



Statique des fluides

BLAISE PASCAL
PT 2024-2025

I - Plusieurs descriptions d'un fluide

• Échelles de description :

- ▷ Macroscopique : la matière est continue, les grandeurs intensives sont des champs pouvant dépendre de l'espace ;
- ▷ Microscopique : la matière est discontinue (molécules) ;
- ▷ Mésoscopique : la matière est continue mais les grandeurs intensives sont localement homogènes.

Passage du mésoscopique au macroscopique par sommation (= intégrale).

- **Particule fluide** : portion de fluide de masse constante mésoscopique dans les trois dimensions (\neq molécule!).

II - Actions mécaniques dans les fluides

- **Forces volumiques** : résultante des forces à distance à l'échelle d'une PF.

$$\rightsquigarrow \text{p.ex. poids : } d\vec{F}_{\text{pes}} = \rho dV \vec{g}$$

- **Forces surfaciques** : viscosité + pression = forces de contact entre PF.

• La pression :

- ▷ Force pressante exercée par un fluide sur une surface dS :

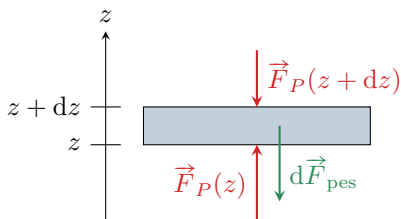
$$d\vec{F}_P = P d\vec{S} = P dS \vec{n}$$

avec \vec{n} vecteur normal à la surface orienté dans le sens dans lequel le fluide s'étalerait.

- ▷ Unité : 1 bar = $1 \cdot 10^5$ Pa
- ▷ Continuité de la pression aux interfaces entre fluides.

III - Champ de pression dans un fluide au repos

- **Relation de la statique des fluides** : $\frac{dP}{dz} = \pm \rho g$ (+ si axe vers le bas, - si vers le haut)



Points clés de la démonstration :

- ▷ P ne dépend que de z donc système méso en z et macro en x, y : tranche de fluide ;
- ▷ TRC + projection : $-\rho S dz g + P(z) S - P(z + dz) S = 0$;
- ▷ Développement limité : $P(z + dz) \simeq P(z) + dz \frac{dP}{dz}$.

- **Hydrostatique** : liquide incompressible $\rho = \text{cte}$.

$$P(z) = P_{\text{atm}} \pm \rho g(z - z_s) \iff |\Delta P| = \rho g |\Delta z| \iff P = P_{\text{atm}} + \rho g h \quad (h \text{ hauteur de liquide})$$

\rightsquigarrow dans un même liquide, la pression est la même en tous les points à la même altitude, quelles que soient les conditions aux limites et la géométrie (forme du récipient, présence d'air, etc.).

- **Atmosphère isotherme** : un gaz est compressible donc $\rho \neq \text{cte}$!

- ▷ Masse volumique d'un gaz parfait : dépend de la pression.

$$P \frac{V}{m} = \frac{n}{m} RT \rightsquigarrow \rho = \frac{MP}{RT}$$

- ▷ La RSF devient une équation différentielle du premier ordre : P est une exponentielle + distance caractéristique δ + résolution avec condition limite en $z = 0$.

IV - Résultante des forces de pression

- **Méthode générale** : intégrale de $P \vec{dS}$ sur toute la surface qui subit la force.
- **Expression de \vec{dS}** : p.ex. exemple en cylindrique, surface de normale \vec{e}_r .

$$\vec{dM} = \cancel{dr} \boxed{\vec{e}_r} + \underbrace{r d\theta}_{\cancel{}} \vec{e}_\theta + \underbrace{dz}_{\cancel{}} \vec{e}_z \rightsquigarrow \vec{dS} = r d\theta dz \boxed{\vec{e}_r}$$

- **Poussée d'Archimède** : résultante des forces de pression pour un solide totalement immergé dans un fluide.

$$\vec{\Pi}_A = -\rho_{\text{fl}} V_{\text{imm}} \vec{g}.$$