


Diagrammes et tables thermodynamiques

Diagrammes thermodynamiques

Exercice 1 : Lecture du diagramme des frigorigères



 ▷ *Diagramme des frigorigères.*

1 Le cycle est représenté figure 1.

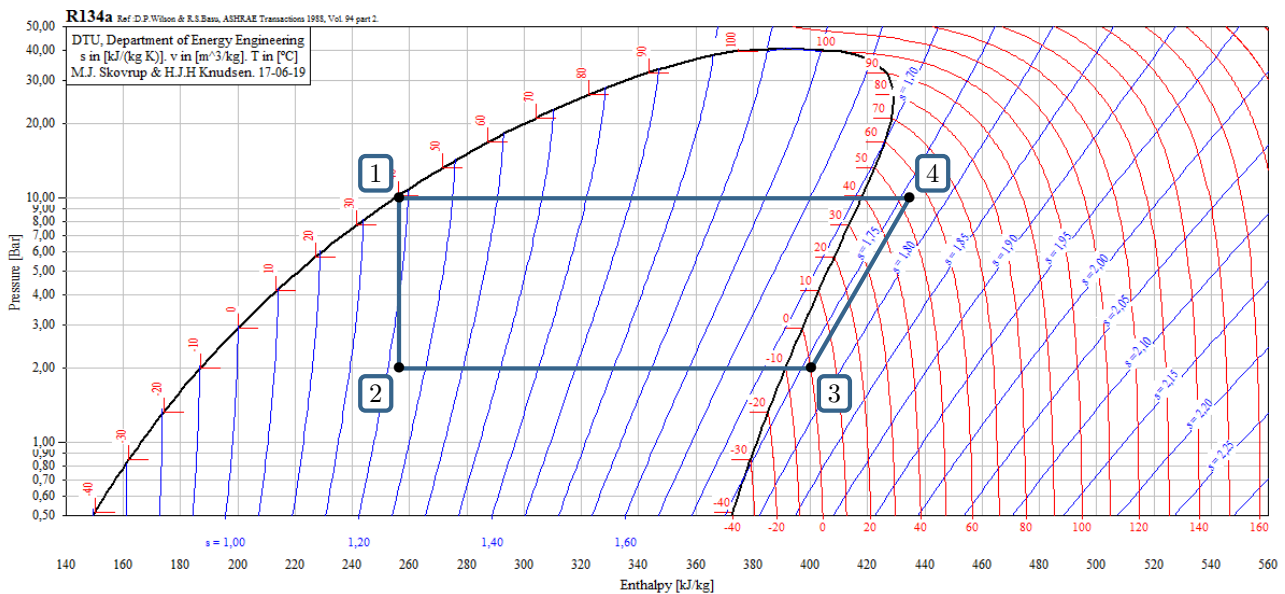


Figure 1 – Diagramme des frigorigères du R134a complété.

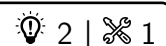
2 On lit sur le graphique $T_2 = -10^\circ\text{C}$, $T_3 = 0^\circ\text{C}$ et $T_4 = 55^\circ\text{C}$.


3 On lit sur le graphique $h_2 = 255 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$ ainsi que $h_L = 185 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$ et $h_V = 395 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$.

4 La règle des moments permet d'écrire

$$x_V = \frac{h_2 - h_L}{h_V - h_L} \simeq 0,33.$$

Exercice 2 : Transformation affine dans le diagramme de Watt



 ▷ *Diagramme de Watt ;*
▷ *Modèle du gaz parfait.*

1 D'après l'équation d'état des gaz parfaits, on a $T_I = T_F = T_0$.

2 Les isothermes dans le diagramme de Watt sont des hyperboles, puisque

$$P = \frac{nRT}{V} = \text{cte.}$$

Une droite n'étant pas une hyperbole, la transformation n'est pas isotherme. Plus les isothermes sont hautes dans le diagramme de Watt, plus la température associée est élevée (facile à voir en raisonnant à V fixé) : on déduit graphiquement de la température passe par un maximum au cours de l'expérience, la température maximale correspondant à celle de l'isotherme tangente à la courbe représentant la transformation, comme schématisé figure 2.

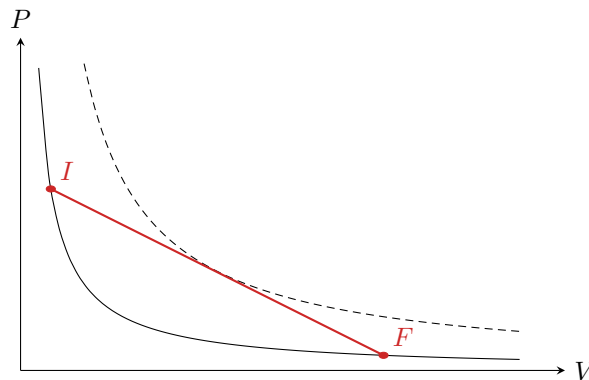


Figure 2 – Représentation de la transformation dans le diagramme de Watt.

3 La courbe de la transformation est une droite, donc l'équation s'écrit

$$P = \alpha V + \beta$$

avec

$$\begin{cases} P_0 = \alpha V_0 + \beta \\ P_0/k = \alpha kV_0 + \beta \end{cases} \quad \text{d'où} \quad \begin{cases} \alpha = -\frac{P_0}{kV_0} \\ \beta = \frac{1+k}{k}P_0 \end{cases}$$

soit finalement

$$P = -\frac{P_0}{k} \frac{V}{V_0} + \frac{1+k}{k} P_0$$

4 La température T_{\max} est celle pour laquelle l'isotherme associée n'a qu'un seul point d'intersection avec la courbe représentant la transformation. Les points d'intersection d'une isotherme avec la courbe de la transformation vérifient

$$\alpha V + \beta = \frac{nRT}{V} \quad \text{soit} \quad \alpha V^2 + \beta V - nRT = 0.$$

La température T_{\max} est celle pour laquelle cette équation n'admet qu'une seule solution, c'est-à-dire pour laquelle le discriminant est nul, soit

$$\beta^2 + 4 \times \alpha \times nRT_{\max} = 0 \quad \text{d'où} \quad T_{\max} = -\frac{\beta^2}{4\alpha nR}.$$

En reprenant les expressions de β et α , on trouve

$$T_{\max} = \frac{(1+k)^2 P_0^2}{k^2 \times \frac{P_0}{kV_0} \times nR} = \frac{(1+k)^2 P_0 V_0}{k nR}$$

ce qui donne finalement

$$T_{\max} = \frac{(1+k)^2}{k} T_0 > T_0.$$

Exercice 3 : Positionnement relatif des isobares en diagramme entropique

💡 2 | ✂ 1

📈 ▷ Diagramme entropique ;
 📈 ▷ Modèle du gaz parfait.

- 1 Cf. cours : $T(s) = A e^{+s/c_p}$ avec A une constante.
- 2 La transformation est simplement une verticale.
- 3 La transformation étant isentropique, la loi de Laplace s'applique,

$$p_2 = p_1 \left(\frac{T_1}{T_2} \right)^{\gamma/(1-\gamma)} = p_1 \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^{\gamma/(\gamma-1)}.$$

- 4 D'après la relation de Mayer,

$$C_p = C_v + nR \quad \text{donc} \quad \gamma = 1 + \frac{nR}{C_v} > 1$$

On lit graphiquement $T_2 > T_1$, et $\gamma/(\gamma - 1) > 0$, donc on en déduit $p_2 > p_1$. Ainsi, les isobares haute pression sont situées au dessus des isobares basse pression.

Exercice 4 : Détendeur de plongée

💡 2 | ✂ 2 | Ⓞ

📈 ▷ Diagramme des frigoristes ;
 📈 ▷ Principes de la thermodynamique.

- 1 Voir figure 3.

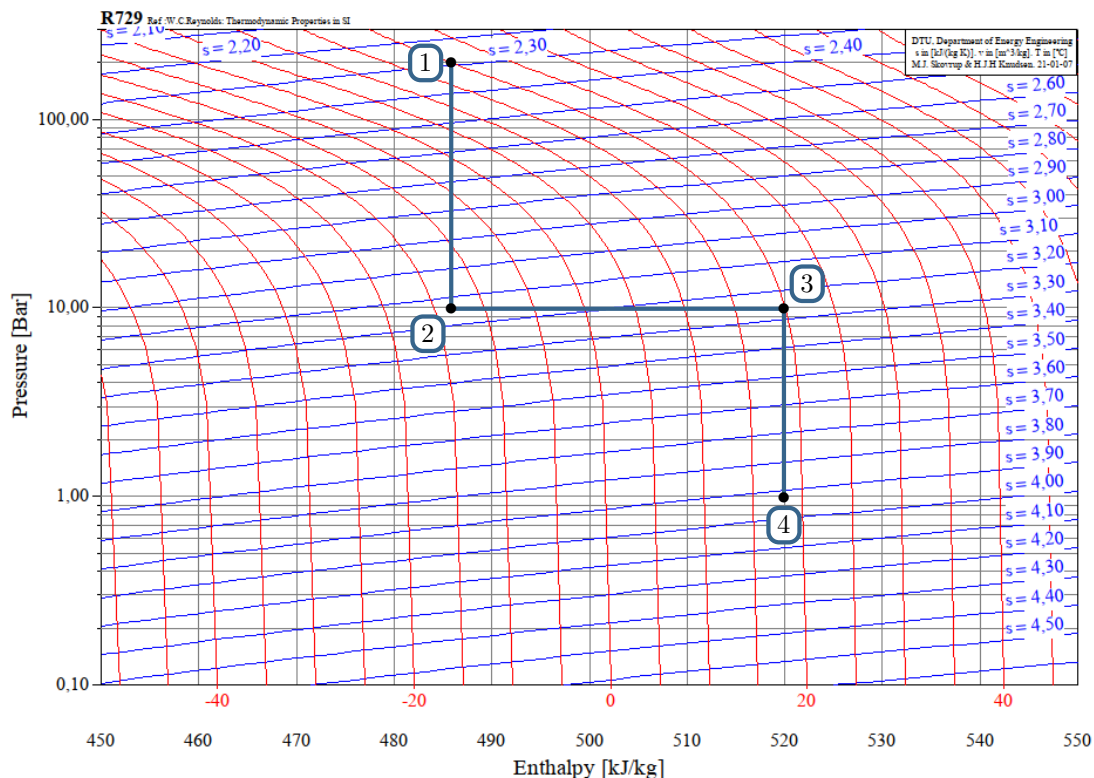


Figure 3 – Évolution dans un détendeur de plongée.

- 2 À la fin de la première détente, on lit sur le diagramme $T_2 = -12^\circ\text{C}$, ce qui est très inférieur à $T_1 = 20^\circ\text{C}$. Le modèle du gaz parfait permet d'appliquer la loi de Joule : cette détente étant isenthalpique, elle aurait dû être

isotherme si l'air s'était comporté en gaz parfait ! On peut se rendre compte que la loi de Joule n'est pas valable car les isothermes (courbes rouges) et les isenthalpes (verticales) ne sont pas du tout confondues au cours de l'étape 1 → 2, contrairement à ce qu'elle prévoit.

3 La température à la fin de la seconde détente vaut $T_4 = 18^\circ\text{C}$, ce qui n'est pas très différent de la température de l'eau dans laquelle nage le plongeur.

4 Ce qui caractérise un gaz parfait dans un diagramme des frigoristes est la présence d'isothermes verticales : c'est au point 4 qu'on s'en approche le plus. D'après l'équation d'état des gaz parfaits, la masse d'air inspirée en une inspiration vaut

$$m = \frac{MP_4V}{RT_4} = 6,0 \cdot 10^{-4} \text{ kg}.$$

5 • **Transfert thermique échangé** : La variation d'enthalpie de cette masse d'air lors du passage entre les deux tubes vaut

$$\Delta H = \underset{\substack{\uparrow \\ \text{transf}}}{mh_3} - \underset{\substack{\uparrow \\ \text{1er P}}}{mh_2} = Q \quad \text{d'où} \quad Q = 21 \text{ J}$$

par lecture graphique du diagramme ($h_2 = 485 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$ et $h_3 = 520 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$).

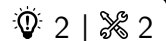
• **Entropie créée** : La variation d'entropie de la masse d'air pendant tout le processus vaut

$$\Delta S = \underset{\substack{\uparrow \\ \text{transf}}}{ms_4} - \underset{\substack{\uparrow \\ \text{2nd P}}}{ms_1} = \frac{Q}{T_{\text{eau}}} + S_c$$

d'où on déduit par lecture du diagramme ($s_1 = 2,30 \text{ kJ} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$ et $s_1 = 3,92 \text{ kJ} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$)

$$S_c = ms_4 - ms_1 - \frac{Q}{T_{\text{eau}}} = 0,90 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}.$$

Exercice 5 : L'air ambiant est-il un gaz parfait ?



- ▷ Diagramme des frigoristes ;
- ▷ Représentation graphique.

Notons A le point du diagramme définissant les conditions atmosphériques.

1 L'équation massique des gaz parfaits s'écrit

$$P \frac{V}{m} = \frac{n}{m} RT \quad \text{soit} \quad Pv = \frac{RT}{M}$$

Par lecture graphique autour du point A , $v_A \simeq 0,8 \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1}$ (un pointage précis donne $v_A = 0,84 \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1}$), d'où

$$Pv = 8,4 \cdot 10^4 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \quad \text{et} \quad \frac{RT}{M} = 8,4 \cdot 10^4 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1}.$$

L'équation d'état est donc **très bien vérifiée** au point A .

2 D'après la loi de Joule, $dh = c_p dT$ donc les isothermes ($dT = 0$) doivent être confondues avec les isenthalpes ($dh = 0$), c'est-à-dire que les isothermes doivent être verticales. C'est bien le cas au niveau du point A , mais pas à haute pression, dans la partie supérieure du diagramme.

3 La loi de Laplace s'écrit $Pv^\gamma = \text{cte}$. Pour la valider graphiquement, il faut passer par une représentation graphique qui s'identifie à une droite, ce qui ramène ici à une échelle logarithmique :

$$\log P + \gamma \log v = \text{cte} \quad \text{soit} \quad \underbrace{\log P}_{=y} = -\gamma \underbrace{\log v}_{=x} + \text{cte}.$$

Le tracé de la figure 4 est **parfaitement compatible** avec une courbe linéaire. L'indice adiabatique γ peut s'estimer à partir du coefficient directeur :

$$\gamma = \left| \frac{-0,08 + 0,218}{-0,039 - 0,113} \right| = 1,39$$

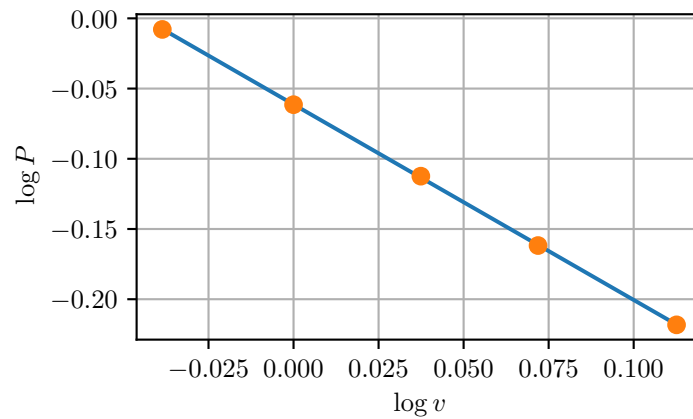


Figure 4 – Validation graphique de la loi de Laplace.

ce qui correspond à la valeur attendue $\gamma_{GP} = 1,4$ pour un gaz parfait diatomique.

4 Par définition,

$$c_p = \left. \frac{\partial h}{\partial T} \right|_P.$$

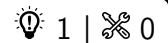
On raisonne le long de l'isobare 1 bar, en lisant l'enthalpie massique correspondant aux températures 10 et 30 °C. On trouve alors

$$c_p \simeq \frac{530 - 510}{30 - 10} = 1,0 \text{ kJ} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1},$$

ce qui est exactement la valeur prévue par le modèle du gaz parfait.

Tables thermodynamiques

Exercice 6 : Table incomplète



- ▷ Table thermodynamique ;
- ▷ Relations entre grandeurs d'état.

1 Dans un diagramme des phases, la ligne de changement d'état liquide-vapeur commence au point triple et se termine au point critique. Ces points correspondent respectivement à la première et à la dernière valeur de la table, celles qui sont non entières. Ainsi,

$$\begin{cases} T_{\text{tr}} = 0,01 \text{ °C} \\ P_{\text{tr}} = 0,6117 \text{ kPa} \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} T_c = 374,14 \text{ °C} \\ P_c = 22\,090 \text{ kPa} \end{cases}$$

2 Par définition, pour une température T ,

$$l_{\text{vap}} = h''(T) - h'(T) \quad \text{et} \quad s_{\text{vap}} = s''(T) - s'(T).$$

3 L'origine des entropies massiques est celle du liquide saturant à la température du point triple. Ce choix est différent de celui du principe de Nernst (ou troisième principe de la thermodynamique), qui attribue une entropie nulle à un solide cristallisé dans un réseau parfait. C'est toutefois sans conséquence car seules les variations d'entropie sont pertinentes.

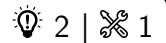
4 Par définition,

$$h = u + Pv \quad \text{soit} \quad \boxed{u = h - Pv}.$$

Toutes les informations requises pour calculer u' et u'' sont déjà dans la table.

5 Pour compléter la table, on utilise :

- ▷ $T = 20 \text{ °C}$: définition de l_{vap} ;
- ▷ $T = 40 \text{ °C}$: définition de s_{vap} ;
- ▷ $T = 60 \text{ °C}$: relation $s_{\text{vap}} = l_{\text{vap}}/T_{\text{vap}}$ puis définition de s_{vap} ;
- ▷ $T = T_c$: au point critique les deux phases ne sont plus discernables, donc $v' = v''$, $h' = h''$ et $s' = s''$.

Exercice 7 : Détente isochore d'une vapeur d'eau

- ▷ Table thermodynamique ;
- ▷ Principes de la thermodynamique.

1 D'après la table thermodynamique, le volume massique dans l'état initial est

$$v = v_V(485 \text{ K}) = 0,0998 \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \quad \text{d'où} \quad m = \frac{V}{v} = 1,00 \cdot 10^{-2} \text{ kg}.$$

2 Comme ni la masse d'eau ni le volume disponible ne changent, le volume massique du système est constant. On constate qu'à la température finale T_0 ,

$$v_L < v < v_V.$$

Le système est donc diphasé. D'après le théorème des moments,

$$x = \frac{v - v_L}{v_V - v_L} \simeq \frac{v}{v_V} = 5,9 \cdot 10^{-2}.$$

3 La transformation est isochore ... mais certainement pas isobare. Le premier principe doit donc forcément s'écrire en termes d'énergie interne. En notant v le volume massique moyen du système, on a dans l'état I ,

$$U_I = m(h_I - p_I v) = m(h_V(485) - P_{\text{sat}}(485)v) = 2,80 \cdot 10^4 \text{ kJ},$$

et dans l'état F ,

$$U_F = xmh_V(373) + (1-x)mh_L(373) - P_{\text{sat}}(373)v = 5,4 \cdot 10^3 \text{ kJ}.$$

Comme le récipient est indéformable aucun travail n'est échangé et donc d'après le premier principe

$$Q = U_F - U_I = -2,26 \cdot 10^4 \text{ J}.$$

Il y a refroidissement et liquéfaction partielle, il est donc logique de trouver $Q < 0$.

4 Toujours d'après la table,

$$S_I = ms_V(485) = 63,6 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \quad \text{et} \quad S_F = xms_V(373) + (1-x)ms_L(373) = 16,6 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}.$$

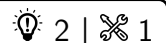
si bien que

$$\Delta S = S_F - S_I = -47,0 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}.$$

Or l'entropie échangée au cours de la transformation vaut

$$S_{\text{éch}} = \frac{Q}{T_0} = -61 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}.$$

On constate $S_{\text{éch}} < \Delta S$: la différence correspond à l'entropie créée, positive comme il se doit. La transformation est donc **irréversible**.

Exercice 8 : Table de vapeur sèche

- ▷ Table thermodynamique ;
- ▷ Modèle du gaz parfait.

1 On lit dans la table un volume massique $v = 2,63 \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1}$, d'où une masse volumique

$$\rho = \frac{1}{v} = 0,380 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}.$$

2 Un mélange diphasique s'obtient à la température de saturation, soit ici à $120,21 \text{ }^\circ\text{C}$.

3 La température est inférieure à la température de saturation, l'eau est donc entièrement liquide.

4 Si la vapeur d'eau se comportait en gaz parfait, alors l'équation d'état massique indique que l'on aurait

$$\frac{pv}{T} = \frac{R}{M} \simeq 462 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}.$$

À partir des valeurs lues dans la table, on trouve en réalité

$$\frac{pv}{T} \simeq 454 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}.$$

La valeur n'est pas exactement identique, mais l'écart reste assez faible néanmoins : on peut penser que l'approximation est raisonnable du point de vue des variables d'état ... en revanche une étude plus approfondie basée sur un diagramme montrerait que l'approximation est nettement moins bonne concernant les grandeurs énergétiques, à commencer par l'enthalpie.