BLAISE PASCAL
PT 2024-2025

TD 24 – Optique

Interférences par division du front d'onde

Difficulté d'analyse et compréhension, initiative requise ;
Difficulté technique et calculatoire ;
Exercice important.

Ceinture		Proposition de parcours d'entraînement
	Ceinture blanche	Applications + exercices 1, 4, 6 et 9
	Ceinture jaune	Applications + exercices 1 à 6, 9 et 10
	Ceinture rouge	Applications (★) + exercices 1 à 6 et 9 à 11
	Ceinture noire	Applications (★) + exercices 1, 4 à 8, et 10 à 12

Flasher ou cliquer pour accéder au corrigé

Applications de cours

Seuls les étudiants du groupe PT⋆ seront interrogés en colle sur les applications marquées d'une étoile, car elles sont plus techniques et/ou moins essentielles ... mais tous les étudiants sont bien sûr invités à les travailler !

24.1 - Établir l'expression de la différence de marche dans le cas de trous d'Young éclairés par une source ponctuelle monochromatique placée sur l'axe des trous et pour un écran placé à grande distance.

24.2 - Établir l'expression de la différence de marche dans le cas de trous d'Young éclairés par une source ponctuelle monochromatique placée sur l'axe des trous et pour l'observation dans le plan focal image d'une lentille convergente.

> *L'interrogateur sera particulièrement vigilant à la rigueur de vos explications d'une part pour la construction des rayons qui interfèrent, et d'autre part pour la simplification du calcul de la différence de marche sous la forme « $\delta = HM$ ».*

24.3 - Considérons un système de trous d'Young éclairés par deux sources ponctuelles incohérentes, distantes de b, symétriques par rapport à l'axe optique. Calculer l'éclairement total observé sur l'écran et identifier un terme d'interférences et un facteur de contraste. L'expression de la différence de marche sera rappelée sans démonstration par l'étudiant.

(★) 24.4 - Considérons un système de trous d'Young éclairés par une source étendue de largeur b centrée sur l'axe optique. Appliquer le critère de brouillage pour établir l'expression de la largeur de cohérence spatiale de la source. L'expression de la différence de marche sera rappelée sans démonstration par l'étudiant.

24.5 - Établir la formule des réseaux.

> *La différence de marche entre deux motifs consécutifs doit être redémontrée, et il est attendu que l'étudiant explique pourquoi il suffit de considérer des interférences constructives entre* deux *motifs pour déterminer les directions d'interférences constructives entre* tous *les motifs. Attention, un raisonnement physique précis est attendu.*

BY-NC-SA

© Étienne Thibierge, www.etienne-thibierge.fr

Trous d'Young et dispositifs analogues

Exercice 1 : Interféromètre de Rayleigh

2 | 2 |

▷ *Différence de marche à l'infini ;*
▷ *Objet de phase.*

L'interféromètre étudié dans cet exercice a été conçu à la fin du XIX^{e} siècle par lord Rayleigh en vue de déterminer l'indice optique de gaz. Il est directement dérivé du dispositif des fentes d'Young. Une source primaire S monochromatique ($\lambda = 577\,\text{nm}$) est placée au foyer objet d'une lentille L_1 et éclaire deux fentes O_1 et O_2 de grande dimension dans la direction (Oy) distantes de a. Les interférences sont observées dans le plan focal image d'une seconde lentille L_2. Deux cuves de même longueur $\ell = 20{,}0\,\text{cm}$ contenant les gaz étudiés sont intercalées entre la lentille L_1 et les fentes.

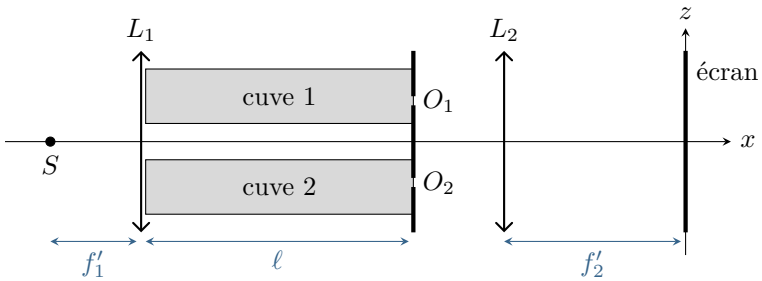


Figure 1 – Schéma de principe de l'interféromètre de Rayleigh.

1 - Représenter sur le schéma les deux rayons qui interfèrent en un point de l'écran d'ordonnée z quelconque.

2 - En notant n_1 et n_2 les indices des gaz contenus dans les cuves, déterminer la différence de marche $\delta(z)$.

3 - Déterminer l'interfrange. Sa mesure peut-elle être utilisée pour déterminer les indices des gaz ?

Cet interféromètre peut être utilisé pour mesurer l'indice n_{air} de l'air. Pour cela, le vide est fait dans la cuve 2. On repère alors sur l'écran un point M où se trouve une frange brillante, puis on laisse la cuve 2 se remplir lentement d'air. Au cours de l'expérience, on observe alors le défilement en M de 101 franges brillantes, et en fin d'expérience la frange d'interférences y est sombre.

4 - Que valent les indices n_1 et n_2 en début d'expérience ? en fin d'expérience ? Expliquer pourquoi les franges d'interférences semblent défiler en M pendant que la cuve se remplit.

5 - En déduire l'indice n_{air} de l'air.

✎ ***Correction*** — ***1 -*** *Voir figure 2.*

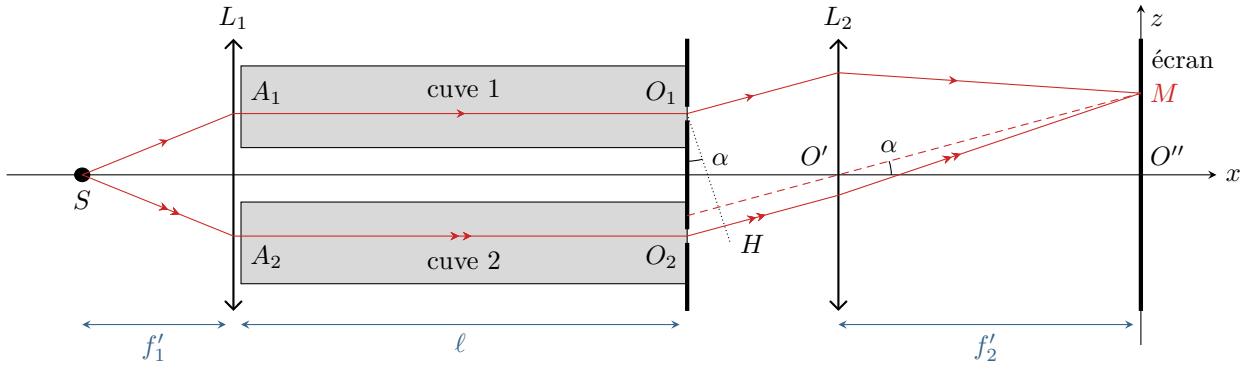


Figure 2 – Calcul de la différence de marche dans l'interféromètre de Rayleigh.

Question d'analyse 1 *- Pourquoi les rayons tracés traversent-ils les cuves parallèlement à l'axe optique ?*

Question d'analyse 2 *- Pourquoi les rayons qui interfèrent ont-ils la même inclinaison entre les fentes et la lentille ?*

Question d'analyse 3 *- Quel est le rôle du rayon virtuel représenté en pointillés sur la partie droite de la figure ?*

BY-NC-SA

© Étienne Thibierge, www.etienne-thibierge.fr

2 - *Les points A_1 et A_2 se trouvant dans le même plan d'onde,*

$$(SA_1) = (SA_2)\,.$$

Question d'analyse 4 - *Justifier cette affirmation : pourquoi peut-on parler de plans d'onde après la lentille ?*

De plus, si la source était en M alors d'après le théorème de Malus les points O_1 et H appartiendraient au même plan d'onde, donc d'après le principe de retour inverse

$$(O_1M) = (HM)\,.$$

Question d'analyse 5 - *Expliquer la méthode de construction du point H.*

Question d'analyse 6 - *(Difficile !) Pourquoi le raisonnement suivant est-il faux ? « Les rayons sont parallèles entre les fentes et la lentille, donc l'onde est plane, donc O_1 et H appartiennent au même plan d'onde, donc $(SO_1) = (SH)$. »*

Ainsi,

$$\begin{aligned}\delta &= (SM)_2 - (SM)_1\\ &= \Big[\cancel{(SA_2)} + (A_2O_2) + (O_2H) + \cancel{(HM)}\Big] - \Big[\cancel{(SA_1)} + (A_1O_1) + \cancel{(O_1M)}\Big]\\ &= (n_2 - n_1)\ell + (O_2H)\end{aligned}$$

De plus, en identifiant l'angle α dans les triangles O_1O_2H et $O'O''M$,

$$\sin\alpha \simeq \alpha = \frac{O_2H}{O_1O_2} = \frac{O_2H}{a} \qquad et \qquad \tan\alpha \simeq \alpha = \frac{O''M}{O'O''} = \frac{z}{f_2'}$$

Question d'analyse 7 - *Justifier qu'il s'agit bien du même angle dans les deux triangles.*

Par identification des deux expressions de α,

$$O_2H = \frac{az}{f_2'} \qquad d'où \qquad \boxed{\delta = (n_2 - n_1)\ell + n_{air}\frac{az}{f_2'}\,.}$$

3 - *L'interfrange i est telle que*

$$n_{air}\frac{ai}{f_2'} = \lambda \qquad soit \qquad \boxed{i = \frac{\lambda f_2'}{n_{air}a}}$$

Comme i ne dépend pas de n_1 et n_2, mesurer l'interfrange ne permet pas de déterminer les indices des gaz.

Question d'analyse 8 - *Justifier la première relation entre l'interfrange et la longueur d'onde.*

4 - *Au début de l'expérience, $n_1 = n_{air}$ et $n_2 = 1$, alors qu'en fin d'expérience $n_2 = n_1 = n_{air}$. Ainsi, au cours de l'expérience, la différence de marche et donc l'ordre d'interférence augmentent progressivement. L'ordre d'interférence peut ainsi prendre successivement des valeurs entières et demi-entières, et on observe ainsi en M une alternance de franges brillantes et sombres.*

Question d'analyse 9 - *Justifier la valeur initiale de n_2.*

Question d'analyse 10 - *Comment varie le terme géométrique $n_{air}az/f_2'$ au cours de l'expérience ?*

5 - *Entre le début et la fin du remplissage de la cuve, l'ordre d'interférence en M varie de*

$$\Delta p = p_F - p_I = 101{,}5\,.$$

Question d'analyse 11 - *Justifier le lien entre Δp et le nombre de franges brillantes observées. Justifier le terme additionnel « 0,5 ».*

En reprenant les expressions de la différence marche, il vient

$$\frac{1}{\lambda}\left((n_{air} - n_{air})\ell + n_{air}\frac{az}{f_2'}\right) - \frac{1}{\lambda}\left((1 - n_{air})\ell + n_{air}\frac{az}{f_2'}\right) = 101{,}5$$

d'où on déduit

$$\boxed{n_{air} = 1 + 101{,}5\frac{\lambda}{\ell} = 1 + 2{,}93\cdot 10^{-4}\,.}$$

Question d'analyse 12 - *Que penser de l'approximation usuelle $n_{air} = 1$?*

BY-NC-SA

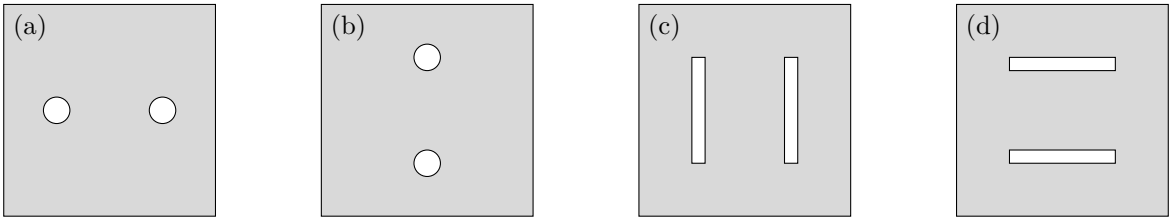
© Étienne Thibierge, www.etienne-thibierge.fr

Exercice 2 : Figures d'interférences

1 | 0

▷ *Allure des figures d'interférences ;*
▷ *Diffraction.*

On éclaire un dispositif d'Young (trous ou fentes) en lumière monochromatique. Représenter l'allure de la figure d'interférences observée sur un écran à grande distance pour chacun des dispositifs ci-dessous.



Exercice 3 : Fentes d'Young en éclairage parallèle

1 | 2 |

▷ *Différence de marche à l'infini ;*
▷ *Largeur de cohérence spatiale.*

On étudie le dispositif schématisé figure 3, dans lequel une lampe au mercure suivie d'un filtre vert éclaire un dispositif de fentes d'Young de grande hauteur dans la direction z. La taille apparente de la lampe source est imposée par une fente de largeur réglable ℓ : l'ensemble lampe, filtre et fente source est équivalent à une source étendue monochromatique de longueur d'onde λ_0. Cette source est placée dans le plan focal objet d'une lentille L_1, ce qui permet d'éclairer les fentes d'Young en lumière parallèle. Les interférences sont observées dans le plan focal image d'une lentille L_2. Le dispositif est supposé invariant par translation le long de l'axe z. On définit deux axes y_1 dans le plan de la fente source et y_2 dans le plan de l'écran.

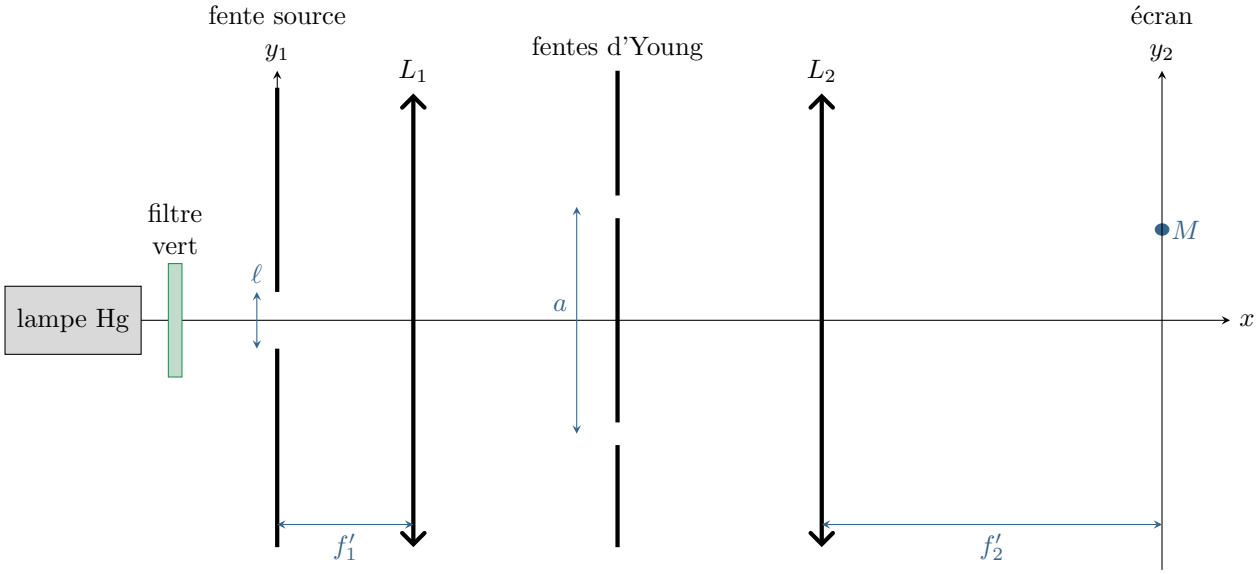


Figure 3 – Fentes d'Young éclairées en lumière parallèle.

1 - Tracer sur la figure 3 la marche des deux rayons issus de l'extrémité haute de la fente source qui interfèrent au point M.

2 - Montrer que l'ordre d'interférence pour les rayons issus d'un point d'ordonnée y_1 de la fente source et qui interfèrent au point d'ordonnée y_2 de l'écran vaut

$$p = \frac{a}{\lambda_0}\left(\frac{y_1}{f_1'} + \frac{y_2}{f_2'}\right).$$

3 - En déduire l'expression de la largeur de cohérence spatiale de la fente source.

BY-NC-SA

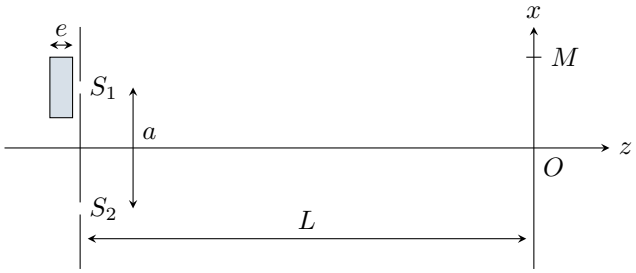
© Étienne Thibierge, www.etienne-thibierge.fr

Exercice 4 : Homogénéité d'indice

oral banque PT | 2 | 2 |

▷ *Différence de marche à grande distance ;*
▷ *Objet de phase.*

> *Le candidat ayant photographié son énoncé, cet exercice est 100 % authentique. Notez que c'est interdit et que je vous déconseille de faire de même !*



Un dipositf de trous d'Young est utilisé afin de vérifier la qualité de l'homogénéité d'une lame mince transparente. Le dispositif est éclairé en incidence normale par une onde plane, monochromatique, de longueur d'onde λ, issue d'une source ponctuelle S placée au foyer objet d'une lentille mince convergente. Les deux trous sont distants de a. L'observation se fait sur un écran parallèle au plan des trous situé à grande distance de ceux-ci.

1 - En l'absence de la lame, tracer la marche des deux rayons lumineux issus de la source et interférant en $M(x, y, 0)$ puis déterminer la différence de marche $\delta = (SM)_2 - (SM)_1$. En déduire l'interfrange i, rappeler l'expression de l'éclairement $E(x)$ sur l'écran, et la figure d'interférences observée.

2 - La lame d'indice n, supposée pour l'instant homogène, est à présent placée devant le trou S_1 : déterminer la nouvelle différence de marche en M.

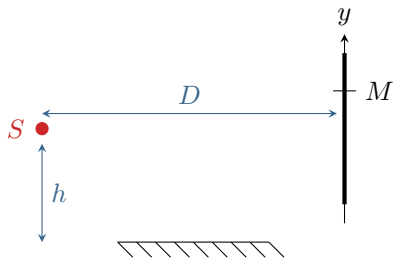
3 - La lame n'est plus supposée homogène. On constate expérimentalement en déplaçant la lame parallèlement aux trous de telle sorte que chaque point de la lame ait été éclairé le défilement en O de quatre interfranges au maximum (défilement entre les valeurs minimale et maximale de l'indice). Déterminer, en fonction de λ et e, l'écart $\Delta n = n_{\max} - n_{\min}$ entre les valeurs extrêmes de l'indice de réfraction de la lame. Calculer $\Delta n/n$ et conclure.

Données : $\lambda = 579{,}0\,\text{nm}$, $e = 2{,}000\,\text{mm}$ et $n = 1{,}598$.

Exercice 5 : Miroir de Lloyd

oral CCINP MP | 2 | 2 |

▷ *Autre interféromètre par division du front d'onde ;*
▷ *Différence de marche à grande distance ;*
▷ *Déphasage à la réflexion ;*
▷ *Influence du déplacement et de l'élargissement de la source.*



Le dispositif de Lloyd permet d'obtenir des interférences à deux ondes. Il consiste en un miroir plan et un écran, éclairés par une source S supposée ponctuelle et monochromatique de longueur d'onde λ placée très proche du miroir. On indique que la réflexion sur le miroir entraîne un déphasage de π de l'onde réfléchie, ou de façon équivalente augmente le chemin optique de $\lambda/2$.

1 - Montrer que le dispositif est équivalent à des trous d'Young. On pourra faire intervenir l'image S' de la source S par le miroir.

2 - Déterminer au point M la différence de marche, l'ordre d'interférences et l'intensité. En déduire l'interfrange i.

3 - On décale la source de Δh et on mesure $i' = 1{,}5i$. Décrire la nouvelle figure d'interférences et exprimer la longueur d'onde λ en fonction des données du problème [1].

4 - On remplace la source ponctuelle par une fente. Que devient la figure d'interférences ?

1. Pour une réalisation pratique de l'expérience, c'est la hauteur h qui est difficile à connaître précisémment et qu'on cherchera à éliminer des calculs. En revanche, il n'y a pas de souci à mesurer Δh.

BY-NC-SA

© Étienne Thibierge, www.etienne-thibierge.fr

Exercice 6 : Interférométrie stellaire

inspiré oraux banque PT | 2 | 2 |

▷ *Différence de marche à l'infini ;*
▷ *Deux sources ponctuelles ;*
▷ *Déphasage à la réflexion.*

Le Très Grand Télescope de l'Observatoire européen austral (ESO), en anglais *Very Large Telescope* (VLT), est un ensemble de quatre télescopes principaux et quatre auxiliaires. Il est situé à l'Observatoire du Cerro Paranal dans le désert d'Atacama, au nord du Chili, à une altitude de 2635 m.

En combinant deux télescopes, il est possible de le faire fonctionner comme un interféromètre. Par un complexe jeu de miroirs et de fibres optique, les ondes issues de l'étoile observée captées par les deux télescopes sont recombinées dans le laboratoire central de l'installation, où elles interfèrent. L'étude de la figure d'interférences générée donne alors accès à diverses informations sur l'étoile étudiée. Pour faire varier la différence de marche, les deux télescopes peuvent coulisser sur des rails longs de 65 m et rectilignes à mieux que 25 µm, ce qui permet de les séparer d'une distance allant jusqu'à 200 m.

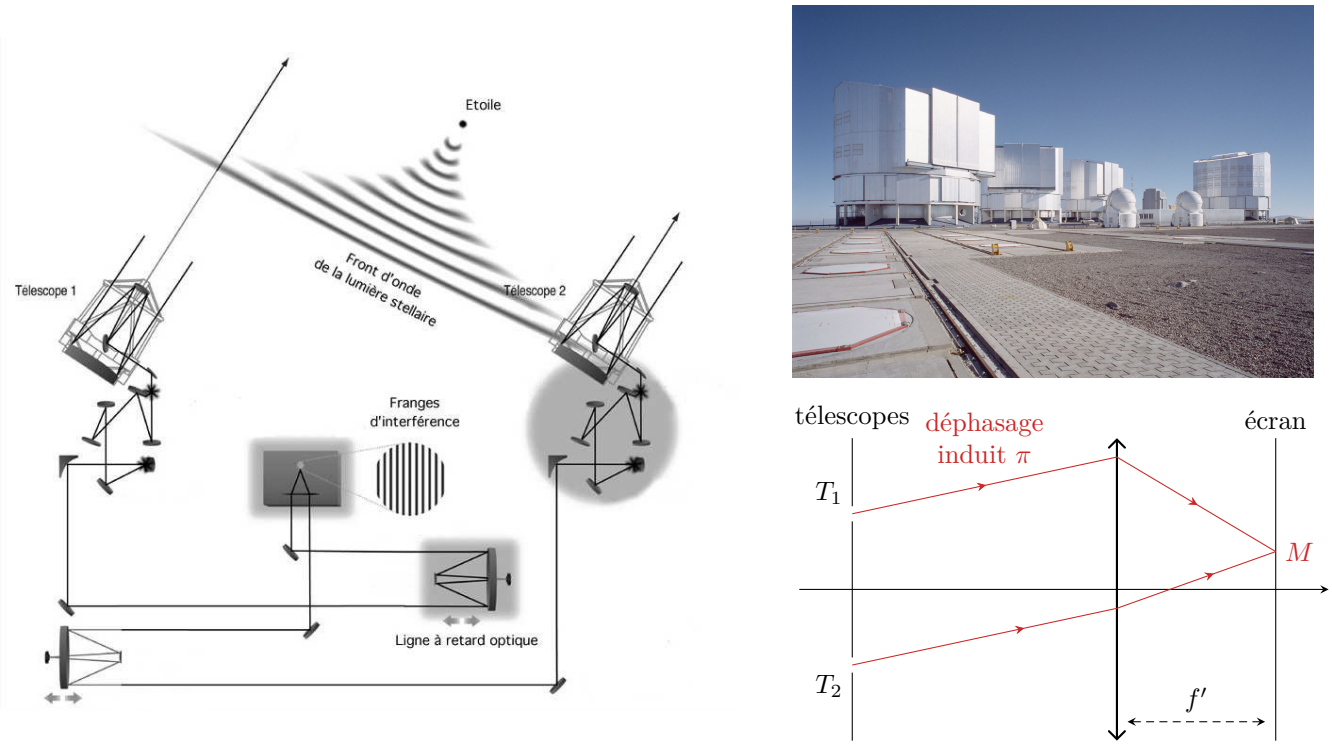


Figure 4 – Schéma de principe et photo du VLT. Figure de gauche extraite de la thèse de Pierre Kervella.

Une modélisation équivalente du dispositif est celle d'un dispositif de trous d'Young, séparés d'une distance a variable, produisant des interférences observées dans le plan focal image d'une lentille équivalente. Les miroirs rencontrés sur le chemin des rayons réels induisent un déphasage additionnel de π entre les deux rayons.

Considérons dans un premier temps que l'interféromètre observe une étoile E_1 ponctuelle située à l'infini sur l'axe optique du montage, qui émet une radiation infra-rouge monochromatique de longueur d'onde $\lambda_0 = 2{,}0\,\mu\text{m}$.

1 - Les rayons reçus par les deux télescopes sont-ils cohérents ? Montrer que la différence de chemin optique entre les deux rayons s'écrit

$$\delta_1(x) = \frac{ax}{f'} + \frac{\lambda}{2}\,.$$

2 - En déduire l'intensité en tout point de l'écran, dont on notera I_0 la moyenne.

Cette étoile est en fait l'une des composantes d'une étoile double, c'est-à-dire d'une paire d'étoiles en orbite l'une autour de l'autre. Les étoiles E_1 et E_2 sont supposées identiques, les rayons issus de E_2 arrivant sur l'interféromètre en formant un angle α avec l'axe optique.

3 - Les rayons issus de E_1 et E_2 sont-ils cohérents ? Calculer l'intensité en tout point de l'écran. Commenter.

4 - Proposer une méthode de détermination de l'angle α reposant sur les brouillages de la figure d'interférences. En appliquant cette méthode, quelle serait la limite de résolution angulaire du télescope, c'est-à-dire le plus petit écart α_{min} qu'il serait en mesure de détecter ?

BY-NC-SA

© Étienne Thibierge, www.etienne-thibierge.fr

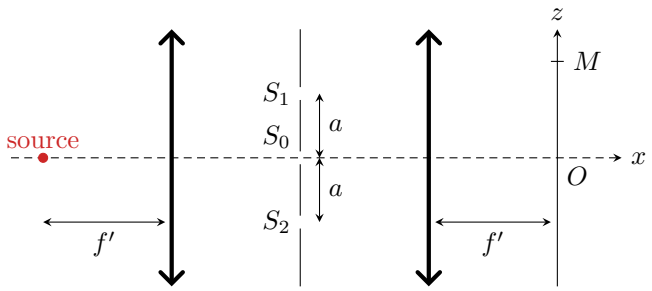
> *En pratique, l'instrument donne accès à beaucoup plus d'informations. L'éclairement est mesuré en tout point de l'écran pour différentes valeur de a, et on fait ensuite l'équivalent d'une régression non-linéaire en faisant varier les différents paramètres du modèle (angle α mais aussi diamètre apparent des étoiles, luminosité relative, composition spectrale, etc.) pour trouver les valeurs qui correspondent au mieux aux résultats expérimentaux.*

Exercice 7 : Montage à trois fentes d'Young

d'après oraux banque PT | 3 | 2

▷ *Différence de marche à l'infini ;*
▷ *Représentation complexe.*

> *Cet exercice a été donné à l'oral de la banque PT sous plusieurs formes, de la plus brutale demandant juste le calcul d'intensité sans aucun guide sur la méthode à suivre (ce qui me semble infaisable !), à la plus détaillée commençant même par des questions de cours sur le système à deux fentes. Je choisis ici un intermédiaire, entrant directement dans la difficulté mais guidé.*



Considérons un montage à trois fentes d'Young, séparées d'une distance a. Une source ponctuelle monochromatique de longueur d'onde λ est placée au foyer objet d'une première lentille, et l'observation est faite sur un écran placé dans le plan focal imager d'une seconde lentille.

Les ondes lumineuses sont décrites dans le formalisme complexe, en posant $\underline{s_0}(M) = A_0$ l'amplitude complexe au point M de l'onde ayant traversé la fente S_0.

1 - Montrer que l'onde issue de S_2 a pour amplitude complexe au point M $\underline{s_2}(M) = A_0\,\mathrm{e}^{\mathrm{i}\varphi(z)}$, avec $\varphi(z)$ à déterminer en fonction des données.

2 - En déduire sans calcul l'amplitude complexe $\underline{s_1}(M)$ de l'onde issue de la fente S_1.

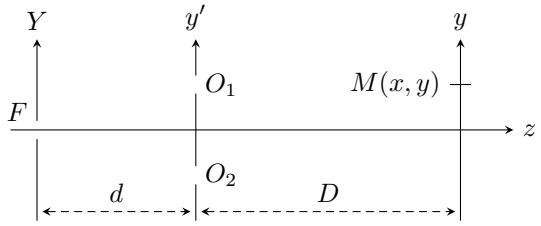
3 - Exprimer l'amplitude complexe totale au point M, puis calculer l'intensité $I(M)$ en fonction de φ puis de z.

4 - Représenter graphiquement I en fonction de φ. Comparer au cas où le point M serait éclairé par deux fentes d'Young seulement (fente S_0 obstruée).

Exercice 8 : Fentes d'Young éclairées par une fente source

oral CCINP MP | 3 | 3

▷ *Influence de l'élargissement de la source.*



Considérons le dispositif de fentes d'Young ci-contre, en posant $a = O_1O_2$. On suppose d et D sont très supérieures à a. On considère dans un premier temps la source F ponctuelle.

1 - Qu'observe-t-on sur l'écran ?

2 - Déterminer l'intensité I en un point M de l'écran.

On considère désormais que F est une fente source comprise entre $Y = -\varepsilon$ et $Y = \varepsilon$. On la modélise comme une juxtaposition de bandes infinitésimales de largeur $\mathrm{d}Y$ incohérentes les unes avec les autres. Une bande de largeur $\mathrm{d}Y$ émettant une intensité $\mathrm{d}I = \mathcal{I}_Y\,\mathrm{d}Y$.

3 - Expliquer qualitativement pourquoi on observe un brouillage progressif sur l'écran. Estimer la largeur de cohérence spatiale ε_c à partir de laquelle la figure d'interférences est brouillée.

4 - Justifier que l'intensité en un point M de l'écran peut s'écrire sous la forme

$$I(M) = \int_{-\varepsilon}^{\varepsilon} \mathcal{I}_0 \left[1 + \cos\left\{\frac{2\pi a}{\lambda}\left(\frac{y}{D} + \frac{Y}{d}\right)\right\}\right] \mathrm{d}Y$$

5 - Procéder au calcul. Identifier un terme d'interférences et un facteur de contraste.

6 - Quelle est la première valeur de ε pour laquelle il y a brouillage ?

Donnée : $\sin p - \sin q = 2\sin\dfrac{p-q}{2}\cos\dfrac{p+q}{2}$.

BY-NC-SA

© Étienne Thibierge, www.etienne-thibierge.fr

Réseaux

Exercice 9 : Spectrométrie à réseau

oral banque PT | 1 | 1 |

▷ *Résultats expérimentaux ;*
▷ *Formule des réseaux.*

On souhaite déterminer la longueur d'onde λ de la raie du cadmium avec un réseau comptant $n = 500$ traits par millimètre.

1 - Décrire un montage expérimental simple pour trouver cette longueur d'onde.

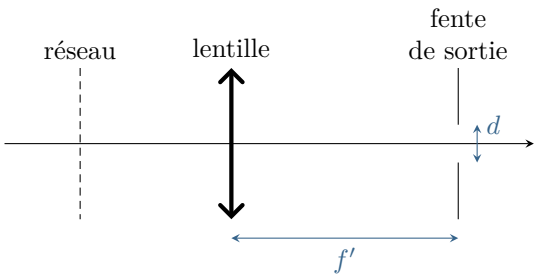
2 - Établir la formule des réseaux.

3 - On se place en incidence normale. On observe l'ordre -2 et l'ordre 2 séparés d'un angle $\alpha = 61°9'$, où $1' = 1/60°$. Déterminer λ.

Exercice 10 : Monochromateur à réseau

2 | 2

▷ *Formule des réseaux ;*
▷ *Lentille convergente.*



Un monochromateur à réseau est un dispositif optique permettant de produire une radiation monochromatique de longueur d'onde λ_0 réglable à partir d'une radiation polychromatique. On les retrouve par exemple dans tous les spectromètres destinés à l'identification d'espèces chimiques. Pour des raisons pratiques la plupart des monochromateurs utilisent des réseaux par réflexion, qui maximisent l'intensité lumineuse en sortie. Nous allons en étudier le principe sur le modèle simplifié représenté ci-contre, reposant sur un réseau par transmission.

Un réseau en transmission à $n = 500$ traits par millimètre est éclairé en éclairage parallèle par une source de lumière blanche non représentée sur le schéma. Les rayons incident et émergent forment respectivement des angles i_0 et i avec l'axe optique orthogonal au réseau. On cherche à isoler la longueur d'onde $\lambda_0 = 500\,\text{nm}$.

1 - On souhaite observer l'ordre 2 sur l'axe optique pour la longueur d'onde λ_0 à isoler. En déduire l'inclinaison i_0 à donner à la source.

2 - Considérons un rayon de longueur d'onde $\lambda_0 + \delta\lambda$ avec $\delta\lambda \ll \lambda_0$. Déterminer l'angle i avec lequel il émerge du réseau. En déduire la dispersion angulaire du réseau au voisinage de λ_0, qui s'exprime en $\text{rad} \cdot \text{nm}^{-1}$.

En sortie du réseau se trouvent une lentille convergente et une fente de sortie de largeur d située dans le plan focal image de la lentille.

3 - Déterminer les angles en sortie du réseau des rayons passant par les deux extrémités de la lentille. En déduire la résolution $\Delta\lambda$ du monochromateur, c'est-à-dire la largeur spectrale du faisceau de sortie.

4 - Comment choisir la largeur de la fente de sortie pour obtenir la radiation la plus pure possible ? En pratique, un compromis est à trouver : expliquer.

5 - Comment choisir la distance focale de la lentille pour obtenir la radiation la plus pure possible ?

Exercice 11 : Étalonnage d'un réseau

oral Mines Télécom MP | 3 | 2

▷ *Résultats expérimentaux ;*
▷ *Réseau optique.*

Un réseau est éclairé en incidence quasi-normale par une source de longueur d'onde $\lambda = 435\,\text{nm}$. On lit sur le vernier d'un goniomètre la position de la lunette pour différents ordres.

p	-2	-1	1	2
α_p	$23°23'$	$42°38'$	$77°20'$	$96°40'$

BY-NC-SA

© Étienne Thibierge, www.etienne-thibierge.fr

1 - Rappeler la formule des réseaux et l'expliquer qualitativement.

2 - Le réseau est-il bien éclairé en incidence normale ?

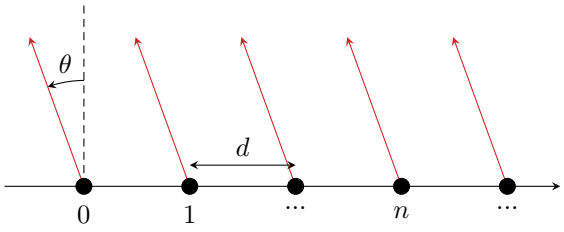
3 - Calculer le pas du réseau et le nombre de traits par millimètre.

4 - On éclaire le réseau en incidence normale par une source de longueur d'onde λ'. Pour l'ordre 2 on relève $\alpha'_2 = 108°30'$. Déterminer λ'.

Exercice 12 : Réseau linéaire d'antennes

2 | 3

▷ *Interférences à N ondes ;*
▷ *Représentation complexe.*



De nombreuses utilisations des ondes électromagnétiques demandent une bonne directivité : télécommunications, radar, radioastronomie, etc. Pour l'obtenir, on peut notamment associer plusieurs antennes élémentaires en réseau, ce qui est préférable à une antenne unique dont le rayonnement est très peu directif. C'est ce qu'exploitent par exemple les antennes de télévision en « rateau », mais pour la réception. Des dispositifs analogues avec les ondes acoustiques sont utilisés dans les sondes d'échographie.

On s'intéresse dans cet exercice à un modèle simplifié de réseau linéaire de N antennes indicées de 0 à $N-1$, séparées d'une distance d. En première approche, on suppose que chaque antenne émet un rayonnement de longueur d'onde λ, isotrope dans le plan horizontal, toutes les antennes émettant en phase. On s'intéresse à l'onde totale en un point M, situé à grande distance du réseau, dans une direction formant un angle θ avec la normale au réseau. L'onde issue de l'antenne de référence 0 est prise comme référence :

$$s_0(M,t) = A\,\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega t}\,.$$

1 - Montrer que le déphasage ϕ_1 entre l'onde 0 et l'onde 1 au point M vaut

$$\phi = \frac{2\pi d}{\lambda}\sin\theta\,.$$

En déduire sans calcul le déphasage entre l'onde 0 et l'onde n au point M.

2 - Montrer que l'amplitude totale au point M est donnée par

$$s(M,t) = A\,\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega t}\,\frac{\mathrm{e}^{-\mathrm{i}N\phi/2}}{\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\phi/2}}\,\frac{\sin(N\phi/2)}{\sin(\phi/2)}\,.$$

En déduire l'intensité correspondante.

3 - Déterminer les directions dans lesquelles se trouvent les maxima d'intensité émis par le réseau d'antenne. Comment choisir d pour n'avoir qu'un unique maximum ? On supposera pour la suite $d = \lambda/2$.

Donnée : la fonction $x \mapsto \dfrac{\sin(ax)}{\sin x}$ est maximale pour $x = m\pi, m \in \mathbb{Z}$, et est alors égale à a.

4 - Pour un réseau de N antennes, que vaut l'intensité au niveau d'un maximum ? Déterminer la largeur angulaire $\Delta\theta$ du pic de rayonnement correspondant, définie comme l'écart angulaire entre les deux annulations d'intensité de part et d'autre du maximum. Commenter l'influence du nombre d'antennes formant le réseau.

5 - Pour contrôler la direction du maximum de rayonnement, les ondes émises par les antennes peuvent être déphasées : outre le déphasage géométrique précédemment discuté, le champ émis par deux antennes successives est déphasé de $\psi = \text{cte}$. Déterminer l'angle auquel se trouve le maximum d'intensité.

BY-NC-SA

© Étienne Thibierge, www.etienne-thibierge.fr