BLAISE PASCAL
PT 2024-2025

TD 18 – Électromagnétisme

Retour sur les phénomènes d'induction

- Difficulté d'analyse et compréhension, initiative requise ;
- Difficulté technique et calculatoire ;
- Exercice important.

Ceinture		Proposition de parcours d'entraînement
	Ceinture blanche	Applications + exercices 1 à 4 et 11
	Ceinture jaune	Applications + exercices 1 à 5, 10 et 11
	Ceinture rouge	Applications (★) + exercices 3 à 8, 10 et 13
	Ceinture noire	Applications (★) + exercices 4 à 13

Flasher ou cliquer pour accéder au corrigé

Applications de cours

Seuls les étudiants du groupe PT⋆ seront interrogés en colle sur les applications marquées d'une étoile, car elles sont plus techniques et/ou moins essentielles ... mais tous les étudiants sont bien sûr invités à les travailler !

18.1 - Établir les équations mécanique et électrique des rails de Laplace utilisés comme un moteur, c'est-à-dire fermés sur un générateur extérieur de fém E_0. On tiendra compte de la résistance r des rails.

18.2 - Établir les équations mécanique et électrique des rails de Laplace utilisés comme un générateur, c'est-à-dire dont la tige mobile est tractée par une force constante $\overrightarrow{F_0}$. On tiendra compte de la résistance r des rails.

> *Rappelons qu'aucun calcul de force de Laplace ou de fém induite ne peut être correct tant que le courant n'a pas été explicitement orienté sur un schéma !*

18.3 - Procéder au bilan de puissance sur l'un des deux exemples précédents et l'interpréter. Les équations électrique et mécanique seront alors données par l'interrogateur.

(★) 18.4 - Définir le moment magnétique d'une spire plane et rappeler (sans démonstration) l'expression du couple de Laplace qu'elle subit lorsqu'elle est placée dans un champ magnétique uniforme. Un schéma est indispensable pour définir correctement les orientations.

> *Une spire parcourue par un courant i est orientée par la règle de la main droite, ce qui définit le vecteur normal unitaire $\vec{n}$. En notant S la surface de la spire, son moment magnétique est défini par*
>
> $$\vec{m} = iS\vec{n}\,.$$
>
> *Quand elle est placée dans un champ uniforme $\vec{B}$, elle subit le couple de Laplace*
>
> $$\vec{\Gamma}_{Lapl} = \vec{m} \wedge \vec{B}\,.$$

(★) 18.5 - On modélise un alternateur par une spire rectangulaire, de normale $\vec{n}$, plongée dans un champ magnétique constant $\vec{B} = B\,\vec{e}_x$, voir figure 1. Sous l'effet d'un couple extérieur $\Gamma_0\,\vec{e}_z$, cette spire tourne à vitesse angulaire Ω_0 supposée constante autour de l'axe (Oz). Cette spire possède une résistance interne r et alimente une résistance électrique extérieure R, qui modélise un récepteur. Établir les équations électrique et mécanique.

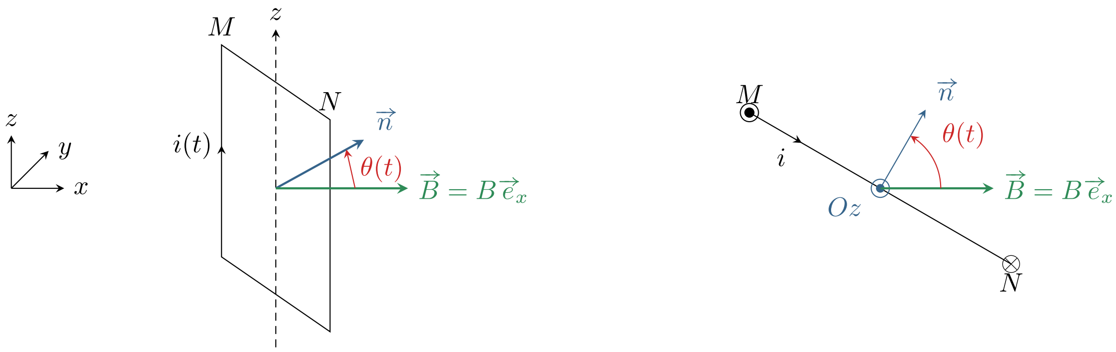
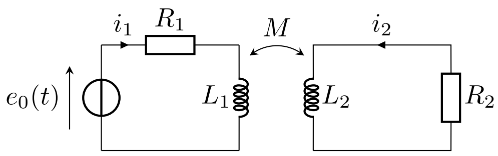


Figure 1 – Schéma d'alternateur modèle.

18.6 - Établir le système d'équations différentielles couplées vérifié par les courants i_1 et i_2 dans le montage ci-dessous.

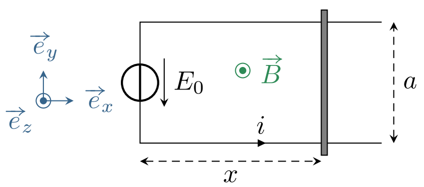


Refaire le cours

Exercice 1 : Rails de Laplace utilisés comme moteur

1 | 1 |

- ▷ *Équations électrique et mécanique ;*
- ▷ *Bilan de puissance.*



Considérons un système de rails de Laplace séparés d'une distance a et soumis à un champ magnétique extérieur $\vec{B} = B\vec{e}_z$. L'ensemble possède une résistance électrique r. Ce système est utilisé en fonctionnement moteur : un générateur impose une tension E_0, ce qui met en mouvement la tige initialement immobile. Il réalise donc une conversion d'énergie électrique en énergie mécanique.

1 - Exprimer la force de Laplace subie par la tige mobile. En déduire l'équation mécanique.

2 - Déterminer la force électromotrice induite. En déduire l'équation électrique.

3 - Établir et résoudre l'équation différentielle vérifiée par la vitesse v_x de la tige.

4 - Établir et résoudre l'équation différentielle vérifiée par l'intensité i.

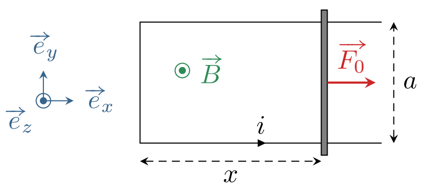
5 - Comparer la puissance mécanique fournie par la force de Laplace et la puissance électrique fournie par le générateur induit. Interpréter physiquement leur signe respectif.

6 - Procéder au bilan de puissance et l'interpréter.

Exercice 2 : Rails de Laplace utilisés comme générateur

1 | 1 |

- ▷ *Équations électrique et mécanique ;*
- ▷ *Bilan de puissance.*



Considérons les mêmes rails de Laplace que dans l'exercice précédent. Le système est maintenant utilisé en fonctionnement générateur : il n'y a plus de générateur E_0, mais un opérateur extérieur tracte la tige (initialement immobile) avec une force constante $\vec{F_0}$, ce qui génère un courant induit dans le système. Il réalise donc une conversion d'énergie mécanique en énergie électrique.

1 - Déterminer sans calcul le signe du courant induit.

2 - Exprimer la force de Laplace subie par la tige mobile. En déduire l'équation mécanique.

3 - Déterminer la force électromotrice induite. En déduire l'équation électrique.

4 - Établir et résoudre l'équation différentielle vérifiée par le courant i dans le système.

5 - Comparer la puissance mécanique fournie par la force de Laplace et la puissance électrique fournie par le générateur induit.

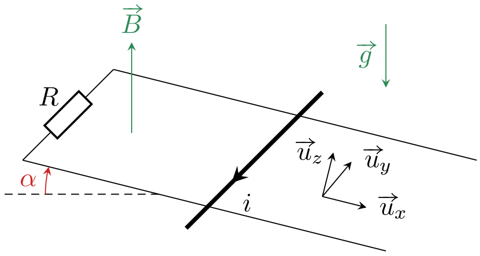
6 - Procéder au bilan de puissance et l'interpréter.

Couplage électromécanique en translation

Exercice 3 : Rails de Laplace inclinés

d'après oral CCINP PSI | 2 | 2 |

▷ *Équations électrique et mécanique.*



Un barreau métallique de masse m glisse sous l'effet de son poids sur deux rails conducteurs, séparés d'une distance a et inclinés d'un angle α par rapport à l'horizontale. Les rails sont fermés sur une résistance R, et un champ magnétique uniforme $\vec{B}$, dirigé selon la verticale ascendante, règne entre eux. Les frottements sont négligés. On repère par $x(t)$ la position du barreau le long des rails.

1 - La force de Laplace accélère-t-elle ou freine-t-elle la chute du barreau ? En déduire le sens du courant i qui circule dans le circuit. Le barreau peut-il s'immobiliser ?

2 - Exprimer la force de Laplace $\vec{F}_\mathrm{L}$ qui s'exerce sur le barreau mobile en fonction de i, a, B et α.

3 - Établir l'équation électrique.

4 - En déduire l'équation différentielle vérifiée par la vitesse v.

✎ ***Correction*** — **1 -** *D'après la loi de Lenz, la force de Laplace induite freine le mouvement du barreau : elle est donc dirigée selon $-\vec{u}_x$. En identifiant « à la main » la direction du produit vectoriel définissant la force, on en déduit que le sens réel du courant lorsqu'il traverse le barreau mobile est selon $-\vec{u}_y$, donc que $i > 0$. Le barreau ne peut cependant pas s'arrêter : s'il venait à s'arrêter, alors il n'y aurait plus de variations de flux donc plus d'induction ... et plus de force de Laplace induite pour le retenir, si bien que son poids l'entraînerait à nouveau.*

2 - *La force de Laplace subie par le barreau vaut*

$$\vec{F}_L = \int_{\text{tige}} i\,\vec{d\ell} \wedge \vec{B} = i(-a\vec{u}_y) \wedge \vec{B} \qquad \text{avec} \qquad \vec{B} = B(-\sin\alpha\,\vec{u}_x + \cos\alpha\,\vec{u}_z)$$

ce qui conduit donc à

$$\vec{F}_L = iaB\left(\sin\alpha\,\vec{u}_y \wedge \vec{u}_x - \cos\alpha\,\vec{u}_y \wedge \vec{u}_z\right) \qquad \text{d'où} \qquad \boxed{\vec{F}_L = -iaB\left(\cos\alpha\,\vec{u}_x + \sin\alpha\,\vec{u}_z\right)\,.}$$

Question d'analyse 1 *- Justifier le signe $-$ apparaissant dans l'expression de $\vec{F}_L$ à la première ligne du calcul.*

3 - *Le flux magnétique au travers du circuit s'écrit*

$$\Phi = \iint \vec{B}\cdot\vec{dS} = -B\cos\alpha(S_0 + ax)$$

en notant S_0 la surface du circuit lorsque la tige se trouve en $x = 0$.

Question d'analyse 2 *- Justifier l'expression de Φ, et en particulier le signe $-$.*

Ainsi, d'après la loi de Faraday, la force électromotrice induite vaut

$$e = -\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} = +B\,\cos\alpha\,a\,v_x\,.$$

Le circuit électrique équivalent ne compte que le générateur induit et la résistance. La loi d'Ohm donne directement

$$e = Ri \qquad \text{d'où} \qquad \boxed{Ri = aB\cos\alpha\,v}$$

***Question d'analyse 3** - Dessiner le circuit équivalent en étant vigilant aux conventions. Retrouver l'équation électrique.*

***4 -** Le barreau est soumis à*
- *son poids : $\vec{P} = m\vec{g} = mg(\sin\alpha\,\vec{u}_x - \cos\alpha\,\vec{u}_z)$;*
- *la force de Laplace : $\vec{F}_L = -iaB\,(\cos\alpha\,\vec{u}_x + \sin\alpha\,\vec{u}_z)$;*
- *la réaction des rails, normale aux rails car sans frottement : $\vec{N} = N\vec{u}_z$.*

***Question d'analyse 4** - Retrouver la projection du poids dans la base $(\vec{u}_x, \vec{u}_y, \vec{u}_z)$, par exemple en dessinant une figure de changement de repère.*

D'après le théorème de la résultante cinétique appliqué au barreau dans le référentiel terrestre, considéré galiléen,

$$m\frac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t} = \vec{P} + \vec{F}_L + \vec{N}$$

et en projection sur $\vec{u}_x$

$$m\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = mg\sin\alpha - iaB\cos\alpha$$
$$m\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = mg\sin\alpha - \frac{(aB\cos\alpha)^2}{R}v$$

***Question d'analyse 5** - Quelle étape de calcul permet de relier les deux lignes ci-dessus ?*

Finalement,

$$\boxed{\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} + \frac{(aB\cos\alpha)^2}{mR}v = g\sin\alpha\,.}$$

Cette équation différentielle se met sous forme canonique,

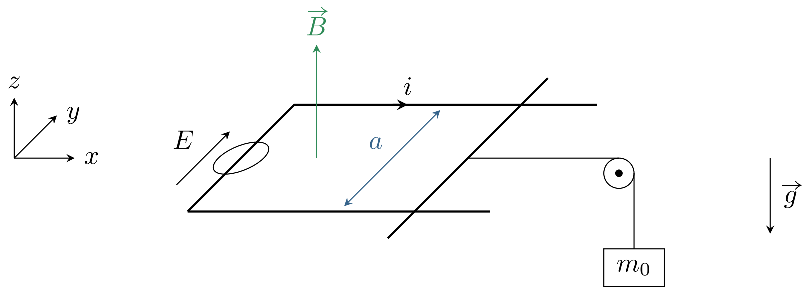
$$\boxed{\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} + \frac{1}{\tau}v = g\sin\alpha \qquad \text{avec} \qquad \tau = \frac{mR}{(aB\cos\alpha)^2}\,.}$$

Exercice 4 : Treuil électromécanique

2 | 2 |

- *Équations électrique et mécanique ;*
- *Bilan de puissance.*

On modélise un treuil par un moteur linéaire, analogue à un dispositif de rails de Laplace séparés d'une distance a plongés dans un champ magnétique $\vec{B}$ et alimentés par un générateur de tension continue E. La tige mobile est reliée à la masse m_0 à soulever par l'intermédiaire d'un câble inextensible et d'une poulie dont on néglige les frottements d'axe. On note R la résistance électrique du circuit, supposée indépendante de la position de la tige mobile. Ce circuit est orienté dans le sens indiqué sur la figure.



1 - Quel doit être le signe du courant i imposé par le générateur pour que le système puisse fonctionner en treuil, c'est-à-dire puisse soulever la masse ? Déterminer la valeur minimale de E permettant d'atteindre ce fonctionnement.

2 - Établir l'expression de la norme de la force de tension du câble en fonction de l'accélération de la masse m_0.

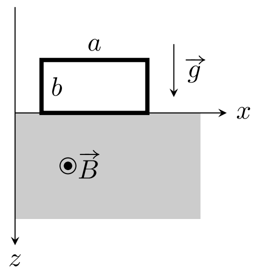
3 - Établir les équations électrique et mécanique du système.

4 - En déduire l'expression de la vitesse $v_z(t)$ de la masse m_0 en supposant qu'elle est initialement immobile. Déterminer la valeur limite de la vitesse de levage, notée V_0.

5 - Établir et interpréter le bilan de puissance du système en régime permanent.

Exercice 5 : Freinage par induction 2 | 2 |

▷ *Équations électrique et mécanique.*



La plupart des manèges des parcs d'attraction utilisent des dispositifs de freinage inductif en plus du freinage par friction. On modélise dans cet exercice une attraction proposant aux passagers d'une cabine d'ascenseur de tomber en chute quasi-libre pendant quelques secondes avant d'être brutalement freinés. La première étape du freinage est magnétique.

Dans le chassis de la cabine d'ascenseur est placée un bobinage conduteur modélisé par une unique spire rectangulaire de côtés a et b, de masse m et de résistance R. Sa position est repérée par la cote z du bas de la spire. Dans le demi-espace $z > 0$ règne un champ magnétique $\vec{B}$ uniforme et permanent. À l'instant $t = 0$, la cabine se trouve dans la situation représentée sur la figure ci-contre où $z = 0$, sa vitesse valant alors $\vec{v} = v_0 \vec{u}_z$. Pour simplifier, les frottements de l'air seront négligés dans tout l'exercice.

1 - Montrer que le mouvement ultérieur de la cabine reste une translation verticale selon l'axe (Oz).

2 - Établir une équation différentielle portant sur la vitesse v de la cabine.

3 - Résoudre cette équation. Que se passe-t-il lorsque $z = b$?

4 - Justifier qu'un freinage magnétique ne peut pas suffire à arrêter la cabine d'ascenseur.

Exercice 6 : Haut-parleur 2 | 2 |

▷ *Équations électrique et mécanique ;*
▷ *Conservation de la puissance ;*
▷ *Approche fréquentielle.*

Un haut-parleur est composé d'un aimant permanent fixe, dont la géométrie permet de produire un champ magnétique radial de norme constante, $\vec{B} = B\,\vec{e}_r$, représenté par les flèches vertes en traits fins sur la figure 2.

Une membrane est reliée mécaniquement à cet aimant par une suspension appelée le « spider », modélisée par un ressort de longueur à vide ℓ_0 et de raideur k. Un châssis mobile cylindrique portant un bobinage de résistance R et de longueur totale ℓ_{bob} (ℓ_{bob} tient compte à la fois du rayon du bobinage et du nombre de spires bobinées) peut se déplacer dans l'entrefer de l'aimant. L'ensemble formé par la bobine, le chassis et la membrane est appelé « équipage mobile » du haut-parleur.

Un générateur extérieur impose une tension de commande u, et donc un courant i circule dans la bobine. La membrane est alors mise en mouvement sous l'effet des forces de Laplace, et crée une onde de pression : le son.

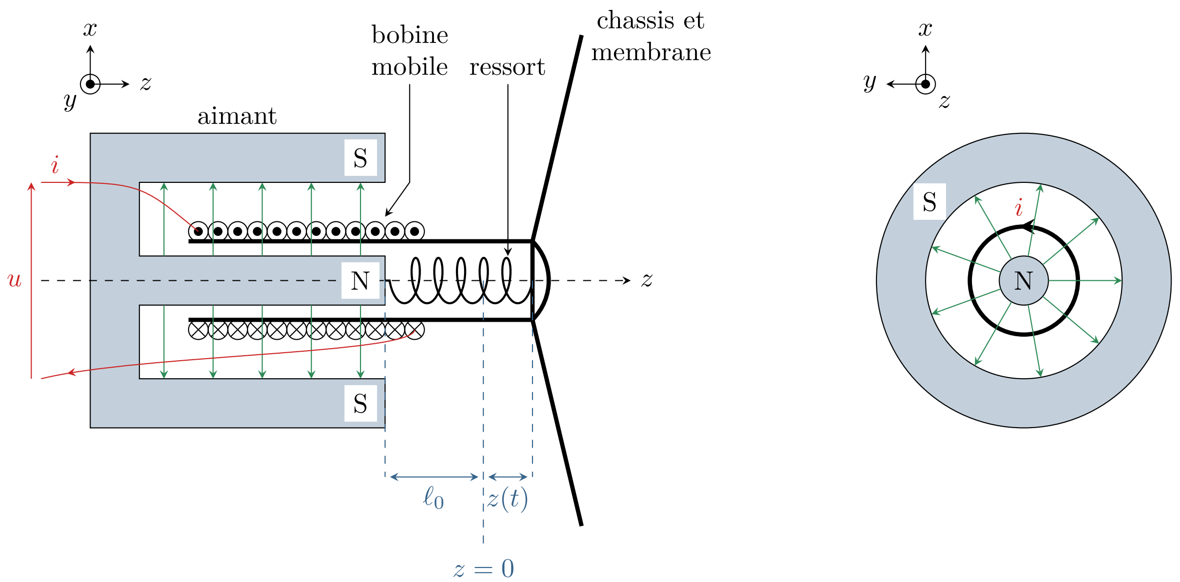


Figure 2 – **Schéma de principe d'un haut-parleur électrodynamique.** Vue en coupe et vue de face d'un haut-parleur simplifié.

1 - Montrer que la force de Laplace subie par un tronçon de spire bobinée de longueur infinitésimale $\mathrm{d}\ell$ s'écrit

$$\mathrm{d}\overrightarrow{F}_{\mathrm{L}} = -i\,B\,\mathrm{d}\ell\,\overrightarrow{e}_z\,.$$

En déduire la force de Laplace totale en fonction de ℓ_{bob}.

2 - Établir l'équation mécanique du système. On prendra en compte une force de frottements linéaire $\overrightarrow{F} = -\alpha\overrightarrow{v}$: que modélise-t-elle ?

3 - On rappelle que la conservation de la puissance lors de la conversion électro-mécanique en translation se traduit par la relation

$$\overrightarrow{F}_{\mathrm{L}} \cdot \overrightarrow{v} + e_{\mathrm{ind}}i = 0$$

En déduire l'expression de la fém induite par le champ extérieur.

4 - En déduire l'équation électrique du système.

5 - Exprimer l'impédance d'entrée du haut-parleur $\underline{Z} = \underline{U}/\underline{I}$. Montrer qu'elle s'interprète comme la mise en série d'une impédance électrique et d'une impédance mécanique à définir.

Couplage électromécanique en rotation

Exercice 7 : Centrale géothermique

PT A 2023 | 2 | 1

- *Équation mécanique ;*
- *Conservation de la puissance ;*
- *Bilan de puissance.*

En Islande fonctionnent 5 centrales géothermiques parmi les plus grosses du monde. Cette façon de produire de l'électricité, indépendante des saisons, utilise une énergie renouvelable car l'eau pompée en profondeur y retourne après avoir été utilisée au sol.

Cette production d'électricité est assez exemplaire car elle a un bien meilleur bilan du point de vue écologique. Pour 1 kWh produit dans ces centrales géothermiques il y a émission de 80 g de dioxyde de carbone CO_2 et de 2 cg de dioxyde de soufre SO_2. Pour 1 kWh produit dans une « bonne » centrale à charbon il y a émission de 1 kg de CO_2 et de 12 g de SO_2.

III-A fonctionnement de la centrale

Le principe de fonctionnement **(figure 5**) de ces centrales est une succession de 5 étapes :

a) Un forage permet de pomper en profondeur (jusqu'à plus d'un kilomètre) de l'eau chaude (entre 50 °C et 400°c) liquide sous pression.
b) L'eau remonte à la surface en se vaporisant de manière instantanée.
c) La vapeur d'eau va être introduite dans des turbines et crée dans celles-ci un mouvement de rotation rapide des pièces mécaniques.
d) Un alternateur permet d'obtenir un courant électrique puissant
e) Des transformateurs permettent ensuite, en augmentant la tension, de transporter le courant avec moins de pertes énergétiques.

23) Préciser quelle est la forme d'énergie transmise de la turbine à l'alternateur ainsi que celle transmise de l'alternateur au transformateur ? Quels sont l(es) élément(s) transducteur(s) du processus ? Quels sont les types de pertes énergétiques à envisager sur les différentes étapes ?

24) La centrale de Svarsengi produit une puissance électrique nette de 80 MW. Déterminer la quantité de dioxyde de carbone émise en un an de fonctionnement. Comparer à la quantité produite par une centrale à charbon équivalente.

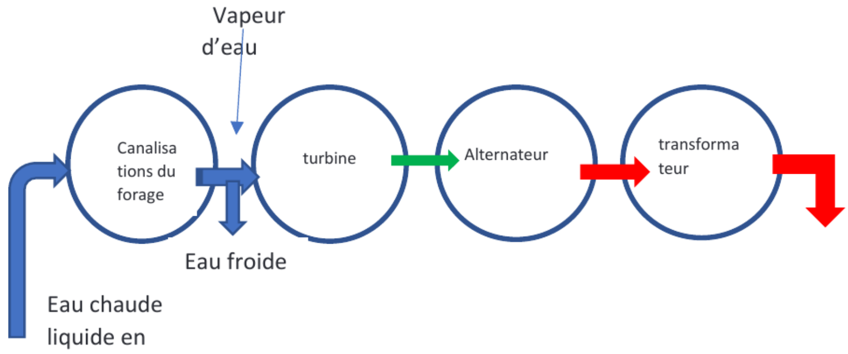


Figure 5 centrale géothermique

III-B modélisation du fonctionnement de l'alternateur

La vapeur entraîne la rotation des pièces mécaniques de la turbine ce qui entraine à son tour la rotation de l'alternateur. On modélise la rotation de l'alternateur par celle d'un circuit conducteur C de N spires placées en série (**figure 6**) confondues spatialement avec un carré de centre O et de côté 2a. Ce circuit tourne à vitesse angulaire constante $\omega = \dot{\theta}$ autour de son axe Oz. Dans cet espace règne un champ magnétique uniforme $\vec{B} = B_0\overrightarrow{e_x}$. On note R la résistance du circuit. On néglige le champ magnétique propre des bobines devant le champ extérieur $B_0\overrightarrow{e_x}$.

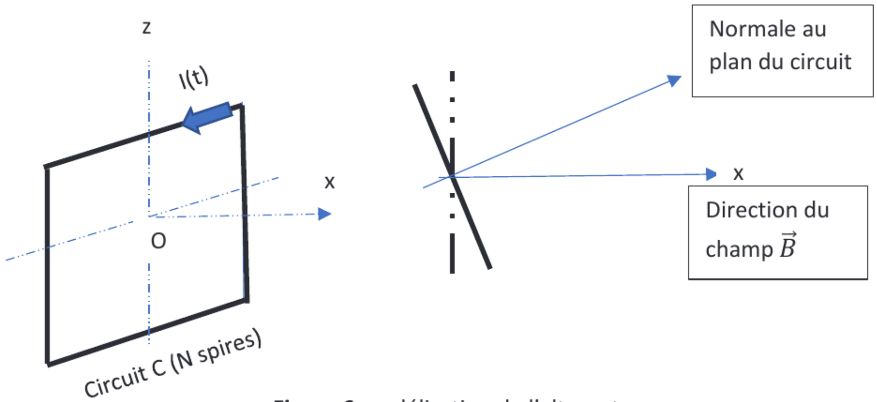


Figure 6 modélisation de l'alternateur

25) Expliquer pourquoi il y a des phénomènes d'induction.

26) Exprimer l'intensité *i* du courant dans le circuit C en fonction de l'angle θ entre la normale au plan des spires et la direction de $\vec{B}$. On suppose qu'à l'instant initial $(t = 0)$, le plan de la spire est orthogonal au champ $\vec{B}$. Indiquer les caractéristiques du courant qui passe dans le circuit primaire du transformateur.

27) Établir l'expression du moment résultant $\vec{\Gamma}_L$ des forces de Laplace exercées sur Le circuit C. On rappelle qu'une boucle de moment dipolaire magnétique $\vec{M}$ placée dans un champ magnétique extérieur uniforme $\overrightarrow{B_{ext}}$ subit un couple égal à $\vec{M} \wedge \overrightarrow{B_{ext}}$. Commenter le résultat obtenu.

28) Quel couple faut-il exercer pour maintenir la vitesse de rotation constante ? Est-il moteur ou résistant ?

29) Calculer la puissance moyenne du moment des forces de Laplace. Comparer à la puissance électrique moyenne reçue par la résistance. Interpréter.

Exercice 8 : Moteur synchrone 2 | 2

- *Équations électrique et mécanique ;*
- *Moment cinétique.*

Considérons un modèle simple de moteur synchrone. Le rotor, de moment magnétique $\vec{m}$, tourne avec la même vitesse angulaire ω constante que le champ magnétique $\vec{B}$ qui l'entraîne. On néglige tout frottement interne au moteur. On s'intéresse à l'angle interne du moteur θ orienté de $\vec{m}$ vers $\vec{B}$ et au couple $\vec{\mathcal{M}}$ exercé par le champ sur le moment magnétique. On prendra $B = 0{,}2\,\mathrm{T}$, $m = 8\,\mathrm{A}\cdot\mathrm{m}^2$ et une fréquence de rotation de 50 tours par seconde.

1 - Proposer un dispositif simple permettant de réaliser le champ magnétique tournant.

2 - Que vaut θ si le moteur fonctionne à vide ?

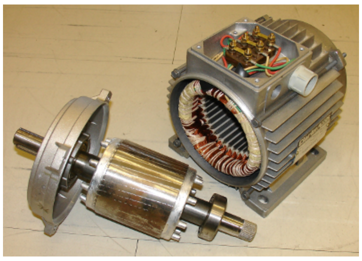
3 - Le moteur doit entraîner une charge mécanique qui exerce un couple résistant $\mathcal{M}_\mathrm{r} = 0{,}65\,\mathrm{N}\cdot\mathrm{m}$. Calculer l'angle interne et la puissance mécanique fournie par le moteur. D'où provient cette puissance ?

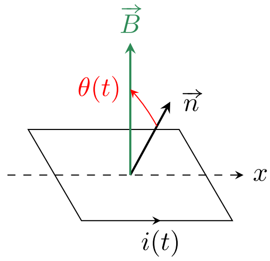
4 - La vitesse de rotation dépend-elle de la charge ? Quel est le couple maximal que peut fournir ce moteur ?

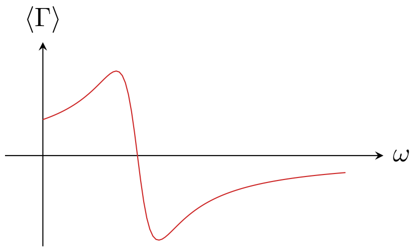
Exercice 9 : Moteur asynchrone 3 | 3

- *Équations électrique et mécanique ;*
- *Moment cinétique ;*
- *Approche fréquentielle.*

Le bobinage du rotor d'une machine asynchrone peut être modélisé par une spire unique de résistance R, d'inductance L et de surface S tournant à vitesse angulaire constante ω autour d'un axe (Ox). La normale $\vec{n}$ à la spire est contenue dans le plan (Oyz). Cette spire est plongée dans un champ $\vec{B}$ généré par le stator, localement uniforme, contenu dans le plan (Oyz), de norme constante, tournant à vitesse angulaire constante ω' autour de (Ox). Ce dispositif est utilisé en moteur électrique : le champ magnétique entraîne le rotor.







1 - Expliquer qualitativement (sans équation !) pourquoi la spire tourne. Les deux vitesses ω et ω' peuvent-elles être identiques ?

2 - Pour simplifier, on suppose qu'à l'instant initial $\vec{n}$ et $\vec{B}$ sont colinéaires et de même sens selon $\vec{e}_z$. Exprimer l'angle θ en fonction de $\Omega = \omega' - \omega$. Que représente physiquement la vitesse de glissement Ω ?

3 - Établir l'équation différentielle régissant l'évolution du courant dans le rotor en fonction de Ω.

4 - On se place en régime permanent. Déterminer la pulsation du courant dans la bobine et résoudre l'équation différentielle obtenue précédement à l'aide de la représentation complexe. Écrire la solution comme une somme de sinus et cosinus.

5 - En considérant le moment magnétique $\vec{m}$ de la spire, calculer le couple auquel elle est soumise. En déduire le couple moyen $\langle\Gamma\rangle$ s'exerçant sur la bobine.

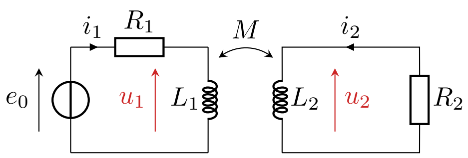
6 - L'allure de la courbe représentant $\langle\Gamma\rangle$ en fonction de ω est donnée ci-dessus. Le moteur peut-il démarrer seul ?

7 - Le moteur doit entraîner une charge mécanique exerçant un couple résistant Γ_r connu. Justifier graphiquement qu'un ou deux points de fonctionnement, c'est-à-dire une ou deux vitesses de rotation ω, sont possibles. En raisonnant en termes de stabilité par rapport à Γ_r, justifier qu'un de ces deux points de fonctionnement n'est pas utilisable en pratique. Lequel et pourquoi ?

Couplage inductif entre circuits

Exercice 10 : Impédance apparente d'une bobine couplée inductivement — 1 | 1 |

- *Induction mutuelle ;*
- *Approche temporelle et fréquentielle ;*
- *Bilan de puissance.*



Considérons le montage ci-contre, dans lequel deux circuits RL sont couplés par inductance mutuelle.

1 - Exprimer les tensions u_1 et u_2 en fonction des intensités i_1 et i_2. En déduire le système d'équations différentielles couplées vérifié par les courants i_1 et i_2.

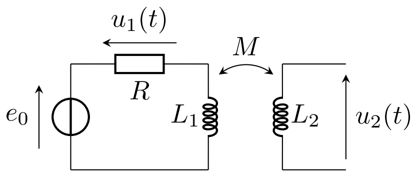
2 - Exprimer les tensions u_1 et u_2 en fonction des intensités i_1 et i_2. En déduire le système d'équations différentielles couplées vérifié par les courants i_1 et i_2.

3 - On se place en régime harmonique. Établir l'expression de l'impédance complexe apparente de la bobine L_1 en présence du circuit ②.

4 - Établir le bilan de puissance du circuit en régime quelconque et interpréter chacun des termes.

Exercice 11 : Mesure d'une inductance mutuelle — 1 | 1

- *Inductance mutuelle ;*
- *Approche temporelle et fréquentielle.*



Le montage ci-contre permet de mesurer le coefficient d'inductance mutuelle entre deux bobines. Les deux bobines se font face comme sur la figure. La première bobine est montée en série avec une résistance $R = 100\,\Omega$ et un générateur de tension e_0 harmonique de fréquence $f = 2{,}0\,\text{kHz}$. Les tensions u_1 et u_2 sont mesurées grâce à un oscilloscope supposé idéal, c'est-à-dire de résistance d'entrée infinie.

1 - Quelle est l'intensité circulant dans la bobine 2 ? D'après la loi de comportement habituelle de la bobine, que vaudrait alors la tension u_2 ? Pourquoi cette loi n'est elle pas applicable telle quelle ici ?

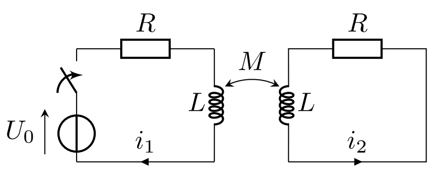
2 - Exprimer la tension u_2 en fonction de M et u_1.

3 - Calculer M sachant que les tensions lues à l'oscilloscope ont des amplitudes $U_1 = 3{,}00\,\text{V}$ et $U_2 = 0{,}50\,\text{V}$.

4 - On fait tourner la bobine sur elle-même dans le plan de la paillasse. Indiquer sans calcul comment est modifiée la valeur de M lorsque l'angle de rotation vaut 180° ? 90° ? Même question si l'on aligne les axes des deux bobines.

Exercice 12 : Réponse à un échelon de circuits couplés — oral banque PT | 1 | 2

- *Induction mutuelle.*



1 - Établir les deux équations vérifiées par i_1 et i_2 après fermeture de l'interrupteur.

2 - On pose $i = i_1 + i_2$ et $j = i_1 - i_2$. Établir les deux équations vérifiées par i et j. On introduira $(M < L)$

$$\tau_1 = \frac{L+M}{R} \qquad \text{et} \qquad \tau_2 = \frac{L-M}{R}\,.$$

3 - Déterminer i_1 et i_2, et les représenter.

Exercice 13 : Plaque de cuisson à induction

2 | 2

▷ *Induction mutuelle ;*
▷ *Approche temporelle et fréquentielle.*

Le chauffage du fond métallique des casseroles et autres poêles de cuisson peut être réalisé par effet Joule des courants induits directement dans le fond de la casserole par un champ magnétique variable, les courants de Foucault. Logé dans une table support en céramique, un bobinage alimenté en courant sinusoïdal, appelé inducteur, génère ce champ. L'inducteur a un rayon de 5 cm et compte vingt spires de cuivre de résistance électrique $R_1 = 18\,\mathrm{m\Omega}$ et d'auto-inductance $L_1 = 30\,\mathrm{\mu H}$. Il est alimenté par une tension harmonique v_1 de pulsation ω. Du point de vue électromagnétique, on modélise le fond de casserole par une spire circulaire unique, fermée sur elle-même, appelée induit. L'induit a une résistance $R_2 = 8{,}3\,\mathrm{m\Omega}$ et une auto-inductance $L_2 = 0{,}24\,\mathrm{\mu H}$. Le transfert d'énergie électrique s'effectue par couplage inductif entre l'inducteur et l'induit d'inductance mutuelle $M = 2\,\mathrm{\mu H}$.

1 - En s'appuyant sur un schéma électrique équivalent, établir les équations électriques relatives aux deux circuits.

2 - En déduire l'expression littérale de la fonction de transfert $\underline{H} = \underline{I}_2/\underline{I}_1$.

3 - En déduire l'impédance d'entrée $\underline{Z}_\mathrm{e} = \underline{V}_1/\underline{I}_1$ du système.

4 - La pulsation ω est choisie bien plus grande que R_1/L_1 et R_2/L_2. Simplifier les deux expressions précédentes et calculer numériquement leur module.

5 - On soulève la casserole. Indiquer qualitativement comment varie l'amplitude du courant appelé par l'inducteur.