



# Amplificateur linéaire intégré

## Plan du cours

<b>I</b>	<b>Amplificateur linéaire intégré</b>	<b>2</b>
I.A	Le composant . . . . .	2
I.B	Régimes linéaire et de saturation. . . . .	3
I.C	Modèle de l'ALI idéal de gain infini . . . . .	4
<b>II</b>	<b>Exemples de montages à ALI en régime linéaire</b>	<b>5</b>
II.A	Suiveur . . . . .	5
II.B	Amplificateur non inverseur . . . . .	6
II.C	Amplificateur inverseur . . . . .	7
II.D	Intégrateur . . . . .	8
<b>III</b>	<b>Exemples de montages à ALI en régime de saturation</b>	<b>10</b>
III.A	Comparateur simple . . . . .	10
III.B	Comparateur à hystérésis non-inverseur. . . . .	12
<b>IV</b>	<b>Comportement dynamique de l'ALI</b>	<b>13</b>
IV.A	Modèle de l'ALI idéal du premier ordre . . . . .	13
IV.B	Rétroaction et régime de fonctionnement . . . . .	14
IV.C	Produit gain x bande passante . . . . .	17
IV.D	Vitesse de balayage . . . . .	17
<b>V</b>	<b>Synthèse : quelle méthode pour quel montage ?</b>	<b>17</b>
V.A	Régime linéaire vs. régime de saturation . . . . .	17
V.B	Loi des nœuds en potentiel vs. pont diviseur de tension . . . . .	18

## Au programme

Extrait du programme officiel : partie 2 « Électronique », bloc 2 « Rétroaction ».

Cette partie illustre quelques propriétés relatives à la rétroaction sur l'exemple de l'amplificateur linéaire intégré. L'étude des circuits est strictement limitée à des situations pouvant être facilement abordées avec les outils introduits en première année (loi des mailles, loi des nœuds, diviseur de tension). La vitesse limite de balayage de l'ALI est évoquée en TP afin d'identifier les distorsions harmoniques traduisant un comportement non-linéaire du système étudié. Les limitations associées aux courants de polarisation et à la tension de décalage ne sont pas étudiées.

Notions et contenus	Capacités exigibles
Modèle de l'ALI défini par des courants de polarisation nuls, une résistance de sortie nulle, une fonction de transfert du premier ordre en régime linéaire, une saturation de la tension de sortie.	Citer les hypothèses du modèle et les ordres de grandeur du gain différentiel statique et du temps de réponse. Modéliser un ALI fonctionnant en régime linéaire à l'aide d'un schéma bloc.
Limites du modèle : vitesse limite de balayage, saturation du courant de sortie.	<b>Détecter, dans un montage à ALI, les manifestations de la vitesse limite de balayage et de la saturation du courant de sortie.</b>
Montages amplificateur non-inverseur et comparateur à hystérésis.	Analyser la stabilité du régime linéaire. Établir la conservation du produit gain × bande passante du montage non-inverseur.

Notions et contenus	Capacités exigibles
ALI idéal de gain infini en régime linéaire.	<p>Identifier la présence d'une rétroaction sur la borne inverseuse comme un indice de fonctionnement en régime linéaire.</p> <p>Établir la relation entrée-sortie des montages non inverseur, suiveur, inverseur, intégrateur. Déterminer les impédances d'entrée de ces montages.</p> <p>Expliquer l'intérêt de réaliser des filtres de tension de forte impédance d'entrée et de faible impédance de sortie pour garantir leur fonctionnement lors de mises en cascades.</p>
ALI idéal de gain infini en régime saturé.	<p>Établir la relation entrée-sortie du comparateur simple.</p> <p>Associer pour une entrée sinusoïdale, le caractère non-linéaire du système et la génération d'harmoniques en sortie.</p> <p>Établir le cycle d'un comparateur à hystérésis.</p> <p>Définir le phénomène d'hystérésis en relation avec la notion de mémoire.</p>

En **gras**, les points devant faire l'objet d'une approche expérimentale.

## Ces cinq dernières années au concours

- ▷ Écrit : épreuve A 2021, 2022 et 2024 ; épreuve de modélisation 2022.
- ▷ Oral : très souvent.

Ce chapitre vise un double objectif :

- ▷ d'une part, introduire un nouveau composant qui va permettre de réaliser des circuits électriques beaucoup plus riches qu'avec les seuls dipôles connus jusqu'à présent ;
- ▷ d'autre part, analyser sur des exemples l'influence de la rétroaction sur la stabilité d'un montage, en lien avec le cours d'automatique de SI.

## I - Amplificateur linéaire intégré

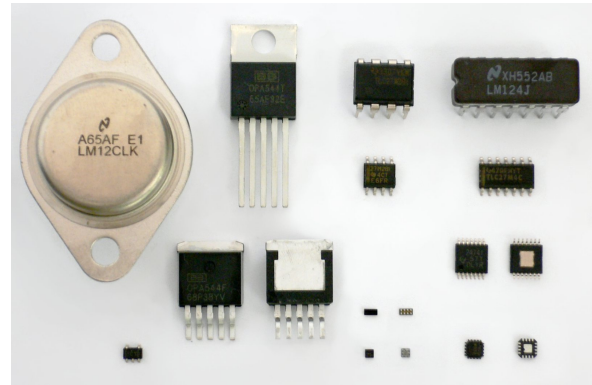
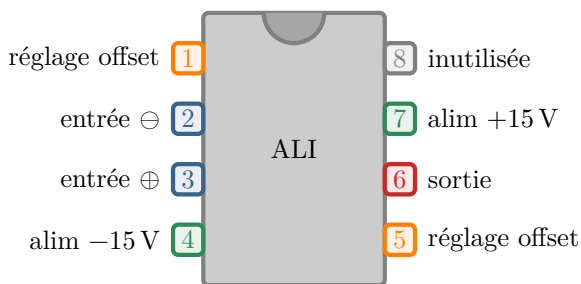
### I.A - Le composant

Un ALI est un composant à deux entrées dites **non inverseuse**  $\oplus$  et **inverseuse**  $\ominus$ , qui nécessite d'être alimenté par une source de tension symétrique  $\pm 15\text{ V}$ . Il s'agit d'un **circuit intégré**, c'est-à-dire qu'il contient d'autres composants élémentaires (résistances, condensateurs, transistors). Le schéma du circuit intégré dépend du modèle d'ALI utilisé, et est donné dans la fiche technique (« datasheet ») du composant.

**Autres noms usuels** : amplificateur opérationnel, « ampli op », AO, AOp, etc.

**Remarque culturelle** : Les ALI ont été développés dans les années 1940-1950 pour réaliser des opérations mathématiques dans les calculateurs analogiques : addition, intégration, etc. Certains exemples seront présentés dans ce cours et en TD. Le coût unitaire s'élevait à l'époque à une vingtaine de dollars, il n'est aujourd'hui que de quelques centimes.

- **Un ALI vu de l'extérieur**



- **Représentation conventionnelle**

Seules trois bornes sont représentées : les deux entrées et la sortie. L'alimentation continue n'est jamais représentée ... mais il ne faut pas l'oublier lorsque l'on branche un ALI!

Faire les deux schémas en carré et en triangle. Définir  $\varepsilon$ .

Espace 1

🔴🔴🔴 **Attention !** Il faut absolument distinguer les deux bornes d'entrée qui jouent des rôles très différents.

## I.B - Régimes linéaire et de saturation

- **Saturation en tension**

La tension de sortie de l'ALI ne peut pas sortir d'un intervalle  $[-V_{\text{sat}}; +V_{\text{sat}}]$ . On distingue alors deux régimes de fonctionnement :

- ▷ si  $v_s = \pm V_{\text{sat}}$  : **régime de saturation** (en tension), la tension de sortie ne peut plus évoluer même si l'entrée évolue, la relation entrée-sortie n'est donc plus linéaire;
- ▷ si  $-V_{\text{sat}} < v_s < +V_{\text{sat}}$  : **régime linéaire** (sous réserve que le courant le permette), la tension de sortie du montage est reliée à la tension d'entrée par une relation linéaire, ce qui permet d'utiliser tout l'attrail mathématique des SLCI.

✂ Pour un ALI usuel : la tension de saturation est légèrement inférieure à la tension d'alimentation, typiquement 13 V, mais on considère souvent dans les exercices  $V_{\text{sat}} = 15 \text{ V}$ .

- **Influence des rétroactions**

On appelle **boucle de rétroaction** ou **chaîne de retour** un dispositif par lequel le signal de sortie d'un système affecte le signal d'entrée. Le système est alors dit **bouclé**. Ici, cela consiste à relier la borne de sortie de l'ALI par un dipôle ou une association de dipôles à l'une ou l'autre des bornes d'entrée. La rétroaction est dite **négative** si elle se fait sur l'entrée  $\ominus$  et **positive** si elle a lieu sur l'entrée  $\oplus$ .

**Remarque :** La notion de rétroaction se voit naturellement en électronique, mais est en fait beaucoup plus générale. Par exemple, le système climatique terrestre est soumis à de nombreuses rétroactions.

On admet les résultats suivants :

- ▷ Aucune rétroaction : régime de saturation
- ▷ Une unique rétroaction négative : régime linéaire (si tension d'entrée pas trop grande)
- ▷ Une unique rétroaction positive : régime de saturation
- ▷ Deux rétroactions  $\oplus$  et  $\ominus$  : impossible de savoir a priori



• **Saturation en courant**

L'intensité de sortie de l'ALI est également limitée : elle ne peut pas sortir d'un intervalle  $[-i_{sat}; +i_{sat}]$

- ▷ si  $-i_{sat} < i_s < +i_{sat}$ , l'ALI peut fonctionner en régime linéaire sous réserve que la tension le permette;
- ▷ si  $i_s = \pm i_{sat}$ , l'ALI est **saturé en courant** et la relation entrée-sortie n'est plus linéaire ... mais attention  $v_s \neq V_{sat}$  a priori.

En pratique, dans les montages usuels, la saturation en courant est nettement moins contraignante que la saturation en tension.

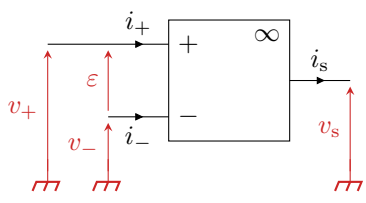
✂ Pour un ALI usuel :  $i_{sat} \simeq 40 \text{ mA}$ .

**I.C - Modèle de l'ALI idéal de gain infini**

Le modèle de l'ALI idéal de gain infini est un premier modèle de comportement de l'ALI, qui permet d'étudier un très grand nombre de montages. Sauf mention contraire, c'est ce modèle qui est implicitement utilisé dans tous les exercices.

R!

**Modèle de l'ALI idéal de gain infini :**

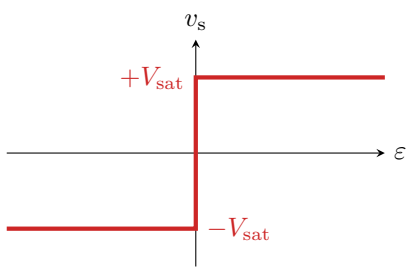


- ▷ les courants d'entrée  $i_+$  et  $i_-$  sont nuls;
- ▷ le courant de sortie  $i_s$  et la tension de sortie  $v_s$  sont indépendants;
- ▷ tension de sortie limitée à  $|v_s| \leq V_{sat} \lesssim 15 \text{ V}$  et saturation au delà;
- ▷ courant de sortie limité à  $|i_s| \leq i_{sat} \simeq 40 \text{ mA}$  et saturation au delà;

Relation entrée-sortie :

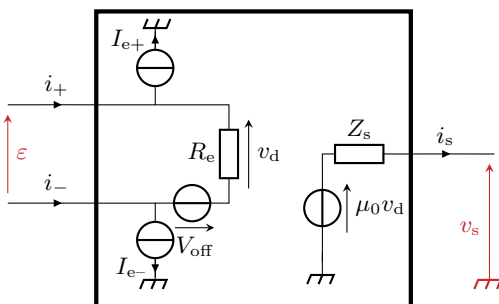
- ▷ régime linéaire  $\iff \varepsilon = 0$ ;
- ▷ saturation haute  $v_s = +V_{sat} \iff \varepsilon > 0$ ;
- ▷ saturation basse  $v_s = -V_{sat} \iff \varepsilon < 0$ .

La **caractéristique statique** en est une représentation graphique.



⚠ ⚠ ⚠ **Attention !** Ne pas confondre le modèle de l'ALI idéal avec le fonctionnement linéaire : un ALI idéal peut fonctionner en régime de saturation, de même qu'un ALI « réel » peut fonctionner en régime linéaire.

► **Pour approfondir :** L'étude plus détaillée du circuit intégré de l'ALI permet de ramener un ALI réel en régime permanent au schéma équivalent ci-dessous. Attention, il s'agit d'un schéma *équivalent* (« tout se passe comme si »), pas du circuit intégré réel.



Ce modèle équivalent traduit d'abord que les courants d'entrée de l'ALI  $i_+$  et  $i_-$  ne sont pas nuls. D'une part, les deux entrées de l'ALI absorbent (ou émettent) chacune un courant continu  $I_{e+}$  et  $I_{e-}$ . La moyenne de ces deux courants est appelée courant de polarisation (bias current), leur différence courant de décalage (offset current). D'autre part, les deux entrées apparaissent reliées par une résistance  $Z_e$  appelée impédance d'entrée. Le modèle d'ALI idéal suppose que le courant de biais et le courant de décalage sont nuls (de l'ordre du nA en pratique), et l'impédance d'entrée infinie (de l'ordre de  $10^9$  voire  $10^{12} \Omega$  en pratique). Ces hypothèses sont parfaitement valables en pratique.

Par ailleurs, le modèle équivalent montre que la tension de sortie  $v_s$  n'est pas directement commandée par  $\varepsilon$ , mais par la tension  $v_d$ , qui diffère de  $\varepsilon$  par la tension de décalage (offset voltage)  $V_{off}$ . Le modèle d'ALI idéal suppose cette tension de décalage nulle. Cette hypothèse est la plus épineuse, puisque  $V_{off}$  est en réalité de l'ordre de quelques mV, ce qui n'est pas toujours négligeable. Nous aurons l'occasion de le constater en TP.

Enfin, le modèle équivalent traduit que la tension de sortie  $v_s$  est directement reliée à la tension d'entrée multipliée par un gain statique  $\mu_0$ , de l'ordre de  $10^6$ . Le régime linéaire  $|v_s| < V_{sat}$  peut donc être atteint pour un intervalle  $\varepsilon \in [-V_{sat}/\mu_0, +V_{sat}/\mu_0]$ , voir paragraphe IV.A, et pas seulement pour  $\varepsilon = 0$ . Le bruit électronique rend cet écart impossible à observer en pratique. Notons également qu'on trouve ici l'origine du nom « gain infini ». De plus, la tension de sortie dépend priori du courant de sortie  $v_s$  à cause de l'impédance de sortie  $Z_s$  :  $v_s = \mu_0 v_d - Z_s i_s$ . Supposer qu'ils sont indépendants revient à considérer que l'impédance de sortie est nulle. En pratique, l'impédance de sortie d'un ALI n'a rien de nul puisqu'elle est de l'ordre de la centaine d'ohms ... mais en présence de rétroaction elle apparaît divisée par le gain statique  $\mu_0$ , ce qui légitime sans difficulté l'hypothèse.

Notons enfin que ce modèle équivalent ne renseigne que sur le comportement *statique* de l'ALI ... une étude dynamique nécessite d'enrichir ce modèle équivalent. ■

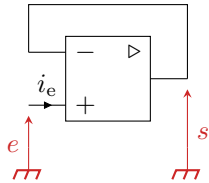
## II - Exemples de montages à ALI en régime linéaire

Tous les montages de ce paragraphe ne comptent qu'un ALI en régime linéaire, donc **on sait que**

$$\varepsilon = 0 \quad \text{soit} \quad v_+ = v_-$$

**Attention !** Ne pas confondre la tension d'entrée du montage  $e$  avec la tension  $\varepsilon = v_+ - v_-$ .

### II.A - Suiveur



- Régime de fonctionnement de l'ALI

une unique rétroaction négative donc régime linéaire probable

Espace 2

- Relation entrée-sortie

$v_- = s$  et  $v_+ = e$  donc  $\varepsilon = v_+ - v_- = s - e = 0$ , d'où on déduit  $s = e$  ... mais qu'est-ce qu'on a fabriqué?!?



Espace 3

- Impédance d'entrée

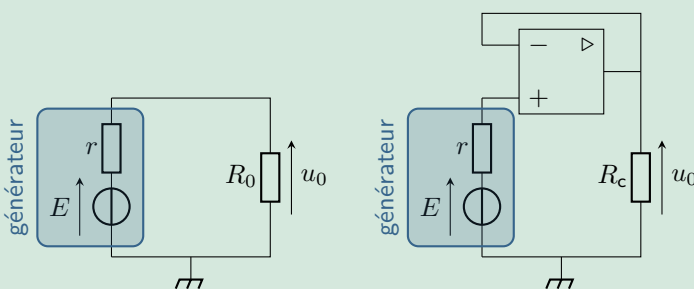
On appelle **impédance d'entrée** d'un montage le rapport entre la tension et le courant d'entrée lorsqu'il est en sortie ouverte, c'est-à-dire que la sortie n'est aux bornes d'aucun dipôle.

$$Z_e = \frac{e}{i_e}$$

Pour le suiveur : ALI idéal donc  $i_e = 0$  donc  $Z_e = +\infty$ .

- Intérêt d'un montage suiveur

#### Application 1 : Intérêt d'un montage suiveur



Considérons la situation ci-dessous où l'on cherche à alimenter une charge de résistance  $R_c$  avec un générateur de fém  $E$  et de résistance interne  $r$ . Exprimer la tension  $u_0$  aux bornes de la charge avec et sans suiveur. Conclure sur l'intérêt du montage.

▷ Sans suiveur,  $r$  et  $R_c$  forment un pont diviseur de tension donc  $u_0 = \frac{R_c}{r + R_c} E < E$

la charge n'est pas soumise à la tension qu'on voudrait lui imposer, surtout si la charge est faible.

En présence du suiveur,  $u_0$  est directement la tension de sortie et comme aucun courant ne circule dans la branche du générateur alors  $e = E$  donc  $u_0 = E$ .

Espace 4

Ajouter un montage suiveur peut également avoir un intérêt en sortie d'un filtre : si un étage de faible résistance d'entrée est placé en sortie du filtre, alors il affecte la fonction de transfert, de façon parfois très notable, cf. TP sur le filtrage d'un extrait sonore.

↪ plus largement, un montage suiveur permet de dissocier la commande (générateur) et l'apport de puissance (via l'ALI et son alimentation).

### • Courant de masse

Dans l'exemple précédent, la tension aux bornes de la résistance  $R_c$  est non nulle, donc un courant la traverse ... alors qu'aucun courant ne traverse le générateur et  $r$  car l'ALI est idéal!

↪

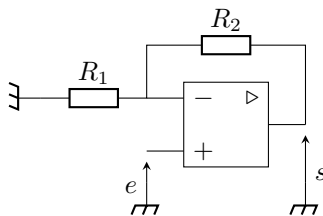
ce courant vient de la sortie de l'ALI ... et il repart par la masse.

Espace 5



La masse est un nœud par lequel un courant, inconnu a priori, peut entrer ou sortir. Il faut donc être particulièrement prudent avec la masse dans l'application de la loi des nœuds.

## II.B - Amplificateur non inverseur



### • Régime de fonctionnement de l'ALI

rétroaction négative donc régime linéaire probable

Espace 6

### • Relation entrée-sortie

Les deux résistances  $R_1$  et  $R_2$  sont parcourues par le même courant et forment donc un pont diviseur. En redessinant les tensions « à l'horizontale » sur le haut du montage, on voit que

$$\frac{v_-}{s} = \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

Comme l'ALI fonctionne en régime linéaire, alors  $v_- = v_+ = e$  d'où

$$\frac{e}{s} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \quad \text{donc} \quad s = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) e.$$

Espace 7

### • Impédance d'entrée

$$Z_e = \frac{E}{I_e} = \frac{E}{I_+} = +\infty \text{ car ALI idéal.}$$

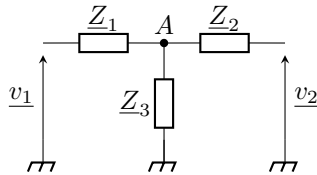
Espace 8

## II.C - Amplificateur inverseur

### II.C.1 - Intermède : théorème de Millman ou loi des nœuds en termes de potentiel

La loi des nœuds en termes de potentiel est une autre méthode d'étude des montages à ALI que le pont diviseur. Elle conduit évidemment aux mêmes résultats, mais en fonction des montages l'une ou l'autre méthode permet d'alléger les calculs, parfois de façon significative.

**Démonstration sur un exemple :** raisonnons au nœud A.



En orientant tous les courants vers A, la LN s'écrit

$$i_1 + i_2 + i_3 = 0 \quad \text{soit} \quad \frac{u_1}{Z_1} + \frac{u_2}{Z_2} + \frac{u_3}{Z_3} = 0$$

On peut alors exprimer les tensions en fonction des potentiels, en faisant attention à la masse, ce qui donne

$$\frac{v_1 - v_A}{Z_1} + \frac{v_2 - v_A}{Z_2} + \frac{0 - v_A}{Z_3} = 0$$

Espace 9

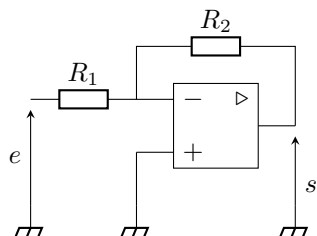
#### Généralisation :

**Théorème de Millman ou loi des nœuds en potentiel :**

$$\sum_{\text{branches}} \frac{\text{potentiel à l'extrémité} - \text{potentiel du nœud central}}{\text{impédance de la branche}} = 0.$$

En pratique, le plus utile est souvent d'exprimer la loi des nœuds en potentiel aux entrées des ALI.

### II.C.2 - Étude du montage amplificateur inverseur



Contrairement au montage non-inverseur précédent, l'entrée est cette fois imposée sur  $R_1$  alors que l'entrée  $\oplus$  de l'ALI est reliée à la masse.

- **Régime de fonctionnement de l'ALI**  
rétroaction négative donc régime linéaire probable

Espace 10

#### • Relation entrée-sortie

D'après la LNP appliquée à l'entrée  $\ominus$ ,

$$\frac{e - v_-}{R_1} + \frac{s - v_-}{R_2} = 0$$

Or l'ALI est en fonctionnement linéaire donc  $v_- = v_+ = 0$ , si bien que

$$\frac{s}{R_2} = -\frac{e}{R_1} \quad \text{d'où} \quad \boxed{s = -\frac{R_2}{R_1} e.}$$

D

Espace 11

**Remarque 1 :** selon les résistances, le montage peut amplifier mais aussi atténuer la tension.

**Remarque 2 :** la nature inverseur ou non-inverseur d'un montage peut « se deviner » à partir de l'entrée de l'ALI sur laquelle est branchée la tension d'entrée du montage : dans tous les cas simples, si la tension d'entrée est imposée du côté de l'entrée  $\ominus$  de l'ALI alors le montage est inverseur, et si elle est imposée du côté de l'entrée  $\oplus$  alors le montage est non-inverseur.

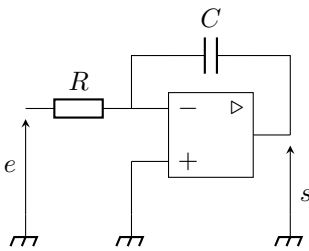
### • Impédance d'entrée

Le courant d'entrée du montage est cette fois  $i_1$ , donc

$$\underline{Z}_e = \frac{\underline{E}}{\underline{I}_1} = \frac{\underline{E} - \underline{V}_-}{\underline{I}_1} = \frac{U_1}{\underline{I}_1} = R_1.$$

↪ l'impédance d'entrée n'étant pas infinie, il faut être vigilant lorsqu'on place un étage amplificateur inverseur dans un montage plus complexe, car il peut avoir un effet sur le fonctionnement des étages précédents.

## II.D - Intégrateur



Les fonctions réalisables avec des montages à ALI sont bien plus riches que de la simple amplification. Le montage intégrateur en est un exemple.

### • Régime de fonctionnement de l'ALI

rétroaction négative donc régime linéaire probable

Espace 12

### • Quelles méthodes utiliser ?

Pont diviseur ou loi des nœuds en potentiel ?

(M!)

Vues les positions des tensions d'entrée et de sortie, le plus efficace est d'utiliser la LNP à l'entrée  $\ominus$ .

Espace 13

Représentation temporelle ou fréquentielle ?

Dès que c'est possible (régime linéaire), il est plus simple de travailler sur la représentation fréquentielle (impédances complexes).

Espace 14

### • Relation entrée-sortie

Fonction de transfert dans le domaine fréquentiel :

(D)

LNP avec tous les courants orientés vers l'entrée  $\ominus$  :

$$\frac{\underline{E} - \underline{V}_-}{R} + \frac{\underline{S} - \underline{V}_-}{1/jC\omega} = 0$$

et comme l'ALI est en régime linéaire  $\underline{V}_- = \underline{V}_+ = 0$  d'où on déduit

$$jC\omega \underline{S} = -\frac{\underline{E}}{R} \quad \text{d'où} \quad \underline{S} = -\frac{1}{jRC\omega} \underline{E} \quad \text{soit} \quad \underline{H} = \frac{\underline{S}}{\underline{E}} = -\frac{1}{jRC\omega}$$



Relation différentielle dans le domaine temporel :

$$\frac{ds}{dt} = -\frac{1}{RC} e \quad \text{donc} \quad ds = -\frac{1}{RC} e(t) dt \quad \text{soit} \quad \int_{s(0)}^{s(t)} ds = -\frac{1}{RC} \int_0^t e(t) dt$$

ce qui donne finalement

$$s(t) = s(0) - \frac{1}{RC} \int_0^t e(t) dt.$$

🔴🔴🔴 **Attention !** Ne pas oublier la constante d'intégration  $s(0)$  !

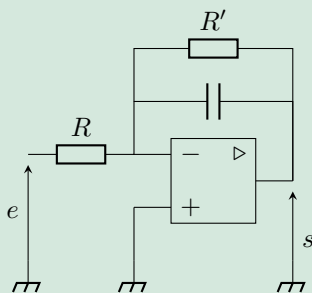
### • Difficultés d'utilisation pratique

Un tel montage intégrateur intègre ... tout ! La moindre composante continue est donc intégrée et donne une contribution au signal de sortie qui croît linéairement et conduit inévitablement à une saturation assez rapide de l'ALI (quelques secondes en général).

▮ **Remarque :** Ceci est directement relié à la divergence de  $\underline{H}$  pour  $\omega \rightarrow 0$ .

↪ le montage intégrateur est inutilisable tel quel : en pratique, on utilise donc le **montage pseudo-intégrateur**.

### Application 2 : Pseudo-intégrateur



Le montage pseudo-intégrateur est une adaptation du montage intégrateur où une résistance  $R'$  est montée en parallèle du condensateur  $C$ .

- 1 - Établir la fonction de transfert du montage.
- 2 - Montrer que la fonction de transfert ne diverge plus à basse fréquence.
- 3 - Montrer que ce montage se comporte comme le montage intégrateur pur pour les signaux de haute fréquence.
- 4 - Dans quelle gamme de fréquence ce montage est-il utilisable en lieu et place du précédent ? Comment choisir la valeur de  $R'$  ?

1 Admittance équivalente :  $\underline{Y}_p = \frac{1}{R'} + jC\omega$ . D'après la LNP,

$$\frac{\underline{E} - 0}{R} + (\underline{S} - 0) \left( \frac{1}{R'} + jC\omega \right) = 0$$

d'où on déduit

$$\underline{H} = -\frac{R'/R}{1 + jR'C\omega}.$$

2 Limite basse fréquence :  $\underline{H} \sim -R'/R$ , la composante continue est donc amplifiée mais il n'y a pas de divergence.

3 Limite haute fréquence :

$$\underline{H} \sim -\frac{R'}{R \times jR'C\omega} = -1/jRC\omega$$

on retrouve la même FT que l'intégrateur pur.

4 La fréquence caractéristique est  $1/R'C$  : le pseudo-intégrateur se substitue à l'intégrateur pour  $\omega \gg 1/R'C$ . On a donc intérêt à choisir  $R'$  très grand ... sous réserve de ne pas trop amplifier les signaux basse fréquence. Il y a donc

un compromis à trouver.

Espace 17

### III - Exemples de montages à ALI en régime de saturation

**Rappel :** en régime de saturation, la tension de sortie de l'ALI vaut  $v_s = \pm V_{\text{sat}}$  en fonction de signe de la tension d'entrée de l'ALI  $\varepsilon$ .

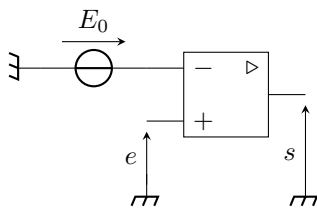
↪ étudier un montage en saturation consiste à déterminer à quelle(s) condition(s) sur  $e$  la tension  $\varepsilon$  change de signe, c'est-à-dire la bascule de  $\pm V_{\text{sat}}$  à  $\mp V_{\text{sat}}$  a lieu.

🔥🔥🔥 **Attention !** Contrairement au régime linéaire,  $\varepsilon \neq 0$  et sa valeur est inconnue.

**Méthode :** les montages à ALI en saturation se traitent par disjonction des cas

- ▷ on fait une hypothèse sur l'état de saturation de l'ALI, ce qui revient à donner la valeur de  $v_s$  et le signe de  $\varepsilon$  ;
- ▷ cet état de saturation perdure tant que le signe de  $\varepsilon$  ne change pas, on cherche donc à quelle condition sur l'entrée  $e$  on a  $\varepsilon$  qui s'annule.

#### III.A - Comparateur simple



On étudie le montage comparateur simple ci-contre. La tension  $E_0$ , supposée constante pour simplifier, est imposée par un générateur extérieur.

- **Régime de fonctionnement de l'ALI**

L'ALI ne compte aucune rétroaction, il ne peut donc fonctionner qu'en régime de saturation.

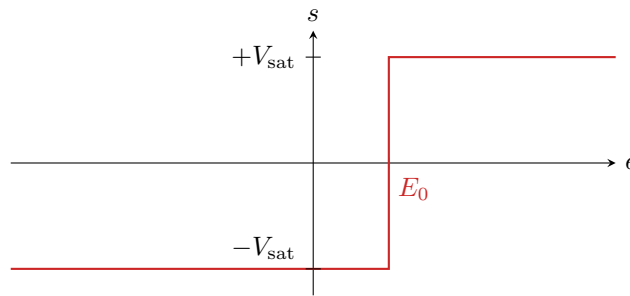
- **Conditions de bascule**

Supposons l'ALI en saturation haute :  $s = +V_{\text{sat}}$ . Il y reste tant que  $\varepsilon = e - E > 0$ , soit  $e > E$ . Il y a donc bascule lorsque la tension d'entrée du montage devient inférieure à  $E$ .

Supposons maintenant l'ALI en saturation basse :  $s = -V_{\text{sat}}$ . Il y reste tant que  $\varepsilon = e - E < 0$ , soit  $e < E$ . Il y a donc bascule lorsque la tension d'entrée du montage devient inférieure à  $E$ .

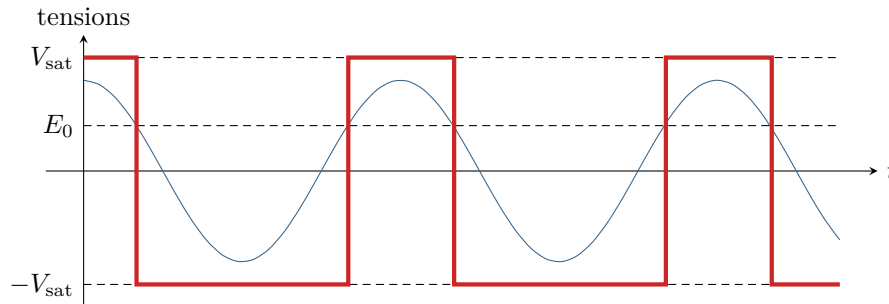
Espace 18

- Diagramme entrée-sortie



(M)

- Effet sur un signal sinusoïdal



(M)

Comparaison des spectres :

entrée = une seule harmonique, sortie = nombre infini d'harmoniques

Espace 19

Généralisation :



Le spectre du signal de sortie d'un montage non-linéaire compte toujours plus d'harmoniques qu'en entrée. On dit qu'il y a **génération d'harmoniques** ou **enrichissement spectral** par les non-linéarités.

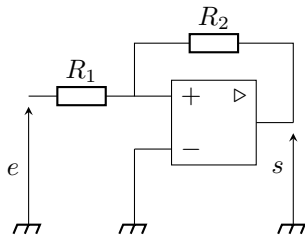
(R)

- Effet sur un signal fluctuant rapidement

Si la tension d'entrée  $e$  fluctue rapidement autour de  $E_0$  alors la tension de sortie fluctue elle aussi rapidement entre  $\pm V_{\text{sat}}$ . Cela peut être un avantage (capteur de présence, etc.), mais pas toujours : on peut penser par exemple à un store qui devrait monter ou descendre automatiquement en fonction de l'ensoleillement, il ne faudrait pas que de faibles variations de luminosité dues à un petit nuage ou au passage d'un oiseau devant le capteur le fassent monter et descendre cent fois en une après-midi.

↪ nécessité d'autres montages, plus robustes aux fluctuations.

### III.B - Comparateur à hystérésis non-inverseur



- Régime de fonctionnement de l'ALI

L'ALI ne compte qu'une rétroaction positive, il ne peut donc fonctionner qu'en régime de saturation.

- Expression générale de  $\varepsilon$

Commençons par exprimer de façon générale  $\varepsilon$  en fonction des tensions  $e$  et  $s$ , sans rien supposer sur l'état de saturation haute ou basse de l'ALI.

On a directement  $v_- = 0$ , exprimons  $\varepsilon = v_+$  avec la LNP :

$$\frac{e - \varepsilon}{R_1} + \frac{s - \varepsilon}{R_2} = 0 \quad \text{soit} \quad \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \varepsilon = \frac{e}{R_1} + \frac{s}{R_2}$$

et ainsi

$$\varepsilon = \frac{1}{R_1 + R_2} (R_2 e + R_1 s)$$

Espace 20

- Conditions de bascule

Supposons l'ALI en saturation haute :  $s = +V_{\text{sat}}$ . Il y reste tant que  $\varepsilon > 0$ , c'est-à-dire

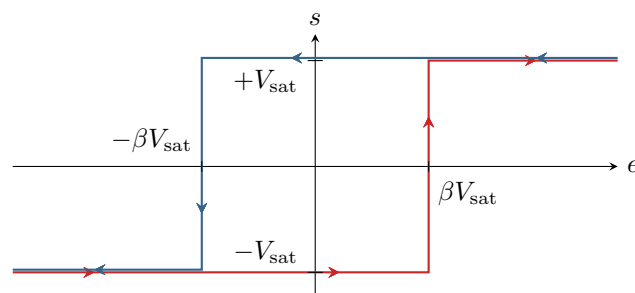
$$R_2 e + R_1 V_{\text{sat}} > 0 \quad \text{soit} \quad e > -\frac{R_1}{R_2} V_{\text{sat}} = -\beta V_{\text{sat}}.$$

Supposons maintenant l'ALI en saturation basse :  $s = -V_{\text{sat}}$ . Il y reste tant que  $\varepsilon < 0$ , c'est-à-dire

$$R_2 e - R_1 V_{\text{sat}} < 0 \quad \text{soit} \quad e < +\frac{R_1}{R_2} V_{\text{sat}} = +\beta V_{\text{sat}}.$$

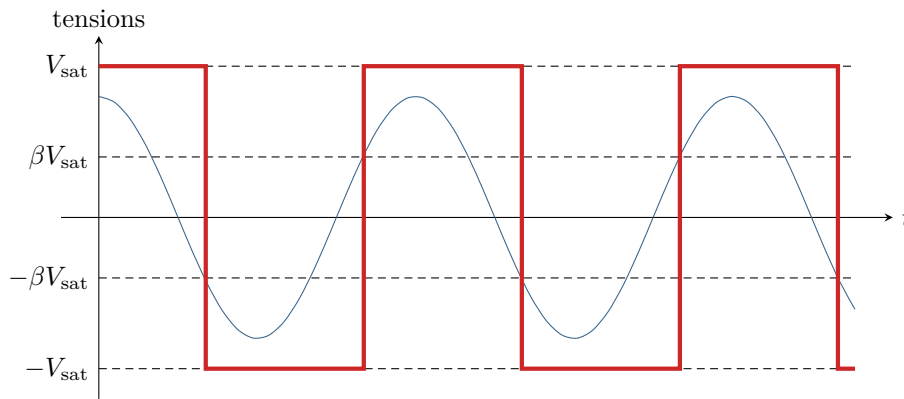
↪ la condition de bascule n'est pas la même selon l'état de saturation de l'ALI.

- Diagramme entrée-sortie



**Remarque :** il existe un montage comparateur à hystérésis inverseur, que nous étudierons en TD, dont le cycle est symétrique à celui du montage non-inverseur.

• Effet sur un signal sinusoïdal



On retrouve (sans surprise!) la génération d’harmoniques par les non-linéarités du montage.

• Phénomène d’hystérésis

On constate clairement sur le diagramme entrée-sortie que dans toute la zone intermédiaire  $-\beta V_{sat} < \varepsilon < \beta V_{sat}$  le système peut être dans l’un ou l’autre état de saturation en fonction de son état antérieur : il garde ainsi une **mémoire** de cet état, ce qui rend la comparaison robuste aux fluctuations.

On dit qu’un système présente un **phénomène d’hystérésis** si son état actuel dépend de son évolution antérieure et pas seulement des valeurs instantanées de la (des) grandeur(s) d’entrée.

*Remarque culturelle :* Ce phénomène se rencontre dans de nombreux domaines de la physique : magnétisme, hydraulique, mécanique des matériaux polymères, etc.

## IV - Comportement dynamique de l’ALI

Nous avons jusqu’ici considéré que le comportement de l’ALI restait le même, quelles que soient les fréquences mises en jeu : il se trouve que ce n’est pas le cas. En outre, le modèle de gain infini permet d’étudier l’essentiel des montages utilisant des ALI, mais comprendre certains phénomènes, à commencer par la différence fondamentale entre rétroaction positive et négative, nécessite un modèle plus avancé. C’est l’objet de ce paragraphe.

### IV.A - Modèle de l’ALI idéal du premier ordre

Le modèle du premier ordre conserve les hypothèses sur les tensions et courants d’entrée et de sortie (modèle de l’ALI idéal), mais décrit la relation entre  $v_s$  et  $\varepsilon$  par une fonction de transfert du premier ordre :

**Modèle de l’ALI idéal du premier ordre :**

- ▷ les courants d’entrée  $i_+$  et  $i_-$  sont nuls ;
- ▷ le courant de sortie  $i_s$  et la tension de sortie  $v_s$  sont indépendants ;
- ▷ tension de sortie limitée à  $|v_s| \leq V_{sat} \approx 15\text{ V}$  et saturation au delà ;
- ▷ courant de sortie limité à  $|i_s| \leq i_{sat} \approx 40\text{ mA}$  et saturation au delà ;

Relation entrée-sortie en régime linéaire :

$$H_{ALI} = \frac{v_s}{\varepsilon} = \frac{\mu_0}{1 + j \frac{f}{f_c}}$$

où  $\mu_0 \sim 10^6$  est le **gain statique** et  $f_c \sim 20\text{ Hz}$  la **fréquence de coupure** de l’ALI (en boucle ouverte).  
La caractéristique statique devient légèrement inclinée.



\*\*\* **Attention !** Une telle fonction de transfert n’est valable que dans la zone de fonctionnement linéaire.

Sens physique du gain statique :

rapport  $v_s/\varepsilon$  à fréquence nulle en régime linéaire, c'est la pente de la caractéristique statique

Espace 21

Largeur du domaine linéaire :

$|v_s| = \mu_0 |\varepsilon| < V_{\text{sat}}$ , donc l'ALI sature dès que  $|\varepsilon| = V_{\text{sat}}/\mu_0 \sim 10^{-4}$  V

Espace 22

Ordre de grandeur du bruit électronique : qq mV

↪ le régime linéaire n'est pas accessible en boucle ouverte, et nécessite une rétroaction adaptée.

Q

**Remarque :** de ce point de vue, tout se passe comme si  $\mu_0 = \infty$ , il y a bien cohérence entre les deux modèles.

## IV.B - Rétroaction et régime de fonctionnement

Pour comprendre l'importance de la rétroaction sur le régime de fonctionnement, nous allons étudier analytiquement la stabilité de deux montages identiques ... à la rétroaction près : l'amplificateur non-inverseur et le comparateur à hystérésis.

### IV.B.1 - Rappel : critères de stabilité d'un SLCI

Dans un cas (presque) général, l'équation différentielle et la fonction de transfert harmonique d'un SLCI s'écrivent

$$\sum_{n=0}^N a_n \frac{d^n s}{dt^n} = \sum_{k=0}^K b_k \frac{d^k e}{dt^k} \quad \longleftrightarrow \quad \underline{H}(j\omega) = \frac{\sum_{k=0}^K b_k (j\omega)^k}{\sum_{n=0}^N a_n (j\omega)^n}.$$

Le membre de gauche « sortie » de l'équation différentielle donne le dénominateur de la fonction de transfert, et le membre de droite « entrée » en donne le numérateur.

R

#### Critère de stabilité d'un système linéaire d'ordre 1 ou 2 :

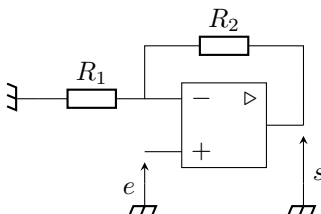
Tous les coeff du membre « entrée » de l'équation différentielle, c'est-à-dire tous les coeff du dénominateur de sa fonction de transfert, doivent de même signe.

Espace 23

Si ce n'est pas le cas, le système est instable et il ne peut fonctionner en régime linéaire.

**Remarque :** Si le modèle de gain infini conduit à une « vraie » fonction de transfert harmonique, elle suffit à l'étude de stabilité, et passer par le modèle du premier ordre n'est pas nécessaire. C'est par exemple le cas pour le montage pseudo-intégrateur étudié dans l'application 2.

### IV.B.2 - Étude de stabilité du montage amplificateur non-inverseur



On étudie la stabilité du régime linéaire du montage amplificateur non inverseur dont le schéma est rappelé ci-contre. Ce montage a déjà été discuté au paragraphe II.B, mais on utilise cette fois le modèle du premier ordre, le modèle de gain infini ne permettant pas de conclure.

\*\*\* **Attention !** On ne peut donc plus supposer  $\varepsilon = 0$  même en régime linéaire !

M

**Démarche :** raisonnement de type analyse-synthèse : on *suppose* le fonctionnement linéaire, ce qui permet d'utiliser les représentations complexes, et on cherche à établir à *quelle(s) condition(s)* cela est possible, autrement dit à *quelle(s) condition(s)* il est stable.

**Fonction de transfert du montage complet :** on cherche à exprimer  $\underline{H} = \underline{s}/\underline{e}$  en utilisant  $\underline{H}_{ALI} = \underline{s}/\underline{\varepsilon}$ .

↪ il faut commencer par exprimer  $\underline{\varepsilon}$  en fonction de  $\underline{s}$  et  $\underline{e}$ .

Par un pont diviseur,

$$\frac{v_-}{\underline{s}} = \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

d'où on déduit

$$\underline{\varepsilon} = \underline{v}_+ - \underline{v}_- = \underline{e} - \underbrace{\frac{R_1}{R_1 + R_2}}_{=k} \underline{s}.$$

Enfin,

$$\underline{s} = \underline{H}_{ALI} \underline{\varepsilon} = \underline{H}_{ALI} \underline{e} - k \underline{H}_{ALI} \underline{s} \quad \text{donc} \quad (1 + k \underline{H}_{ALI}) \underline{s} = \underline{H}_{ALI} \underline{e}$$

ce qui se réécrit sous la forme

$$\underline{H} = \frac{\underline{H}_{ALI}}{1 + k \underline{H}_{ALI}} = \frac{\frac{\mu_0}{1 + j \frac{\omega}{\omega_c}}}{1 + \frac{\mu_0}{1 + j \frac{\omega}{\omega_c}} k} = \frac{\mu_0}{1 + \mu_0 k + \frac{j\omega}{\omega_c}}$$

Espace 24

**Remarque :** on retrouve la formule de Black utilisée en SI en automatique :

$$\underline{H} = \frac{\underline{H}_{ALI}}{1 + k \underline{H}_{ALI}} \quad \Leftrightarrow \quad FTBF = \frac{FTCD}{1 + FTCD \times FTCR}$$

reliant la fonction de transfert en boucle fermée FTBF à celles de la chaîne directe FTCD et de la chaîne de retour FTCD.

**Analyse de stabilité :**

$1 + \mu_0 k > 0$  et  $1/\omega_c > 0$  donc coeff tous de même signe donc montage stable

Espace 25

↪ on vérifie l'effet stabilisant de la rétroaction négative.

**Remarque :** Dans la limite  $\mu_0 \gg 1$ , la fonction de transfert du montage devient

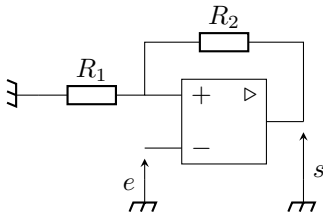
$$\underline{H} \sim \frac{\mu_0}{\mu_0 k} = \frac{1}{k} = \frac{R_1 + R_2}{R_1}$$

d'où on déduit

$$\underline{S} = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \underline{E}$$

ce qui est bien la relation obtenue par le modèle de gain infini.

### IV.B.3 - Étude de stabilité du montage comparateur à hystérésis inverseur



Reprenons l'étude pour un montage identique ... à ceci près que la chaîne de retour est reliée à l'entrée  $\oplus$  au lieu de  $\ominus$ . Ce montage est un comparateur à hystérésis inverseur, qui diffère légèrement du non-inverseur étudié au paragraphe III.B.

\*\*\* **Attention !** Même si on a déjà dit que l'ALI fonctionnait forcément en saturation, on fait néanmoins une hypothèse de fonctionnement linéaire, qui va nous conduire à une contradiction ... bref, un raisonnement par l'absurde<sup>1</sup>.

**Fonction de transfert du montage complet :** même démarche,

Par un pont diviseur,

$$\frac{v_+}{s} = \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

d'où on déduit

$$\varepsilon = v_+ - v_- = \underbrace{\frac{R_1}{R_1 + R_2}}_{=k} s - e.$$

Enfin,

$$s = \underline{H_{ALI}} \varepsilon = k \underline{H_{ALI}} s - \underline{H_{ALI}} e \quad \text{donc} \quad (1 + k \underline{H_{ALI}}) s = -\underline{H_{ALI}} e$$

ce qui se réécrit sous la forme

$$\underline{H} = \frac{-\underline{H_{ALI}}}{1 - k \underline{H_{ALI}}} = \frac{-\frac{\mu_0}{1 + j\frac{\omega}{\omega_c}}}{1 - \frac{\mu_0}{1 + j\frac{\omega}{\omega_c}} k} = \frac{-\mu_0}{1 - \mu_0 k + \frac{j\omega}{\omega_c}}$$

Espace 26

### Analyse de stabilité :

$1 - \mu_0 k < 0$  et  $1/\omega_c > 0$  donc fonctionnement linéaire instable. Attention à ne pas aller trop vite, il n'y a pas trois mais seulement deux coefficients à comparer, car le polynôme en  $j\omega$  est d'ordre 1.

Espace 27

↪ l'hypothèse de départ est fautive, l'ALI *ne peut pas* fonctionner en régime linéaire, et fonctionne donc nécessairement en régime de saturation.

1. Après tout, un raisonnement par l'absurde n'est rien de plus qu'un raisonnement par analyse-synthèse qui ne marche pas !



### IV.C - Produit gain x bande passante

Fonction de transfert d'un ALI en boucle ouverte :

$$\underline{H_{ALI}} = \frac{v_s}{\varepsilon} = \frac{\mu_0}{1 + j\frac{\omega}{\omega_c}} \quad \text{avec} \quad f_c = \frac{\omega_c}{2\pi} \simeq 20 \text{ Hz}.$$

Comment un ALI peut-il être utilisable avec les fréquences usuelles de l'électronique, qui vont jusqu'à 1 MHz ?

↪ importance de la rétroaction.

**Exemple :** Fonction de transfert de l'amplificateur non-inverseur (modèle du premier ordre)

$$\underline{H_{NI}} = \frac{\frac{\mu_0}{1 + \mu_0 k}}{1 + j\frac{\omega}{\omega_c(1 + \mu_0 k)}}.$$

Montage	Gain statique	Fréquence de coupure = bande passante	Produit gain x bande passante
ALI boucle ouverte	$\mu_0$	$f_c$	$\mu_0 f_c$
ALI boucle fermée (non inverseur)	$\mu_0 / (1 + \mu_0 k)$	$f_c \times (1 + \mu_0 k)$	$\mu_0 f_c$

Un montage bouclé à ALI a toujours un comportement passe-bas, dont la fréquence de coupure est liée au gain du montage : le produit gain statique × bande passante est constant pour un ALI bouclé par un retour constant.



↪ le modèle d'ALI utilisé fixe le produit gain × bande passante pour tout montage ultérieur, bien le choisir est donc une étape essentielle dans le dimensionnement d'un circuit électronique.

### IV.D - Vitesse de balayage

Le comportement dynamique de l'ALI n'est pas seulement caractérisé par sa fréquence de coupure en boucle ouverte  $f_c$ , mais les variations de la tension de sortie sont également contraintes par une limitation non-linéaire appelée **vitesse de balayage** ou **slew rate** dans la dénomination anglaise.

✂ Pour un ALI usuel :  $16 \text{ V} \cdot \mu\text{s}^{-1}$ .

Sens physique du slew rate :

la tension de sortie varie au plus de 16 V en 1  $\mu\text{s}$ .

Espace 28

## V - Synthèse : quelle méthode pour quel montage ?

### V.A - Régime linéaire vs. régime de saturation

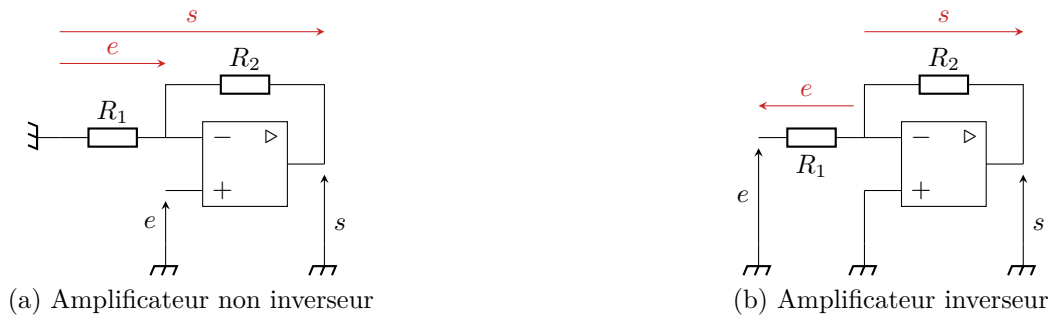
	Régime linéaire	Régime de saturation
Sur le montage	Une unique rétroaction négative	Aucune rétroaction Une unique rétroaction positive
Ce que l'on sait	$\varepsilon = 0$	$v_s = \pm V_{\text{sat}}$
Ce que l'on calcule	Expression de $s$ en fonction de $e$	Expression de $\varepsilon$ en fonction de $v_s$ et $e$
Ce que l'on en déduit	Relation entrée-sortie sous forme d'une relation différentielle ou d'une fonction de transfert	Conditions sur la tension d'entrée pour lesquelles l'ALI bascule Disjonction de cas entre saturation haute et basse : « si l'ALI est en saturation ... alors il y reste tant que ... »
Outils d'étude	Représentation complexe ou temporelle	Représentation temporelle uniquement

**Remarques diverses :**

- ▷ dans le cas de montages à deux rétroactions, l'une positive et l'autre négative, on ne peut pas connaître a priori le régime de fonctionnement de l'ALI, il est alors démontré ou souvent donné par l'énoncé ;
- ▷ même avec une unique rétroaction négative, l'ALI peut fonctionner en régime de saturation si les signaux sont d'amplitude trop élevée : on a toujours  $-V_{\text{sat}} \leq v_s \leq +V_{\text{sat}}$  ;
- ▷ lorsque c'est possible, il est généralement plus simple d'utiliser les représentations complexes que les représentations temporelles.

**V.B - Loi des nœuds en potentiel vs. pont diviseur de tension**

Lorsqu'elles sont écrites sans erreur (...), les deux méthodes de LNP et de pont diviseur sont équivalentes et conduisent au bon résultat. En revanche, la complexité du calcul peut parfois (mais pas toujours) fortement différer. Le choix de la méthode est guidé par la structure du montage. Illustrons-le sur deux exemples.



(a) Amplificateur non inverseur

(b) Amplificateur inverseur

Dans les deux montages, l'ALI fonctionne en régime linéaire, donc  $v_- = v_+$ .

**• Amplificateur non-inverseur**

Les différentes positions de la masse dans le montage permettent de représenter  $s$  et  $e$  « sur une même ligne ». La structure du pont diviseur apparaît clairement, d'où

$$\frac{e}{s} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \quad \text{d'où} \quad s = \frac{R_1 + R_2}{R_1} e = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) e.$$

Le même montage étudié par la loi des nœuds en potentiel appliquée à l'entrée  $\ominus$  de l'ALI donne

$$\frac{0 - e}{R_1} + \frac{s - e}{R_2} = 0 \quad \text{donc} \quad \frac{s}{R_2} = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) e = \frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2} e \quad \text{d'où} \quad s = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) e.$$

Ici, passer par un pont diviseur est un peu plus rapide et sans doute un peu moins risqué que la loi des nœuds en potentiel, mais elle demeure tout à fait efficace.

Plus généralement, « on voit bien que » le pont diviseur est efficace car la tension de sortie  $s$  est prise entre les deux extrémités du montage (sortie de l'ALI et masse) et la tension d'entrée  $e$  entre le centre du montage et une extrémité.

**• Amplificateur inverseur**

En représentant de même les tensions « sur une même ligne », on voit qu'il n'apparaît pas de structure de type pont diviseur mais que  $e$  et  $s$  sont directement des tensions aux bornes des résistances, qu'il est immédiat de relier aux intensités ... d'où l'intérêt de la loi des nœuds. Ainsi, le calcul par LNP s'écrit

$$\frac{e}{R_1} + \frac{s}{R_2} = 0 \quad \text{d'où} \quad s = -\frac{R_2}{R_1} e.$$

Le même montage étudié par un pont diviseur donnerait

$$\frac{-e}{s - e} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \quad \text{soit} \quad -(R_1 + R_2)e = R_1(s - e) \quad \text{et} \quad -R_1 e - R_2 e = R_1 s - R_1 e \quad \text{d'où} \quad s = -\frac{R_2}{R_1} e$$

Ici, opter pour la LNP est nettement plus rapide et plus simple que de passer par un pont diviseur.

Plus généralement, « on voit bien que » la LNP est plus efficace car les tensions de sortie  $s$  et  $e$  sont prises aux deux extrémités du montage alors que la tension au centre est connue.

**• Et si on n'est pas sûr ?**

Mieux vaut alors passer par la LNP, mais en faisant très attention à exprimer de façon cohérente les tensions et les impédances des dipôles.