BLAISE PASCAL
PT 2024-2025

TD 6 – Électronique

Oscillateurs auto-entretenus

Difficulté d'analyse et compréhension, initiative requise ;
Difficulté technique et calculatoire ;
Exercice important.

Ceinture		Proposition de parcours d'entraînement
	Ceinture blanche	Applications + exercices 2 et 4
	Ceinture jaune	Applications + exercices 1, 2, 4 et 6
	Ceinture rouge	Applications (★) + exercices 1, 2, 5, 6 et 7
	Ceinture noire	Applications (★) + exercices 2, 3, 5, 6, 7 et 8

Flasher ou cliquer pour accéder au corrigé

Applications de cours

Seuls les étudiants du groupe PT⋆ seront interrogés en colle sur les applications marquées d'une étoile, car elles sont plus techniques et/ou moins essentielles ... mais tous les étudiants sont bien sûr invités à les travailler !

6.1 - Considérons le multivibrateur astable de la figure 1. Le cycle d'hystérésis du bloc ① est représenté figure 1, et on donne la relation entrée-sortie du bloc ②,

$$\frac{\mathrm{d}u_3}{\mathrm{d}t} = -\frac{1}{\tau} u_2 \,.$$

Déterminer la période des oscillations.

> *On travaillera uniquement avec les formes canoniques données sans chercher à exprimer les fonctions de transfert des blocs.*
>
> *J'ai explicitement calculé $u_1(t)$ avant de déterminer l'instant de basculement dans le cours, mais les étudiants sont encouragés à aller plus vite dans la démonstration. Supposons qu'à l'instant $t=0$ l'ALI ait basculé en saturation haute, il y reste jusqu'à l'instant t_1 tel que $u(t_1) = -\beta V_{\text{sat}}$. Ainsi,*
>
> $$\int_{u_3(0)=\beta V_{\text{sat}}}^{u_3(t_1)=-\beta V_{\text{sat}}} \mathrm{d}u_3 = -\frac{V_{\text{sat}}}{\tau}\int_0^{t_1} \mathrm{d}t \qquad \text{soit} \qquad -2\beta V_{\text{sat}} = -\frac{V_{\text{sat}}}{\tau} t_1 \qquad \text{et} \qquad t_1 = 2\beta\tau \,.$$
>
> *On détermine de même la durée t_2 pendant laquelle l'ALI reste en saturation basse, puis la période $T = t_1 + t_2 = 4\beta\tau$.*

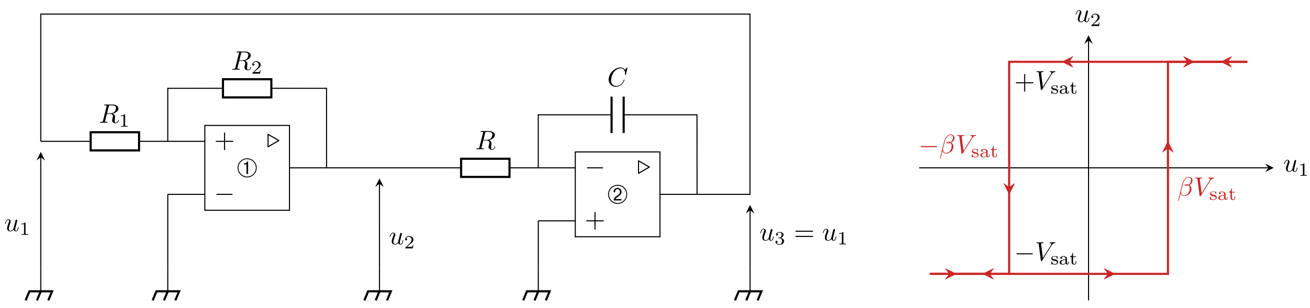


Figure 1 – Multivibrateur astable.

6.2 - Considérons l'oscillateur de Wien de la figure 2, constitué d'un bloc amplificateur à ALI de gain A et d'un filtre passe-bande de fonction de transfert

$$\underline{H} = \frac{H_0}{1 + \mathrm{j}Q\left(\dfrac{\omega}{\omega_0} - \dfrac{\omega_0}{\omega}\right)}\,.$$

En déduire l'équation différentielle vérifiée par la tension u_1, puis la condition sur H_0 et A pour que des oscillations spontanées puissent apparaître. À quelle condition sur H_0 et A ces oscillations sont-elles purement sinusoïdales ? Quelle est leur pulsation ? Commenter.

> *On travaillera uniquement avec les formes canoniques données sans chercher à exprimer les fonctions de transfert des blocs. Le commentaire attendu consiste à remarquer que le critère de démarrage ($H_0A > 1$) et le critère d'oscillations sinusoïdales pures ($H_0A = 1$) sont incompatibles, si bien que les oscillations ne peuvent qu'être quasi-sinusoïdales.*

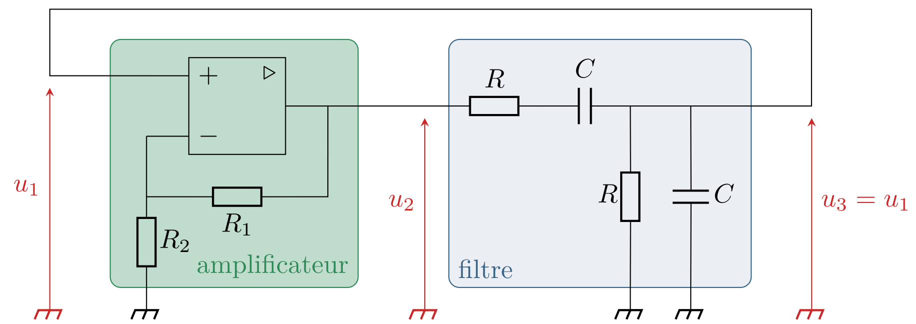


Figure 2 – Oscillateur de Wien.

6.3 - Considérons l'oscillateur de Wien de la figure 2, constitué d'un bloc amplificateur à ALI de gain A et d'un filtre passe-bande de fonction de transfert

$$\underline{H} = \frac{H_0}{1 + \mathrm{j}Q\left(\dfrac{\omega}{\omega_0} - \dfrac{\omega_0}{\omega}\right)}\,.$$

Retrouver le critère de Barkhausen. En déduire la condition sur H_0 et A pour que des oscillations purement sinusoïdales puissent exister, et la pulsation de ces oscillations.

> *On travaillera uniquement avec les formes canoniques données sans chercher à exprimer les fonctions de transfert des blocs.*

(★) 6.4 - Considérons l'équation différentielle du second ordre (a, b deux constantes connues)

$$\frac{\mathrm{d}^2u}{\mathrm{d}t^2} + a\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t} + bu = 0\,.$$

Compléter le code ci-dessous permettant de la résoudre numériquement pour $u(0) = 5\,\mathrm{V}$ et $\mathrm{d}u/\mathrm{d}t(0) = 0\,\mathrm{V}\cdot\mathrm{s}^{-1}$. Les relations de récurrence utiles doivent être démontrées avant toute écriture de code Python.

```python
### Définitions des constantes :
a = .1
b = 2 # exemples arbitraires !

### Paramètres de la simulation :
dt = 1e-3    # pas de temps
N = 10000    # nbre de pas de temps
```

> ***Éléments de réponse :*** *On introduit la dérivée première $v = \mathrm{d}u/\mathrm{d}t$, que l'on traite « fictivement » comme une deuxième fonction inconnue, ce qui permet de se ramener à un système différentiel de deux équations du premier ordre*
>
> $$\begin{cases} \dfrac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t} = v \\ \dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} + av + bu = 0\,. \end{cases}$$
>
> *Appliquer le schéma d'Euler explicite à ces deux équations différentielles mène aux relations de récur-*

rence. Après calculs (à détailler pendant la colle !),

$$\begin{cases} u_{n+1} = u_n + \Delta t\, v_n \\ v_{n+1} = (1 - a\,\Delta t)v_n - b\,\Delta t\, u_n \end{cases}$$

Pour le code Python en lui-même, il est nécessaire d'initialiser toutes les listes utiles avant d'écrire la moindre boucle. Un code qui marche est le suivant ... mais il en existe d'autres !

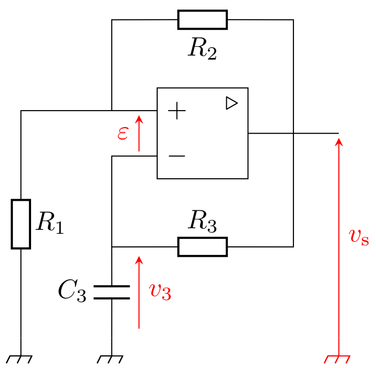
```python
### Initialisation des listes :
t = [n*dt for n in range(N)]
u = [None for n in range(N)]  # None = "rien du tout"
v = [None for n in range(N)]

### Conditions initiales :
u[0] = 5 # en volts
v[0] = 0 # en V.s-1

### Récurrence :
for n in range(N-1):
    u[n+1] = u[n] + dt * v[n]
    v[n+1] = (1 - a*dt) * v[n] - b * dt * u[n]
```

Oscillateurs de relaxation

Exercice 1 : Démarrage d'un multivibrateur

1 | 2

- *Oscillateur de relaxation ;*
- *Période des oscillations.*



Dans le montage ci-contre, l'ALI idéal fonctionne en régime saturé. On note $\varepsilon = v_+ - v_-$ la tension différentielle à l'entrée de l'ALI. On suppose qu'à $t = 0$, le condensateur C_3 est déchargé et $\varepsilon > 0$. On pose

$$\alpha = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \qquad \text{et} \qquad \tau = R_3 C_3\,.$$

1 - Exprimer $v_3(t)$ pour $t > 0$ et tant que l'état de saturation de l'ALI reste le même.

2 - En déduire qu'il existe t_1 tel que l'ALI bascule en saturation basse. Déterminer t_1 en fonction de τ et α.

3 - Exprimer v_3 pour $t > t_1$ en fonction de $t' = t - t_1$ et avant basculement de l'ALI.

4 - Montrer qu'il existe $t_2 > t_1$ tel que l'ALI bascule en saturation haute. Déterminer $t_2 - t_1$ en fonction de τ et α.

5 - Montrer que $v_s(t)$ et $v_3(t)$ sont des signaux périodiques, dont on note la période T.

6 - Montrer que la période T peut s'écrire

$$T = 2\tau \ln \frac{1+\alpha}{1-\alpha}\,.$$

7 - Tracer l'allure des variations de $v_s(t)$ en fonction de $v_3(t)$. Indiquer sur le graphe son sens de parcours.

Exercice 2 : Générateur de balayage

écrit PT 2017 | 2 | 2 |

▷ *Oscillateur de relaxation ;*
▷ *Période des oscillations.*

Un générateur de balayage délivre un signal en rampes dissymétriques. On propose le montage de la figure 3 pour la réalisation de ce signal.

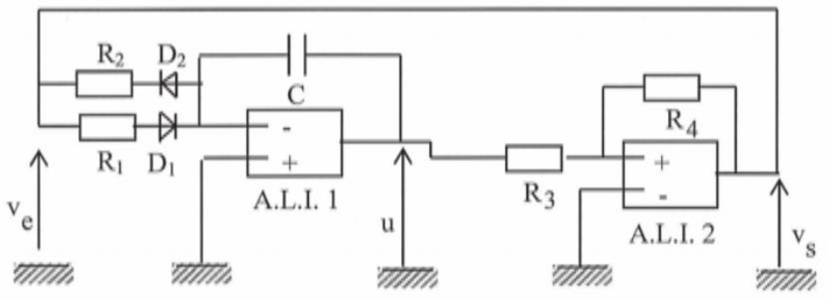


Figure 3 – Générateur de balayage.

Les amplificateurs linéaires intégrés (ALI) sont supposés idéaux. Ils sont alimentés par des tensions continues $\pm V_0$ avec $V_0 = 15\,\mathrm{V}$, et on suppose que leur tension de saturation est $V_{\mathrm{sat}} = V_0$. Les diodes D_1 et D_2 sont des interrupteurs commandés par la tension v_{e} :

▷ si $v_{\mathrm{e}} > 0$ D_1 est fermé et D_2 est ouvert ;
▷ si $v_{\mathrm{e}} < 0$ D_1 est ouvert et D_2 est fermé.

1 - Que peut-on dire des courants d'entrée et du gain d'un ALI idéal ?

2 - Justifier que l'un des deux ALI fonctionne nécessairement en régime de saturation.

3 - On observe expérimentalement, pour la tension $u(t)$, l'oscillogramme de la figure 4. Justifier que l'autre ALI fonctionne en régime linéaire.

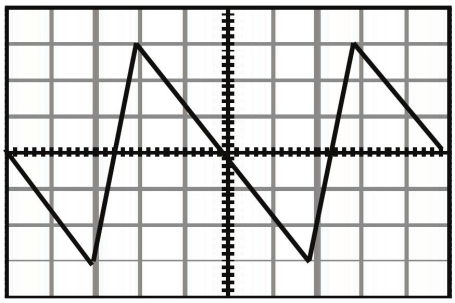


Figure 4 – Oscillogramme de la tension $u(t)$. Échelle horizontale : 1 ms/divison. Échelle verticale : 1 V/division.

4 - On suppose qu'à l'instant initial $t = 0$, le spot de l'oscilloscope est au point central de l'écran ($u(0) = 0$), le condensateur étant déchargé, et que $v_{\mathrm{e}} = +V_0$. Exprimer $u(t)$ pour $t \geq 0$.

5 - Pour l'ALI 2, exprimer V_+ en fonction de u et v_{s}, puis en déduire l'instant t_1 où se produit le basculement vers la tension $v_{\mathrm{s}} = -V_0$.

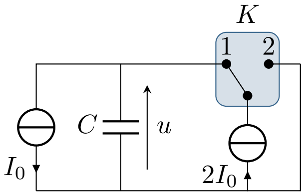
6 - Pourquoi la tension $u(t)$ ne peut-elle pas subir de discontinuité ?

7 - Pour $t \geq t_1$, exprimer $u(t)$ puis déterminer l'instant t_2 où la tension u s'annule à nouveau.

8 - En s'aidant de l'oscillogramme et en utilisant les résultats précédents, déduire :
8.a **-** l'expression de la période T de la tension u en fonction de R_1, R_2, R_3, R_4 et C ;
8.b **-** les valeurs de R_1, R_2, R_3 en kΩ sachant que $C = 1\,\mu\mathrm{F}$ et $R_4 = 1\,\mathrm{k}\Omega$.

Exercice 3 : Astable I-2I — 2 | 2

- *Oscillateur de relaxation ;*
- *Période des oscillations.*



Le condensateur est de capacité $C = 10\,\mathrm{nF}$, alimenté par deux sources idéales de courant constant $I_0 = 1\,\mathrm{mA}$. La tension u aux bornes du condensateur est envoyée en entrée d'un comparateur à hystérésis inverseur dont la sortie est $v = \pm V_\mathrm{s}$. Cette tension de sortie commande l'interrupteur K :

- lorsque $v = +V_\mathrm{s}$, l'interrupteur K est en position 1 ;
- lorsque $v = -V_\mathrm{s}$, l'interrupteur K est en position 2.

1 - Déterminer l'évolution de $u(t)$ lorsque K est en position 1.

2 - Faire de même lorsque K est en position 2.

3 - Tracer l'allure de la caractéristique entrée-sortie du comparateur à hystérésis. On notera $\pm U_0$ les tensions de basculement.

4 - Représenter l'évolution temporelle des tensions u et v.

5 - Exprimer la période des oscillations. Quelle valeur doit-on donner à U_0 pour que cette période soit de $1\,\mathrm{ms}$?

Oscillateurs quasi-sinusoïdaux

Exercice 4 : Oscillateur de Wien — 1 | 1 |

- *Oscillateur quasi-sinusoïdal ;*
- *Conditions d'oscillations ;*
- *Démarrage des oscillations ;*
- *Stabilité des oscillations.*

Cet exercice a pour objectif de refaire le cours sur l'oscillateur de Wien.

On étudie le montage de la figure 5. On donne les fonctions de transfert des deux blocs, en supposant l'ALI en régime linéaire :

$$\underline{H}_\mathrm{ampli} = \frac{\underline{U_2}}{\underline{U_1}} = \left(1 + \frac{R_1}{R_2}\right) \overset{\text{déf.}}{=} A$$

$$\underline{H}_\mathrm{filtre} = \frac{\underline{U_3}}{\underline{U_2}} = \frac{1}{3 + \mathrm{j}RC\omega + \dfrac{1}{\mathrm{j}RC\omega}} \overset{\text{déf.}}{=} \frac{H_0}{1 + \mathrm{j}Q\left(\dfrac{\omega}{\omega_0} - \dfrac{\omega_0}{\omega}\right)} \qquad \text{avec} \qquad \begin{cases} H_0 = 1/3 \\ \omega_0 = 1/RC \\ Q = 1/3 \end{cases}$$

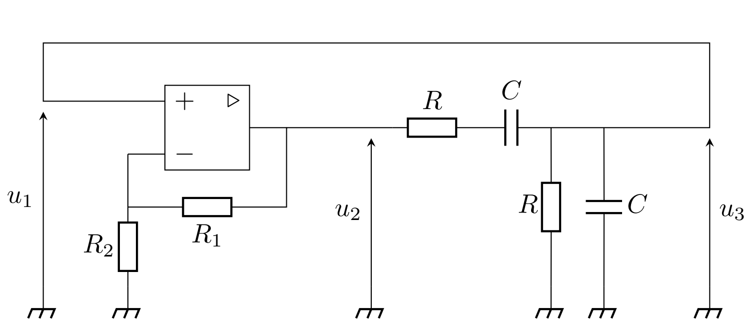


Figure 5 – Oscillateur de Wien.

1 - Identifier sur le schéma les deux blocs d'amplification et de filtrage.

2 - Déterminer la fréquence des oscillations.

3 - Démarrage des oscillations. Établir l'équation différentielle vérifiée par u_3. En déduire une condition portant sur A et H_0, puis sur R_1 et R_2, pour que les oscillations puissent apparaître dans le circuit.

4 - Amplitude et stabilité des oscillations.
4.a **-** Quel phénomène va limiter la croissance des oscillations ?
4.b **-** Exprimer $\varepsilon = v_+ - v_-$ en fonction de u_2 et u_1.
4.c **-** On suppose qu'à l'instant initial l'ALI passe en saturation haute. Établir l'équation différentielle vérifiée par u_1 par $t > 0$ et en déduire que l'ALI va retrouver un fonctionnement linéaire, et donc pouvoir continuer à osciller.
4.d **-** Même question pour la saturation basse.

Exercice 5 : Oscillateur RLC à résistance négative — 2 | 2 |

- *Oscillateur quasi-sinusoïdal ;*
- *Conditions d'oscillations ;*
- *Démarrage des oscillations.*

Il est possible de réaliser un oscillateur quasi-sinusoïdal à partir d'un circuit RLC série « traditionnel » en compensant la résistance R par un montage à ALI dit *à résistance négative*, schématisé figure 6.

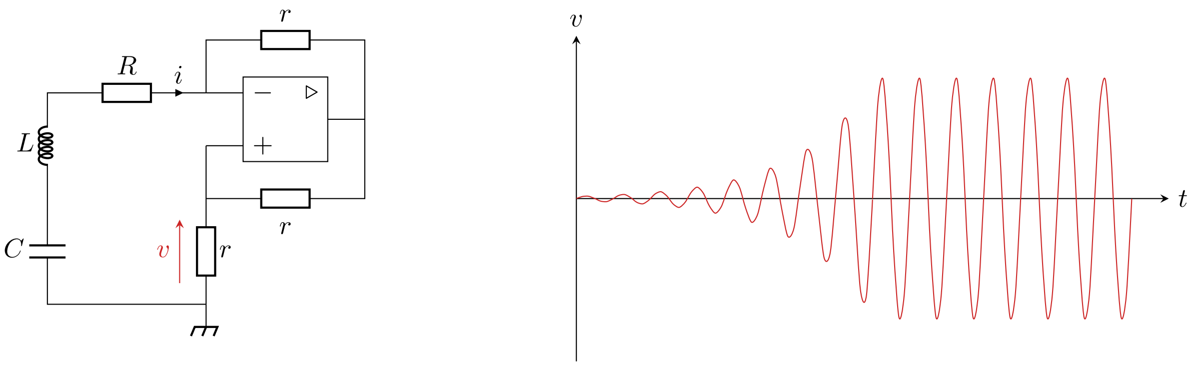


Figure 6 – Oscillateur à résistance négative.

1 - Montrer que, lorsque l'ALI fonctionne en régime linéaire, $v = -ri$.

2 - Établir l'équation différentielle vérifiée par v en régime linéaire.

3 - Quelle est la condition sur r d'existence d'oscillations sinusoïdales dans le montage ?

4 - Expliquer l'allure de la courbe de la figure 6. Peut-on obtenir une telle courbe pour la valeur de r déterminée précédemment ? Comment la modifier ?

5 - Exprimer en fonction des caractéristiques du montage la période T_0 et l'amplitude A des oscillations en régime établi

6 - Estimer la durée τ_c de la phase de croissance en fonction des caractéristiques du montage. Pour faciliter le calcul, on supposera les conditions initiales telles qu'en régime transitoire on ait

$$v(t) = A' \cos(\omega' t)\, e^{\lambda t} \,,$$

avec $A' \simeq 5\,\mathrm{mV}$ (bruit électronique) et ω' et λ deux constantes à déterminer.

Exercice 6 : Oscillateur sinus-cosinus — oral banque PT | 2 | 2

- *Oscillateur quasi-sinusoïdal ;*
- *Montages simples à ALI en régime linéaire ;*
- *Conditions d'oscillation.*

Consdérons le montage représenté figure 7, dans lequel les ALI idéaux fonctionnent en régime linéaire. On posera $\tau_i = R_i C_i$ pour i allant de 1 à 3.

1 - Établir les fonctions de transfert

$$\underline{H_1} = \frac{\underline{V_1}}{\underline{V_3}} \qquad \underline{H_2} = \frac{\underline{V_2}}{\underline{V_1}} \qquad \underline{H_3} = \frac{\underline{V_3}}{\underline{V_2}} \,.$$

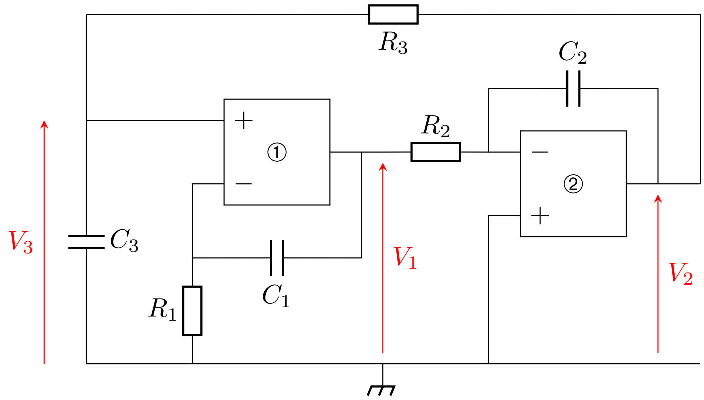


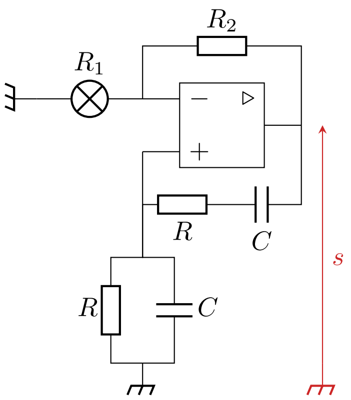
Figure 7 – Oscillateur sinus cosinus.

2 - Établir des conditions sur les résistances et capacités pour qu'il y ait oscillations. Quelle est la pulsation d'oscillations ?

3 - Déterminer le déphasage entre les tensions de sortie $\underline{V_1}$ et $\underline{V_2}$. L'appellation « oscillateur sinus-cosinus » est-elle justifiée ?

Exercice 7 : Oscillateur à contrôle automatique du gain inspiré oral banque PT | 2 | 3

- ▷ *Lien entre les représentations fréquentielle et temporelle ;*
- ▷ *Oscillateur quasi-sinusoïdal ;*
- ▷ *Conditions d'oscillations.*



Cet exercice aborde un dispositif permettant d'améliorer la pureté harmonique d'un oscillateur en régulant automatiquement le gain de l'amplificateur. Utilisant une simple lampe à incandescence, cette régulation a été inventée par Bill Hewlett et David Packard dans le garage de ce dernier à la fin des années 1930. On l'imagine ici inclus dans un montage à ALI, ce qui était en fait impossible à l'époque puisque le développement massif des ALI date du début des années 1950.

La lampe se comporte comme une résistance R_1. Lorsque son filament s'échauffe par effet Joule, la résistance est modifée selon une relation de la forme

$$R_1(T) = R_0\,(1+\alpha(T-T_0)) \qquad \text{avec} \qquad \alpha > 0\,.$$

1 - Établir l'équation différentielle vérifiée par s en régime linéaire. On pourra poser $\tau = RC$.

2 - Donner une condition sur R_1 pour avoir des oscillations sinusoïdales. Que se passe-t-il en pratique ?

3 - Déterminer la température d'équilibre $T_{\text{éq}}$ du filament pour laquelle les oscillations sont sinusoïdales.

4 - Supposons que l'amplitude des oscillations soit inférieure à sa valeur d'équilibre (c'est notamment le cas au démarrage de l'oscillateur). Que dire du courant traversant la lampe ? de la température du filament ? Comment évolue alors l'amplitude des oscillations ?

5 - Reprendre le raisonement en supposant maintenant que l'amplitude des oscillations dépasse la valeur d'équilibre.

6 - Conclure sur l'impact de la lampe sur le montage. Peut-on choisir R_2 librement ?

Exercice 8 : Oscillateur d'ordre 4 oral Centrale PSI | 3 | 2

- *Oscillateur quasi-sinusoïdal ;*
- *Montages simples à ALI en régime linéaire ;*
- *Conditions d'oscillation.*

1 - Identifier la nature du filtre $\mathcal{F}$ représenté figure 8 et établir sa fonction de transfert.

2 - Interpréter son diagramme de Bode en détail.

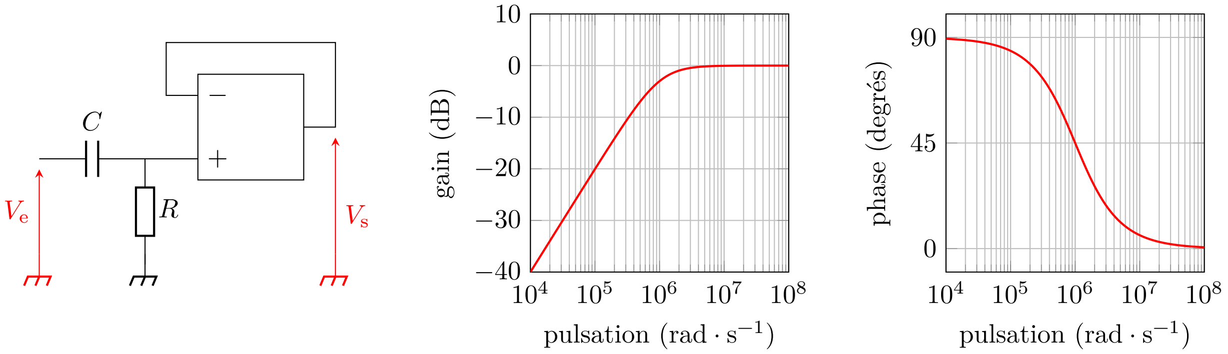


Figure 8 – **Schéma et diagramme de Bode du filtre $\mathcal{F}$.**

On réalise le montage de la figure 9, qui contient quatre filtres $\mathcal{F}$ identiques. On observe des oscillations quasi-sinusoïdales.

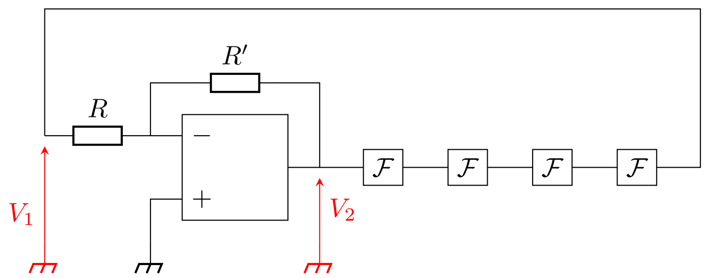


Figure 9 – **Schéma complet de l'oscillateur.**

3 - Quel est l'intérêt de l'ALI du filtre $\mathcal{F}$?

4 - Déterminer la pulsation des oscillations et les valeurs de R et R' sachant que $C = 1\,\mathrm{nF}$.