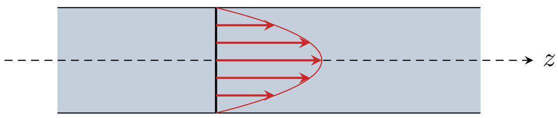
BLAISE PASCAL
PT 2024-2025

Fiche résumé 10 – Mécanique des fluides

Description des écoulements

I - Deux approches pour décrire un écoulement

- **Approche lagrangienne :** on suit le mouvement des particules fluides au cours du temps.
- **Approche eulérienne :** on se place en un point donné et on observe les PF qui y passent.
  $\rightsquigarrow$ les grandeurs physiques sont des champs dépendant de l'espace et du temps.
- **Écoulement stationnaire :** les grandeurs eulériennes ne dépendent pas du temps.
- **Lignes de courant :** lignes de champ du champ des vitesses $\simeq$ trajectoire des PF.
- **Profil de vitesse :** on se place sur une section donnée pour tracer quelques vecteurs vitesse.



II - Débits

- **Débit volumique :** volume qui traverse une section par unité de temps ($\mathrm{m}^3 \cdot \mathrm{s}^{-1}$).

▷ Cas général :

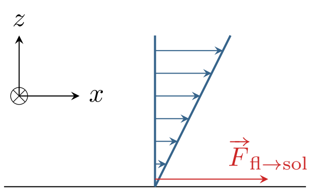
$$\boxed{D_V = \iint_{\text{section}} \vec{v} \cdot \mathrm{d}\vec{S}}$$

▷ Cas d'un écoulement parfait et/ou vitesse débitante (= vitesse moyenne) : $\boxed{D_V = V\,S}$.

- **Débit massique :** masse qui traverse une section par unité de temps ($\mathrm{kg} \cdot \mathrm{s}^{-1}$), $D_\mathrm{m} = \rho\, D_V$ (si incompressible).
- **Conservation du débit :** le débit est le même au travers de toutes les sections de la conduite.
  $\rightsquigarrow$ conséquence : resserrement de section $\iff$ hausse de vitesse.

III - Viscosité

- **Force de viscosité :**



$$||\vec{F}_\text{visq}|| = \underbrace{\eta}_{\substack{\text{viscosité}\\ \text{en Pa}\cdot\text{s}}} \times \overbrace{\left|\frac{\partial v_x}{\partial z}\right|}^{\substack{\text{dérivée de la vitesse}\\ \text{perpendiculairement à la paroi}}} \times \underbrace{S}_{\substack{\text{surface}\\ \text{de contact}}}$$

Sens de la force (et donc signe) : se détermine physiquement au cas par cas, les zones rapides entraînent les zones lentes et inversement.

- **Écoulement parfait :** effets de la viscosité négligeables.
  ▷ ou bien $\eta = 0$ (fluide parfait) : n'existe pas ;
  ▷ ou bien profil de vitesse uniforme : bonne approximation des écoulements turbulents en moyenne temporelle.
- **Vitesse d'un fluide au contact d'une paroi :**
  ▷ égale à la vitesse de la paroi si écoulement visqueux ;
  ▷ tangente à la paroi mais de norme quelconque si écoulement parfait.

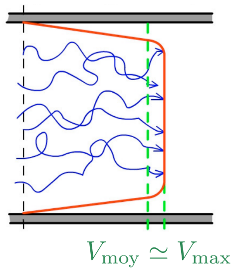
IV - Quelques propriétés des écoulements stationnaires

- **Nombre de Reynolds :**

$$\mathrm{Re} = \frac{VD\rho}{\eta} \qquad \text{avec} \qquad \begin{cases} V \text{ une vitesse caractéristique (vitesse débitante)} \\ D \text{ une longueur caractéristique (diamètre de la conduite)} \\ \rho \text{ la masse volumique du fluide} \\ \eta \text{ la viscosité dynamique du fluide} \end{cases}$$

Écoulement laminaire si $\mathrm{Re} < 10^3$, turbulent si $\mathrm{Re} > 10^4$, transition progressive entre les deux.

$\rightsquigarrow$ quasiment tous les écoulements industriels sont turbulents $\Longrightarrow$ modélisation en moyenne temporelle par un profil de vitesse uniforme.



- **Incompressible :** $\rho = \mathrm{cte}$ ssi $\mathrm{div}\,\vec{v} = 0$

$$\mathrm{div}\,\vec{v} = \frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = \vec{\nabla} \cdot \vec{v}\,.$$

La divergence s'applique à un champ vectoriel et renvoie un champ scalaire. Ne pas confondre avec le gradient.

- **Tourbillonnaire :** $\overrightarrow{\mathrm{rot}}\,\vec{v} \neq \vec{0}$ (irrotationnel si $\overrightarrow{\mathrm{rot}}\,\vec{v} = \vec{0}$)

$$\overrightarrow{\mathrm{rot}}\,\vec{v} = \vec{\nabla} \wedge \vec{v} = \begin{bmatrix} \dfrac{\partial}{\partial x} \\ \dfrac{\partial}{\partial y} \\ \dfrac{\partial}{\partial z} \end{bmatrix} \wedge \begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dfrac{\partial v_z}{\partial y} - \dfrac{\partial v_y}{\partial z} \\ \dfrac{\partial v_x}{\partial z} - \dfrac{\partial v_z}{\partial x} \\ \dfrac{\partial v_y}{\partial x} - \dfrac{\partial v_x}{\partial y} \end{bmatrix}\,.$$

Le rotationnel s'applique à un champ vectoriel et renvoie un champ vectoriel.