glace  $\rightarrow$  bol.



**Question d'analyse 2** - La température  $T$  de la glace demeure constante tout au long du changement d'état, donc la puissance  $\mathcal{P} = \alpha(T - T_0)$  aussi.

**Question d'analyse 3** - La puissance  $\mathcal{P}$  est orientée conventionnellement du système vers son environnement.

**Question d'analyse 4** - Le changement d'état est une solidification, réciproque d'une fusion, les enthalpies de changement d'état sont donc opposées l'une de l'autre.

**Question d'analyse 5** - Intuitivement, plus il y a de glace, plus la fusion prend du temps : cohérent avec l'expression où  $\Delta t_{\text{fus}}$  est une fonction croissante de  $m$ . Intuitivement, plus la sorbetière est froide, plus la fusion est rapide : cohérent avec l'expression où  $T_{\text{fus}} - T_0$  augmente, donc  $\Delta t_{\text{fus}}$  diminue, lorsque  $T_0$  diminue.

**Question d'analyse 6** - Dans cette deuxième phase, la glace est totalement solidifiée et ne fait que changer de température. C'est donc la loi de Joule, et plus l'enthalpie de changement d'état, qui intervient dans sa variation d'enthalpie.

**Question d'analyse 7** - La condition initiale correspond à la fin de la solidification : la glace est alors totalement solide, mais sa température est toujours égale à la température de fusion, elle n'a pas encore eu le temps de refroidir davantage.

## Transformations finies

### Exercice 6 : Condenseur d'une pompe à chaleur



- ▷ Changement d'état.

- Considérons un système fermé constitué de la masse  $m' = 1,5 \cdot 10^3$  kg d'eau traversant le condenseur en une heure et de la masse  $m$  de R410a correspondante.
- Les évolutions des deux fluides étant isobares, on peut raisonner en enthalpie, et procéder à un bilan sur la totalité de la transformation.
- Les transferts thermiques entre les deux fluides sont internes au système, et n'apparaissent donc pas dans le premier principe. Il n'y a pas d'échange thermique avec l'environnement, et l'évolution se fait sans échange de travail.

(un échangeur ne contient pas de pièce mobile, cf. cours de thermodynamique industrielle à venir). Par conséquent,

$$\Delta H \underset{\substack{\uparrow \\ \text{1er P}}}{=} 0.$$

- Au cours de la transformation,
  - ▷ le fluide caloporteur subit une transformation en trois temps :
    - il se refroidit de  $T_e$  à  $T_{\text{vap}}$  en restant à l'état de vapeur ;
    - puis il se liquéfie en restant à la température  $T_{\text{vap}}$  ;
    - et enfin il se refroidit de  $T_{\text{vap}}$  à  $T_s$  en étant liquide.
  - ▷ l'eau se réchauffe de  $T'_e$  à  $T'_s$  en demeurant à l'état liquide.

On en déduit une deuxième expression de la variation d'enthalpie,

$$\Delta H \underset{\substack{\uparrow \\ \text{transf}}}{=} \underbrace{m c_{\text{vap}}(T_{\text{vap}} - T_e) - m \Delta_{\text{vap}} h + m c_{\text{liq}}(T_s - T_{\text{liq}})}_{\text{fluide caloporteur}} + \underbrace{m' c'(T'_s - T'_e)}_{\text{eau}}$$

- On peut alors identifier les deux expressions et conclure,

$$\Delta H \underset{\substack{\uparrow \\ \text{transf}}}{=} m (c_{\text{vap}}(T_{\text{vap}} - T_e) - \Delta_{\text{vap}} h + c_{\text{liq}}(T_s - T_{\text{liq}})) + m' c'(T'_s - T'_e) \underset{\substack{\uparrow \\ \text{1er P}}}{=} 0$$

ce qui conduit à

$$m = \frac{m' c'(T'_s - T'_e)}{\Delta_{\text{vap}} h + c_{\text{vap}}(T_e - T_{\text{vap}}) + c_{\text{liq}}(T_{\text{liq}} - T_s)} = 305 \text{ kg}.$$

En pratique, le fluide caloporteur parcourt un circuit fermé : il n'y a donc qu'une dizaine de kg de fluide dans la machine, mais ils traversent l'échangeur plusieurs fois par heure. Une approche plus « propre » de ces systèmes sera abordée dans le cours de thermodynamique industrielle.

## Exercice 7 : Cycle de Lenoir



- ▷ Gaz parfait ;
- ▷ Premier principe.

- 1 La description du cycle donne le volume et la pression au point ③ :

$$V_3 = 2V_1 \quad \text{et} \quad P_3 = P_1.$$

et comme le système est fermé on en déduit

$$T_3 = \frac{P_3 V_3}{n_0 R} = \frac{P_3 V_3}{P_1 V_1} T_1 = 2T_1.$$

La description indique  $V_2 = V_1$  et  $T_2 = T_3 = 2T_1$ . La pression  $P_2$  se déduit ensuite de l'équation d'état,

$$P_2 = \frac{n_0 R T_2}{V_2} = \frac{V_1 T_2}{V_2 T_1} P_1 = \frac{T_3}{T_1} P_1 = 2P_1.$$

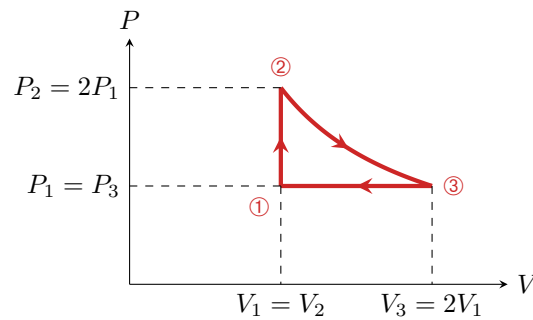
On en conclut finalement :

$$\left\{ \begin{array}{l} P_2 = 2P_1 \\ V_2 = V_1 \\ T_2 = 2T_1 \end{array} \right. \quad \text{et} \quad \left\{ \begin{array}{l} P_3 = P_1 \\ V_3 = 2V_1 \\ T_3 = 2T_1 \end{array} \right.$$

*Il n'est pas toujours possible de déterminer aussi simplement les coordonnées des points du cycle. Il est parfois nécessaire de faire intervenir également le premier principe et/ou les lois de Laplace, en particulier lorsque les transformations sont adiabatiques.*

- 2 D'après l'équation d'état des gaz parfait, pour une transformation du mélange isotherme à la température  $T = T_0 = \text{cte}$ ,

$$PV = n_0 R T_0 \quad \text{d'où} \quad P = \frac{n_0 R T_0}{V} = \text{cte}.$$



**Figure 1 – Représentation du cycle de Lenoir dans le diagramme de Watt.**

Une isotherme d'un gaz parfait dans le diagramme de Watt est donc une hyperbole. Le cycle est représenté figure 1.

**3** Procédons à un bilan d'énergie interne au cours de l'étape 1-2,

$$\Delta U = \underset{\substack{\uparrow \\ \text{1er P}}}{Q_{\text{expl}}} + \underbrace{0}_{\substack{\text{iso-V} \\ \text{GP}}} = \frac{n_0 R}{\gamma - 1} (T_2 - T_1) \quad \text{soit} \quad Q_{\text{expl}} = \frac{n_0 R}{\gamma - 1} (2T_1 - T_1) = \frac{n_0 R}{\gamma - 1} T_1$$

et en réutilisant l'équation d'état d'un gaz parfait

$$Q_{\text{expl}} = \frac{P_1 V_1}{\gamma - 1}.$$

**4** Rappel de cours :



Le travail reçu par un gaz lors d'une transformation infinitésimale s'écrit  $\delta W_P = -P_{\text{ext}} dV$ , avec  $P_{\text{ext}}$  la pression apparente exercée sur le gaz par son environnement extérieur et  $dV$  la variation infinitésimale de volume.

**Attention !** La signification de  $P_{\text{ext}}$  recèle de multiples pièges ! En particulier, ce n'est pas toujours, loin de là, la pression atmosphérique.

- ▷ D'après le principe des actions réciproques appliquée aux parois mobiles du système, elle est toujours égale à la pression du système lui-même ... mais ce n'est pas forcément la bonne façon de l'exprimer !
- ▷ En effet, lorsque la transformation est brutale le système est complètement hors équilibre donc sa pression n'est pas uniforme, donc mal définie, donc incalculable. Il faut alors exprimer  $P_{\text{ext}}$  en listant les actions mécaniques exercées sur le système via les parties mobiles des parois (pistons, etc.) : pression atmosphérique, mais aussi éventuellement masse de ces parties mobiles si elles ne sont pas négligées, voire d'autres forces encore.
- ▷ De manière pragmatique, si l'énoncé ne mentionne rien alors c'est qu'il faut considérer  $P_{\text{ext}} = P$  dans le calcul de  $\delta W_P$  ... et au contraire s'il mentionne (de manière directe ou indirecte) des forces exercées sur le piston, c'est qu'il faut les prendre en compte dans  $P_{\text{ext}}$ .

Le travail **fourni** est l'opposé du travail reçu et vaut donc

$$\begin{aligned} W_m &= + \int_{1 \rightarrow 2} P dV + \int_{2 \rightarrow 3} P dV + \int_{3 \rightarrow 1} P dV \\ &= 0 + \int_{V_2}^{V_3} \frac{n_0 R T_2}{V} dV + \int_{3 \rightarrow 1} P_1 dV \\ &= n_0 R T_2 \int_{V_2}^{V_3} \frac{dV}{V} + P_1 \int_{V_3}^{V_1} dV \\ &= n_0 R T_2 \ln \frac{V_3}{V_2} + P_1 (V_1 - V_3) \\ &= 2n_0 R T_1 \ln 2 - P_1 V_1 \end{aligned}$$

et en utilisant une dernière fois l'équation d'état des gaz parfaits,

$$W_m = (2 \ln 2 - 1) P_1 V_1.$$

Attention à orienter le cycle correctement, et à prendre les bornes des intégrales dans le bon sens. En particulier, la transformation  $3 \rightarrow 1$  demande d'intégrer entre  $V_3$  et  $V_1$ .

5 On obtient directement

$$\eta = (\gamma - 1)(2 \ln 2 - 1).$$

### Exercice 8 : Modèle de Mûzer d'une centrale solaire à concentration



▷ Machine thermique.

1 Notons  $\mathcal{P}_0$  la puissance totale rayonnée par le Soleil. D'après la loi de Stefan-Boltzmann, le Soleil étant sphérique,

$$\mathcal{P}_0 = \sigma T_S^4 \times 4\pi R_S^2.$$

Au niveau de la Terre, cette puissance s'est « étalée » dans l'espace et se trouve répartie sur une sphère de rayon  $d$ . Par conséquent,

$$\phi_S = \frac{\mathcal{P}_0}{4\pi d^2} \quad \text{soit} \quad \phi_S = \frac{R_S^2}{d^2} \sigma T_S^4.$$

2 Raisonnons sur une durée  $\Delta t$ . L'énergie solaire reçue par l'absorbeur pendant cette durée vaut

$$Q_S = \phi_S \times S \times \Delta t = \frac{R_S^2}{d^2} \sigma T_S^4 S \Delta t.$$

L'énergie rayonnée par l'absorbeur vaut quant à elle

$$Q_{\text{ray}} = \sigma T_{\text{abs}}^4 \times S \times \Delta t.$$

Ainsi, l'énergie  $Q_c$  cédée par l'absorbeur au fluide caloporteur vaut

$$Q_c = Q_S - Q_{\text{ray}} = \sigma \left( \frac{R_S^2}{d^2} T_S^4 - T_{\text{abs}}^4 \right) S \Delta t.$$

Ce résultat se montre rigoureusement par un bilan d'énergie de l'absorbeur en régime permanent :

$$\Delta U_{\text{abs}} = \underset{\substack{\uparrow \\ \text{1er P}}}{Q_S} - Q_{\text{ray}} - \underset{\substack{\uparrow \\ \text{RP}}}{Q_c} = 0$$

... mais on peut aussi considérer qu'il est complètement évident !

En fin de compte, on en déduit

$$\frac{Q_c}{Q_S} = \frac{\sigma \left( \frac{R_S^2}{d^2} T_S^4 - T_{\text{abs}}^4 \right) S \Delta t}{\frac{R_S^2}{d^2} \sigma T_S^4 S \Delta t} \quad \text{soit} \quad \frac{Q_c}{Q_S} = 1 - \frac{d^2}{R_S^2} \frac{T_{\text{abs}}^4}{T_S^4}.$$

3 Question traditionnelle sur les machines thermiques ... mais attention ici aux notations, et surtout aux orientations des échanges énergétiques. Le premier principe s'écrit

$$\Delta U_{\text{flu}} = \underset{\substack{\uparrow \\ \text{1er P}}}{Q_c} - W - \underset{\substack{\uparrow \\ \text{cycle}}}{Q_{\text{ext}}} = 0$$

et le second principe donne

$$\Delta S_{\text{flu}} = \underset{\substack{\uparrow \\ \text{2nd P}}}{\frac{Q_c}{T_{\text{abs}}}} - \frac{Q_{\text{ext}}}{T_{\text{ext}}} + S_{\text{créée}} = 0.$$

4 L'installation a pour rôle de convertir l'énergie solaire en travail mécanique pour faire tourner l'alternateur, ce qui justifie la définition. La conversion réalisée par l'absorbeur est évidemment essentielle physiquement, mais n'est pas la finalité de la machine de Mûzer, c'est pourquoi  $\eta \neq W/Q_c$ .

D'après le bilan d'entropie au cours du cycle,

$$\frac{Q_c}{T_{\text{abs}}} - \frac{Q_{\text{ext}}}{T_{\text{ext}}} = -S_{\text{créée}} \leq 0,$$

et avec le bilan énergétique il vient

$$Q_{\text{ext}} = Q_c - W.$$

En combinant,

$$\begin{aligned} \frac{Q_c}{T_{\text{abs}}} - \frac{Q_c - W}{T_{\text{ext}}} &\leq 0 \\ \left( \frac{1}{T_{\text{abs}}} - \frac{1}{T_{\text{ext}}} \right) Q_c + \frac{W}{T_{\text{ext}}} &\leq 0 \\ \frac{T_{\text{ext}} - T_{\text{abs}}}{T_{\text{abs}} T_{\text{ext}}} Q_c + \frac{W}{T_{\text{ext}}} &\leq 0 \\ \frac{W}{Q_c} &\leq \frac{T_{\text{abs}} - T_{\text{ext}}}{T_{\text{abs}}} \end{aligned}$$

On retrouve ici l'équivalent du rendement de Carnot d'un moteur ditherme,

$$\eta_{\text{Carnot}} = 1 - \frac{T_f}{T_c} = \frac{T_c - T_f}{T_c}.$$

Réutilisons maintenant la question 2 pour faire apparaître la définition du rendement,

$$\eta = \frac{W}{Q_c} \times \frac{Q_c}{Q_S} \leq \left( \frac{T_{\text{abs}} - T_{\text{ext}}}{T_{\text{abs}}} \right) \times \left( 1 - \frac{d^2}{R_S^2} \frac{T_{\text{abs}}^4}{T_S^4} \right)$$

ce qui correspond bien au résultat demandé,

$$\eta = \frac{W}{Q_S} \leq \left( 1 - \frac{T_{\text{ext}}}{T_{\text{abs}}} \right) \left( 1 - \frac{d^2}{R_S^2} \frac{T_{\text{abs}}^4}{T_S^4} \right).$$

**5** Les valeurs obtenues sont au maximum de l'ordre de 7% là où une centrale thermique traditionnelle a un rendement de l'ordre de 30% et des panneaux photovoltaïques de l'ordre de 20%. Cette version « naïve » du solaire thermodynamique est donc **très peu efficace**.

Pour interpréter les annulations, on peut constater mathématiquement que  $\eta$  est un produit de deux termes dont chacun peut s'annuler une fois, il est donc logique de retrouver deux racines. Physiquement, on comprend que la température de l'absorbeur ne peut pas être trop faible : si elle devenait inférieure à la température de l'environnement, l'absorbeur ne pourrait plus être la source chaude de la machine de Mûzer. Réciproquement, si la température de l'absorbeur devenait trop élevée, alors il rayonnerait tellement qu'il ne pourrait plus transmettre aucune énergie au fluide caloporteur.

**6** En reprenant le calcul de la question 2, la surface intervenant dans  $Q'_S$  est désormais  $S'$  alors que l'expression de  $Q_{\text{ray}}$  est inchangée. Alors,

$$\frac{Q_c}{Q'_S} = 1 - \frac{S}{S'} \frac{d^2}{R_S^2} \frac{T_{\text{abs}}^4}{T_S^4}$$

La partie thermodynamique est évidemment insensible au changement de surface apparente de l'absorbeur, et on obtient en fin de compte

$$\eta' \leq \left( 1 - \frac{T_{\text{ext}}}{T_{\text{abs}}} \right) \left( 1 - \frac{1}{C} \frac{d^2}{R_S^2} \frac{T_{\text{abs}}^4}{T_S^4} \right).$$

**7** En concentrant suffisamment la lumière, le solaire thermodynamique à concentration permet d'obtenir d'excellents rendements, qui peuvent dépasser les standards traditionnels.

*Cependant, les dispositifs de concentration entraînent de multiples contraintes pas toujours simples à satisfaire. La principale concerne l'alignement optique des systèmes : la lumière doit être concentrée précisément sur l'absorbeur, tout décalage pouvant entraîner une chute drastique du rendement. Cela implique que les miroirs puissent suivre la course du Soleil dans le ciel, ajoutant des dispositifs mécaniques et de motorisation qui complexifient l'installation.*



**Exercice 9 : Bilan d'entropie**

oral banque PT | 💡 2 | ✂️ 2



- ▷ Changement d'état ;
- ▷ Second principe.

Le litre d'eau à température ambiante a évidemment pour masse  $m = 1$  kg.

- 1 On raisonne sur une transformation où l'eau atteint sa température d'ébullition et se vaporise. Ainsi,

$$\Delta S_{\text{eau}} = mc \ln \frac{T_{\text{éb}}}{T_0} + m \Delta_{\text{vap}} s = mc \ln \frac{T_{\text{éb}}}{T_0} + m \frac{\Delta_{\text{vap}} h}{T_{\text{éb}}} = 7,07 \text{ kJ} \cdot \text{K}^{-1}.$$

Comme le thermostat évolue de façon réversible, sa variation d'entropie est égale à l'entropie échangée entre les deux systèmes. Commençons par calculer le transfert thermique  $Q$  reçu par l'eau au cours de la transformation. Un bilan d'enthalpie donne

$$\Delta H_{\text{eau}} = 0 + \underset{\substack{\uparrow \\ \text{1er ppe}}}{Q} = \underset{\substack{\uparrow \\ \text{transf}}}{mc(T_{\text{éb}} - T_0)} + m \Delta_{\text{vap}} h.$$

L'entropie cédée par le thermostat et reçue par l'eau vaut donc

$$S_{\text{éch}} = \frac{Q}{T_{\text{éb}}} = \frac{mc(T_{\text{éb}} - T_0) + m \Delta_{\text{vap}} h}{T_{\text{éb}}}$$

d'où on déduit la variation d'entropie du thermostat, égale à  $-S_{\text{éch}}$  car il évolue de manière réversible,

$$\Delta S_{\text{thst}} = mc \left( \frac{T_0}{T_{\text{éb}}} - 1 \right) - m \frac{\Delta_{\text{vap}} h}{T_{\text{éb}}} = -6,96 \text{ kJ} \cdot \text{K}^{-1}.$$

*Il est logique de trouver  $\Delta S_{\text{thst}} < 0$  car le thermostat est de température supérieure à l'eau, donc lui cède un transfert thermique, donc de l'entropie, sans qu'il ne s'en crée dans le thermostat qui est réversible.*

Enfin, l'entropie créée l'est uniquement dans l'eau et vaut

$$S_{\text{créée}} = \Delta S_{\text{eau}} - S_{\text{éch}} \quad \text{soit} \quad S_{\text{créée}} = mc \ln \frac{T_{\text{éb}}}{T_0} - \frac{mc(T_{\text{éb}} - T_0)}{T_{\text{éb}}}$$

soit en factorisant

$$S_{\text{créée}} = mc \left[ -\ln \frac{T_0}{T_{\text{éb}}} + \frac{T_0}{T_{\text{éb}}} - 1 \right] = 0,113 \text{ kJ} \cdot \text{K}^{-1}.$$

*En utilisant l'inégalité de convexité  $\ln x \leq 1 - x$ , on peut vérifier que  $S_{\text{créée}} > 0$  quelles que soient les températures car  $c > 0$  (ou on montre ainsi que  $c$  doit être positif).*

*On peut aussi remarquer que le changement d'état n'intervient pas dans la création d'entropie : ce n'est pas un hasard, un changement d'état isotherme est une transformation réversible.*

- 2 Notons  $T_1$  la température du thermostat intermédiaire. La méthode est alors identique.

• **Variation d'entropie de l'eau :** L'état initial et final de l'eau étant le même qu'à la question précédente, la variation d'entropie est la même,

$$\Delta S_{\text{eau}} = mc \ln \frac{T_{\text{éb}}}{T_0} + m \Delta_{\text{vap}} s = mc \ln \frac{T_{\text{éb}}}{T_0} + m \frac{\Delta_{\text{vap}} h}{T_{\text{éb}}} = 7,07 \text{ kJ} \cdot \text{K}^{-1}.$$

• **Variation d'entropie de chaque thermostat :**

Bilan d'enthalpie au cours du contact avec le premier thermostat ( $Q_1$  reçu par l'eau) :

$$\Delta H_1 = 0 + \underset{\substack{\uparrow \\ \text{1er ppe}}}{Q_1} = \underset{\substack{\uparrow \\ \text{Joule}}}{mc(T_1 - T_0)}$$

d'où on déduit l'entropie échangée reçue par l'eau,

$$S_{\text{éch},1} = \frac{Q_1}{T_1} = \frac{mc(T_1 - T_0)}{T_1} = mc \left( 1 - \frac{T_0}{T_1} \right),$$

puis la variation d'entropie du thermostat 1 :

$$\Delta S_1 = -S_{\text{éch},1} = mc \left( \frac{T_0}{T_1} - 1 \right) = -0,502 \text{ kJ} \cdot \text{K}^{-1}.$$

Bilan d'enthalpie au cours du contact avec le second thermostat :

$$\Delta H_2 = \underset{\substack{\uparrow \\ \text{1er ppe}}}{0} + \underset{\substack{\uparrow \\ \text{transf}}}{Q_2} = mc(T_{\text{éb}} - T_1) + m \Delta_{\text{vap}} h.$$

L'entropie cédée par le thermostat et reçue par l'eau vaut donc

$$S_{\text{éch},2} = \frac{Q_2}{T_{\text{éb}}} = \frac{mc(T_{\text{éb}} - T_1) + m \Delta_{\text{vap}} h}{T_{\text{éb}}}$$

d'où on déduit la variation d'entropie du thermostat 2,

$$\Delta S_2 = mc \left( \frac{T_1}{T_{\text{éb}}} - 1 \right) - m \frac{\Delta_{\text{vap}} h}{T_{\text{éb}}} = -6,51 \text{ kJ} \cdot \text{K}^{-1}.$$

• **Entropie créée** : Il n'y a création d'entropie que dans l'eau, d'où

$$S_{\text{créée}} = \Delta S_{\text{eau}} - S_{\text{éch},1} - S_{\text{éch},2} \quad \text{soit} \quad S_{\text{créée}} = mc \ln \frac{T_{\text{éb}}}{T_0} + mc \left( \frac{T_0}{T_1} - 1 \right) + mc \left( \frac{T_1}{T_{\text{éb}}} - 1 \right) = 0,059 \text{ kJ} \cdot \text{K}^{-1}.$$

On constate que l'entropie créée est très inférieure dans la deuxième transformation : l'utilisation du thermostat intermédiaire permet de limiter les inhomogénéités de température dans l'eau, qui sont source d'irréversibilité.

### Exercice 10 : Masse posée sur un piston

oral banque PT | 💡 2 | ✂ 2



▷ Bilan d'entropie ;

▷ Approche de la réversibilité.

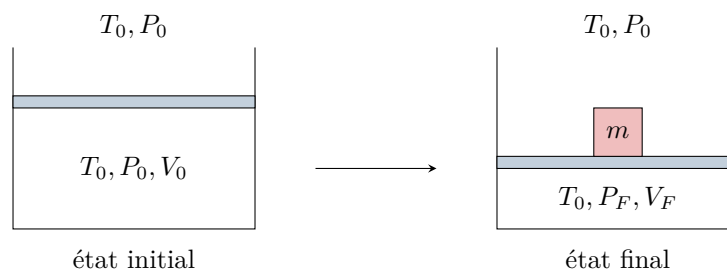


Figure 2 – Schéma de principe de la transformation.

1] L'enceinte est diatherme, donc

$$T_F = T_I = T_0.$$

La condition d'équilibre mécanique du piston (surface  $S$ , masse négligée) dans l'état initial et final donne

$$P_I S = P_0 S \quad \text{et} \quad P_F S = P_0 S + mg$$

d'où on déduit

$$P_F = P_0 + \frac{mg}{S}.$$

Enfin, l'équation d'état donne

$$V_F = \frac{nRT_0}{P_0 + \frac{mg}{S}} = \frac{P_0 V_0}{P_0 + \frac{mg}{S}} \quad \text{soit} \quad V_F = \frac{1}{1 + \frac{mg}{P_0 S}} V_0.$$

2] • **Calcul du transfert thermique** : On raisonne sur un système constitué du gaz contenu dans l'enceinte et du piston, en procédant à un bilan d'énergie interne.

▷ *Travail échangé* : Le système est soumis à la pression extérieure  $P_0$  et à la force exercée par la masse  $m$ , qui peut s'interpréter comme un surplus de pression  $mg/S$ . Ainsi, le système est soumis à une pression apparente

$$P_{\text{app}} = P_0 + \frac{mg}{S}$$

qui demeure constante. Le travail reçu par le système vaut donc

$$W_1 = - \int_{I\!F} P_{\text{app}} dV = - \left( P_0 + \frac{mg}{S} \right) (V_F - V_I).$$

▷ *Bilan d'énergie interne* :

$$\Delta U_1 \underset{\substack{\uparrow \\ \text{1er P}}}{=} W_1 + Q_1 \underset{\substack{\uparrow \\ \text{Joule}}}{=} (C_{\text{piston}} + C_{\text{gaz}}) \Delta T = 0.$$

On en déduit

$$\begin{aligned} Q_1 &= \left( P_0 + \frac{mg}{S} \right) (V_F - V_I) \\ &= \left( P_0 + \frac{mg}{S} \right) nRT_0 \left( \frac{1}{P_0 + \frac{mg}{S}} - \frac{1}{P_0} \right) \\ &= \left( P_0 + \frac{mg}{S} \right) nRT_0 \left( \frac{-mg/S}{\left( P_0 + \frac{mg}{S} \right) P_0} \right) \end{aligned}$$

$$\boxed{Q_1 = - \frac{nRT_0}{P_0} \frac{mg}{S}.}$$

\*\*\* **Attention !** Comme le système n'est pas à l'équilibre mécanique dans l'état initial, il est impossible de procéder à un bilan d'enthalpie, et indispensable de passer par un bilan d'énergie interne.

• **Calcul de l'entropie créée** : par additivité,

$$\Delta S_1 = \Delta S_{\text{gaz}} + \Delta S_{\text{piston}}.$$

Comme  $T_F = T_I$  alors  $\Delta S_{\text{piston}} = 0$  (le piston est un solide, donc son entropie ne dépend que de la température), donc

$$\Delta S_1 = \frac{\gamma nR}{\gamma - 1} \underbrace{\ln \frac{T_F}{T_I}}_{=0} - nR \ln \frac{P_F}{P_I} = -nR \ln \left( 1 + \frac{mg}{P_0 S} \right).$$

Le bilan d'entropie s'écrit

$$\Delta S_1 \underset{\substack{\uparrow \\ \text{2nd P}}}{=} \frac{Q_1}{T_0} + S_{\text{créée}} \underset{\substack{\uparrow \\ \text{GP}}}{=} -nR \ln \left( 1 + \frac{mg}{P_0 S} \right)$$

On en déduit l'entropie créée,

$$\boxed{S_{c1} = nR \left( \frac{mg}{P_0 S} - \ln \left( 1 + \frac{mg}{P_0 S} \right) \right)}.$$

**3** Dans le cas où la transformation est réalisée en  $N \gg 1$  étapes, une masse  $m/N \rightarrow 0$  est ajoutée à chaque étape. La transformation est donc monotherme et quasi-statique, ce qui permet de la supposer isotherme :  $T = T_0$  tout au long de la transformation. L'état initial et l'état final étant les mêmes que précédemment,

$$\Delta U_\infty = \Delta U_1 = 0 \quad \text{et} \quad \Delta S_\infty = \Delta S_1 = -nR \ln \left( 1 + \frac{mg}{P_0 S} \right).$$

En revanche, la transformation étant réalisée différemment, le travail et le transfert thermique reçus par le gaz ne sont plus les mêmes. La transformation est suffisamment lente pour être mécaniquement réversible, donc  $P_{\text{ext}} = P$

$$W_\infty = - \int P_{\text{ext}} dV = - \int P dV = - \int \frac{nRT_0}{V} dV = -nRT_0 \ln \frac{V_F}{V_0}.$$

En reprenant l'expression de  $V_F$  établie à la première question, il vient

$$W_\infty = +nRT_0 \ln \left( 1 + \frac{mg}{P_0 S} \right) \quad \text{donc} \quad Q_\infty = -nRT_0 \ln \left( 1 + \frac{mg}{P_0 S} \right).$$

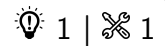
En fin de compte,

$$S_{c\infty} = \Delta S_\infty - \frac{Q_\infty}{T_0} = 0.$$

La transformation devient réversible lorsqu'elle est réalisée suffisamment lentement.

## Transitoires thermiques

### Exercice 11 : Chauffage isobare d'un gaz parfait



▷ *Transitoire thermique.*

1 Le gaz est chauffé par effet Joule avec une puissance  $RI^2$ . Appliquons le premier principe au gaz entre les instants  $t$  et  $t + dt$ . La transformation est isobare avec  $p = p_0$  ( $p$  pression du gaz) grâce au piston libre de coulisser, ce qui permet de travailler en enthalpie. Le bilan d'enthalpie s'écrit

$$dH \underset{\substack{\uparrow \\ \text{1er P}}}{=} RI^2 dt \underset{\substack{\uparrow \\ \text{GP}}}{=} C_P dT .$$

d'où on déduit

$$\frac{dT}{dt} = \frac{RI^2}{C_P}$$

et en utilisant l'expression de  $R(T)$  on obtient l'équation différentielle

$$\frac{dT}{dt} = \frac{R_0 I^2}{C_P T_0} T = \frac{T}{\tau} \quad \text{avec} \quad \tau = \frac{C_P T_0}{R_0 I^2} .$$

Cette équation s'intègre en

$$T(t) = A e^{+t/\tau} ,$$

et à l'instant initial

$$T(0) \underset{\substack{\uparrow \\ \text{CI}}}{=} T_0 \underset{\substack{\uparrow \\ \text{sol}}}{=} A$$

d'où on déduit finalement

$$T(t) = T_0 e^{+t/\tau} .$$

*Si on écrit l'équation différentielle sous forme canonique, on constate que les deux préfacteurs sont de signe différents : le système est instable (cf. chapitre sur les systèmes linéaires), il est donc logique de trouver une solution divergente.*

2 On en déduit

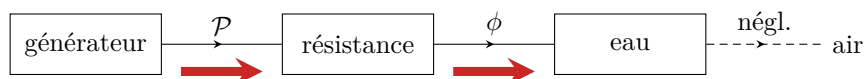
$$V(t) = \frac{nRT(t)}{p_0} = \frac{nRT_0}{p_0} e^{+t/\tau} \quad \text{soit} \quad V(t) = V_0 e^{+t/\tau} .$$

### Exercice 12 : Chauffage par une bouilloire



▷ *Choix du système thermodynamique ;*  
▷ *Transitoire thermique.*

Commençons par un diagramme des échanges, figure 3. La puissance Joule est fournie à la résistance par un générateur. L'énoncé n'en parlant pas, on néglige la capacité thermique de la bouilloire (qui jouerait un rôle analogue à la masse équivalente en eau d'un calorimètre) et les échanges thermiques avec l'air extérieur à la bouilloire, ce qui revient à considérer la bouilloire calorifugée.



**Figure 3 – Diagramme des échanges.** Les flèches rouges épaisses indiquent le sens réel des échanges thermiques, les flèches noires fines leur algébrisation.

1 Supposons que toute la puissance reçue par la bouilloire est dissipée par effet Joule. Ainsi,

$$\mathcal{P} = \frac{U^2}{R} = UI \quad \text{d'où} \quad \begin{cases} R = \frac{\mathcal{P}}{U^2} = 26 \Omega \\ I = \frac{\mathcal{P}}{U} = 8,7 \text{ A} \end{cases}$$

2 Raisonons pendant une durée infinitésimale  $dt$ . Le bilan d'enthalpie pour la résistance s'écrit

$$dH_r = \underset{\substack{\uparrow \\ \text{1er P}}}{\mathcal{P}} dt - \underset{\substack{\uparrow \\ \text{Joule}}}{\phi} dt = C_r dT_r \quad \text{donc} \quad \boxed{C_r \frac{dT_r}{dt} = \mathcal{P} - K(T_r - T)}.$$

Réciproquement, le bilan d'enthalpie pour l'eau donne

$$dH_{\text{eau}} = \underset{\substack{\uparrow \\ \text{1er P}}}{\phi} dt = \underset{\substack{\uparrow \\ \text{Joule}}}{mc} dT \quad \text{donc} \quad \boxed{mc \frac{dT}{dt} = K(T_r - T)}$$

3 Divisons ces deux équations par les capacités thermiques et soustrayons-les :

$$\begin{cases} \frac{dT_r}{dt} = \frac{\mathcal{P}}{C_r} - \frac{K}{C_r}(T_r - T) \\ \frac{dT}{dt} = \frac{K}{mc}(T_r - T) \end{cases} \quad \text{d'où} \quad \frac{d}{dt}(T_r - T) = \frac{\mathcal{P}}{C_r} - \left( \frac{K}{C_r} + \frac{K}{mc} \right) (T_r - T).$$

Réorganiser les termes conduit au résultat cherché,

$$\boxed{\frac{d}{dt}(T_r - T) + \frac{K}{C_r} \left( 1 + \frac{C_r}{mc} \right) (T_r - T) = \frac{\mathcal{P}}{C_r}}.$$

4 Cette équation différentielle permet d'identifier un temps caractéristique  $\tau$  tel que

$$\frac{1}{\tau} = \frac{K}{C_r} \left( 1 + \frac{C_r}{mc} \right) \simeq \frac{K}{C_r} \quad \text{soit} \quad \tau = \frac{C_r}{K} = 5 \cdot 10^{-2} \text{ s}.$$

La durée de l'expérience étant très supérieure à  $\tau$ , il est tout à fait légitime de considérer le régime permanent atteint du point de vue de l'écart de température entre l'eau et le fil. Dans cette limite, l'écart de température est tel que

$$0 + \frac{K}{\underbrace{\mathcal{C}_r}_{\simeq 1}} \left( 1 + \frac{C_r}{mc} \right) (T_r - T) = \frac{\mathcal{P}}{\mathcal{C}_r} \quad \text{donc} \quad \boxed{T_r - T = \frac{\mathcal{P}}{K}}.$$

5 Repartons de l'équation différentielle vérifiée par la température de l'eau,

$$mc \frac{dT}{dt} = K(T_r - T) = K \times \frac{\mathcal{P}}{K} = \mathcal{P}.$$

La température de l'eau suit donc une loi d'évolution affine,

$$\boxed{T(t) = T(0) + \frac{\mathcal{P}}{mc} t}.$$

On constate que cette loi est en bon accord avec l'évolution constatée expérimentalement entre 30 et 180 s. Aux temps courts, la température varie peu : comme le chauffage ne se fait qu'au niveau de la résistance, on peut imaginer qu'il faille un certain temps à la température pour s'uniformiser par convection, là où notre modèle la suppose uniforme à tout instant. Le second palier aux temps longs est plus difficile à expliquer, j'imagine qu'il peut sans doute être dû au dégazage des gaz contenus dans l'eau ( $\text{CO}_2$  principalement) à une température inférieure à la température d'ébullition ... ou bien tout simplement à un défaut dans la réalisation de l'expérience.

6 Lorsque l'eau passe de  $T_0 = 19^\circ\text{C}$  à  $T_{\text{réf}} = 90^\circ\text{C}$ , elle reçoit une énergie de chauffage  $Q = mc(T_{\text{réf}} - T_0)$ . Cela prend 190 s. Ainsi,

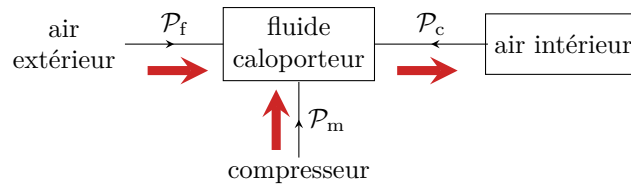
$$\eta = \frac{mc(T_{\text{réf}} - T_0)}{\mathcal{P} \Delta t} = 0,78.$$

L'énergie perdue est d'une part cédée à l'environnement extérieur, la bouilloire n'étant pas parfaitement calorifugée, et sert d'autre part à chauffer la résistance et la bouilloire, dont les capacités thermiques ne sont pas nulles.

**Exercice 13 : Chauffage par une pompe à chaleur**

- ▷ Transitoire thermique;
- ▷ Machine thermique.

Une difficulté importante de l'exercice vient du fait qu'il faut raisonner alternativement sur deux systèmes différents : le fluide caloporteur et l'air intérieur de la maison. Dans un tel cas, pour bien poser les notations et éviter des erreurs de signes, rien ne vaut un beau diagramme des échanges, voir figure 4, qui a toute sa place sur une copie ou sur un tableau en colle et à l'oral.



**Figure 4 – Diagramme des échanges de la PAC.** Les flèches noires indiquent l'orientation conventionnelle des échanges énergétiques, les flèches rouges leur sens réel.

**1** Comme la PAC fonctionne en régime permanent, alors l'énergie totale du fluide caloporteur est constante. Le bilan d'énergie interne du fluide caloporteur s'écrit donc

$$dU_{\text{flu}} \underset{\substack{\uparrow \\ \text{1er P}}}{=} \mathcal{P}_f dt + \mathcal{P}_c dt + \mathcal{P}_m dt \underset{\substack{\uparrow \\ \text{RP}}}{=} 0 \quad \text{d'où} \quad \boxed{\mathcal{P}_f + \mathcal{P}_c + \mathcal{P}_m = 0.} \quad (1)$$

Par ailleurs, comme le fluide évolue de manière réversible, il n'y a pas de création d'entropie. Le bilan d'entropie s'écrit donc

$$dS \underset{\substack{\uparrow \\ \text{2nd P}}}{=} \frac{\mathcal{P}_c dt}{T_c} + \frac{\mathcal{P}_f dt}{T_f} + \delta S_c \underset{\substack{\uparrow \\ \text{RP}}}{=} 0 \quad \text{d'où} \quad \boxed{\frac{\mathcal{P}_c}{T_c} + \frac{\mathcal{P}_f}{T_f} = 0.} \quad (2)$$

**2** Au cours d'une évolution infinitésimale, l'intérieur de la maison cède au fluide caloporteur le transfert thermique infinitésimal  $-\mathcal{P}_c dt$ . Le bilan d'énergie interne de l'intérieur de la maison s'écrit donc

$$dU_{\text{maï}} \underset{\substack{\uparrow \\ \text{1er P}}}{=} -\mathcal{P}_c dt \underset{\substack{\uparrow \\ \text{Joule}}}{=} C dT_c, \quad \text{soit} \quad \boxed{\frac{dT_c}{dt} = -\frac{\mathcal{P}_c}{C}.} \quad (3)$$

**3** D'après la relation (2),

$$\mathcal{P}_f = -\frac{T_f}{T_c} \mathcal{P}_c,$$

donc en injectant dans la relation (1)

$$\left(1 - \frac{T_f}{T_c}\right) \mathcal{P}_c + \mathcal{P}_m = 0 \quad \text{d'où} \quad \mathcal{P}_c = -\frac{\mathcal{P}_m}{C(1 - T_f/T_c)}$$

ce qui conduit avec la relation (3) au résultat attendu,

$$\boxed{\left(1 - \frac{T_f}{T_c}\right) \frac{dT_c}{dt} = \frac{\mathcal{P}_m}{C}.}$$

**4** Par séparation des variables,

$$dT_c - T_f \frac{dT_c}{T_c} = \frac{\mathcal{P}_m}{C} dt \quad \text{soit} \quad \int_{T_0}^{T_0+\Delta T} dT_c - T_f \int_{T_0}^{T_0+\Delta T} \frac{dT_c}{T_c} = \frac{\mathcal{P}_m}{C} \int_0^\tau dt$$

ce qui donne en procédant aux intégrations


$$\Delta T - T_f \ln \frac{T_0 + \Delta T}{T_0} = \frac{\mathcal{P}_m}{C} \tau$$

et ainsi

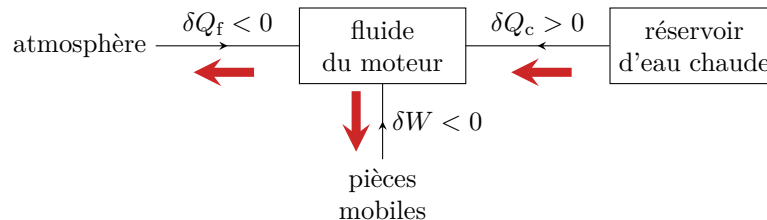
$$\boxed{\tau = \frac{C}{\mathcal{P}_m} \left[ \Delta T - T_f \ln \left( 1 + \frac{\Delta T}{T_0} \right) \right].}$$

**Exercice 14 : Moteur avec pseudo-source**

oral banque PT | 💡 2 | ✂️ 2

- 
 ▷ Transformations infinitésimale ;  
 ▷ Moteur ditherme.

Une difficulté importante de l'exercice vient du fait qu'il faut raisonner alternativement sur deux systèmes différents : le fluide caloporteur au sein du moteur et le réservoir d'eau chaude. Dans un tel cas, pour bien poser les notations et éviter des erreurs de signes, rien ne vaut un beau diagramme des échanges, voir figure 5, qui a toute sa place sur une copie ou sur un tableau en colle et à l'oral.



**Figure 5 – Diagramme des échanges du moteur.** Les flèches noires indiquent l'orientation conventionnelle des échanges énergétiques, les flèches rouges leur sens réel. Le diagramme est ici représenté pour une transformation infinitésimale.

1 Le rendement d'un moteur est défini par

$$\eta = -\frac{W}{Q_c}.$$

Les deux principes de la thermodynamique appliqués à une portion de fluide caloporteur pendant un cycle complet donnent

$$\Delta U = W + Q_c + Q_f = 0 \quad \text{et} \quad \Delta S = \frac{Q_c}{T_c} + \frac{Q_f}{T_f} + \underbrace{S_{cr}}_{\text{rév cycle}} = 0.$$

Ainsi,

$$\frac{Q_c}{T_c} + \frac{-Q_c - W}{T_f} = 0 \quad \text{soit} \quad \left(\frac{1}{T_c} - \frac{1}{T_f}\right) Q_c - \frac{W}{T_f} = 0 \quad \text{et} \quad \left(\frac{T_f}{T_c} - 1\right) Q_c - W = 0$$

d'où on déduit finalement

$$\eta_{\text{rév}} = 1 - \frac{T_f}{T_c}.$$

2 Un bilan d'énergie appliqué au réservoir d'eau chaude pendant le cycle infinitésimal s'écrit

$$dU_c \underset{\substack{\uparrow \\ \text{1er P}}}{=} -\delta Q_c \underset{\substack{\uparrow \\ \text{Joule}}}{=} mc dT_c \quad \text{soit} \quad \boxed{\delta Q_c = -mc dT_c}.$$

Le transfert thermique  $\delta Q_c$  est reçu par le moteur, donc cédé par la source chaude, d'où le signe  $\ominus$ . La cohérence des signes est un bon test de vraisemblance : le moteur reçoit de l'énergie, donc  $\delta Q_c > 0$ , car la température du réservoir baisse, soit  $dT_c < 0$ .

Le travail  $\delta W'$  fourni par le moteur lors du cycle infinitésimal se déduit du rendement ... en changeant le signe car  $\delta W'$  est fourni :

$$\delta W' = +\eta_{\text{rév}} \delta Q_c \quad \text{soit} \quad \boxed{\delta W' = -\left(1 - \frac{T_f}{T_c}\right) mc dT_c}.$$

3 Le moteur s'arrête de fonctionner lorsque les deux sources sont à la même température, auquel cas le rendement s'annule et le moteur ne peut plus fournir de travail. Le travail total fourni s'obtient par sommation,

$$\begin{aligned} W'_{\text{tot}} &= \int_{T_c=T_0}^{T_c=T_f} \delta W' \\ &= -mc \int_{T_0}^{T_f} \left(1 - \frac{T_f}{T_c}\right) dT_c \\ &= -mc(T_f - T_0) + mc T_f \ln \frac{T_f}{T_0} \end{aligned}$$

$$\boxed{W_{\text{tot}} = mc \left(T_0 - T_f - T_f \ln \frac{T_0}{T_f}\right) = 3,9 \cdot 10^4 \text{ J.}}$$

4 Le théorème de l'énergie mécanique appliquée à la masse soulevée s'écrit

$$\Delta E_m = W_{\text{tot}} \quad \text{soit} \quad m'g \Delta z = W_{\text{tot}}$$

en négligeant les variations d'énergie cinétique. On a donc


$$\Delta z = \frac{mc}{m'g} \left( T_0 - T_f - T_f \ln \frac{T_0}{T_f} \right) = 390 \text{ m.}$$

C'est une valeur énorme, qui montre bien que les variations d'énergie interne sont très importantes comparativement aux variations d'énergie mécanique ... ce qui justifie d'ailleurs de les négliger la plupart du temps dans l'application du premier principe y compris aux systèmes en mouvement.

## Problème ouvert

### Exercice 15 : Combien de glaçons dans le jus de fruits ?

💡 3 | ✂ 1

 ▷ *Problème ouvert ;*  
▷ *Changement d'état.*

Solution à rédiger.

Idée : transformation classique isobare avec fonte totale des glaçons et refroidissement du liquide. Les calculs ne posent pas de difficulté, par contre il faut expliciter les hypothèses (en particulier discuter les transferts thermiques avec l'air environnant qu'on néglige abusivement) et estimer numériquement la masse d'un glaçon et la masse de jus de fruit qu'on met dans un verre.