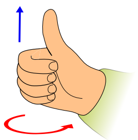
BLAISE PASCAL
PT 2024-2025

Fiche résumé 17 – Électromagnétisme

Champ magnétique
Théorème d'Ampère

I - Ce que vous savez déjà



- **Sens des lignes de champ :** la règle de la main droite permet de retrouver
  - ▷ le sens d'enroulement des lignes de champ (doigts) connaissant le sens du courant (pouce) ;
  - ▷ le sens du courant dans une spire (doigts) connaissant le sens du champ (pouce).

- **Approximation des régimes quasi-stationnaires magnétiques :**

▷ « Quasi-stationnaire » : le temps mis par une OEM pour aller d'un bout à l'autre du système est négligeable devant les temps caractéristiques de variation des tensions et courants ;
▷ « Magnétique » : l'effet des charges est négligeable devant celui des courants.

$\rightsquigarrow$ les champs magnétiques se calculent de la même façon en statique et en ARQS magnétique, mais ce n'est pas le cas des champs électriques, sauf pour le condensateur dans lequel il n'y a pas de courant.

II - Symétries et invariances

Les propriétés de symétrie de $\vec{B}$ sont l'inverse de celles de $\vec{E}$.

- **Plan de symétrie de la distribution :**

▷ Pour identifier un plan de symétrie, vérifier qu'en un point $M_\mathrm{s} \in \Pi_\mathrm{s}$ on a bien $\vec{j}(M_\mathrm{s})$ inclus dans Π_s ;
▷ En un point M_s appartenant à un plan Π_s, $\vec{B}(M_\mathrm{s})$ est orthogonal plan Π_s ;
▷ En deux points M et M' symétriques par rapport à un plan Π_s, $\vec{B}(M)$ et $\vec{B}(M')$ sont anti-symétriques
$\rightarrow$ $\vec{B}(M')$ est l'opposé du symétrique de $\vec{B}(M)$.
▷ Si la distribution est plane, alors ce plan est un plan de symétrie.

- **Plan d'anti-symétrie de la distribution :** fréquent concernant le champ magnétique.

▷ Pour identifier un plan d'anti-symétrie, vérifier qu'en un point $M_\mathrm{a} \in \Pi_\mathrm{a}$ on a bien $\vec{j}(M_\mathrm{a})$ orthogonal à Π_a ;
▷ En un point M_a appartenant à un plan Π_a, $\vec{B}(M_\mathrm{a})$ est inclus dans le plan Π_a ;
▷ En deux points M et M' symétriques par rapport à un plan Π_a, $\vec{B}(M)$ et $\vec{B}(M')$ sont symétriques.

- **En pratique :** le plus efficace est de repérer un plan de symétrie de la distribution.

- **Invariances de la distribution :**

▷ invariance par translation = indépendance de $\vec{B}$ par rapport aux variables cartésiennes ;
▷ invariance par rotation = indépendance de $\vec{B}$ par rapport aux variables angulaires.

III - Théorème d'Ampère

- **Équation de Maxwell-Ampère et théorème d'Ampère :**

$$\boxed{\overrightarrow{\mathrm{rot}}\,\vec{B} = \mu_0\,\vec{j} + \underbrace{\varepsilon_0\mu_0\frac{\partial \vec{E}}{\partial t}}_{\substack{=0 \text{ (statique)} \\ \ll |\vec{j}| \text{ (ARQSm)}}} \quad \underset{\text{Stokes}}{\Longleftrightarrow} \quad \oint_{\mathrm{CA}} \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{\ell} = \mu_0 I_\mathrm{enl}\,.}$$

Signe de I_enl : règle de la main droite à partir de l'orientation du contour d'Ampère.

- **Calculer un champ avec le théorème d'Ampère :**
  - ❶ Schéma + choix des **coordonnées** ;
  - ❷ **Symétries** de la distribution :
    - ▷ donne les composantes non-nulles de $\vec{B}$ (mais pas les variables dont il dépend !)
    - ▷ seuls les plans de symétrie (ou anti-symétrie) passant par le point M sont intéressants.
  - ❸ **Invariances** de la distribution :
    - ▷ donne les variables dont dépend le champ (mais pas ses composantes non nulles !)

❹ Construction du **contour d'Ampère** :
- ▷ contour sur lequel le champ est uniforme (p.ex. à $r = \text{cte}$ si $\vec{B}$ ne dépend que de r) ;
- ▷ éventuellement à compléter par des morceaux sur lesquels la circulation est nulle car $\vec{B} \perp \overrightarrow{\mathrm{d}\ell}$.

❺ Calcul de la **circulation**

❻ Calcul du **courant enlacé** dans le sens donné par la règle de la main droite :
- ▷ souvent disjonction des cas selon que M est à l'intérieur ou à l'extérieur de la distribution.

❼ **Conclusion**, sans oublier que $\vec{B}$ est un vecteur.

- **Exemple du solénoïde infini :** n spires par unité de longueur.

▷ Contour d'Ampère rectangulaire passant par l'endroit où le champ est donné (extérieur, axe, etc.) et l'endroit où on veut le calculer ;

▷ Résultat final (à connaître) :

$$\vec{B}_{\text{solénoïde}} = \begin{cases} \vec{0} & \text{à l'extérieur} \\ \mu_0 n i \, \vec{e}_z & \text{à l'intérieur} \end{cases}$$

IV - Flux magnétique

- **Équation de Maxwell-Thomson et conservation du flux magnétique :**

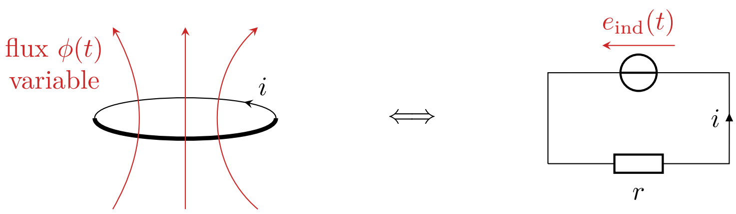
$$\boxed{\operatorname{div} \vec{B} = 0 \quad \underset{\text{Green-Ostrogradski}}{\Longleftrightarrow} \quad \oiint \vec{B} \cdot \overrightarrow{\mathrm{d}S} = 0\,.}$$

⇝ le flux de $\vec{B}$ est le même au travers de toutes les surfaces s'appuyant sur un même contour, on peut donc choisir la plus simple pour le calculer.

- **Équation de Maxwell-Faraday et loi de Faraday :**

$$\boxed{\overrightarrow{\mathrm{rot}}\, \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad \underset{\text{Stokes}}{\Longleftrightarrow} \quad e_{\text{ind}} = -\frac{\mathrm{d}\phi}{\mathrm{d}t}\,.}$$

avec e_{ind} la fém induite dans un circuit fermé immobile traversé par le flux magnétique ϕ, orientée en convention générateur par rapport au sens positif du circuit.



- **Flux propre et inductance propre :** $\boxed{\phi_{\text{p}} = L i}$

V - Énergie magnétique

- **Densité volumique d'énergie magnétique :** énergie magnétique stockée dans un volume mésoscopique $\mathrm{d}\tau$ centré sur le point M :

$$\mathrm{d}U_{\text{m}} = u_{\text{m}}(M)\,\mathrm{d}\tau \qquad \text{avec} \qquad u_{\text{m}}(M) = \frac{\vec{B}(M)^2}{2\mu_0}\,.$$

- **Définition énergétique de l'inductance :** $\boxed{\mathcal{E}_{\text{m}} = \frac{1}{2} L i^2}$ avec $\mathcal{E}_{\text{m}}$ l'énergie magn totale stockée dans la bobine.