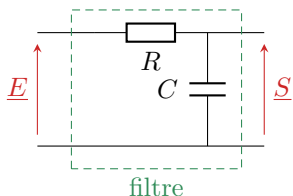


Filtrage linéaire

I - Premier exemple : filtre RC passe-bas d'ordre 1

Exercice C1 : Nature du filtre



Considérons un signal d'entrée harmonique de pulsation ω et d'amplitude complexe \underline{E} . En raisonnant par équivalence de dipôles, exprimer l'amplitude complexe \underline{S} du signal de sortie en fonction de \underline{E} dans les limites $\omega \rightarrow 0$ et $\omega \rightarrow \infty$. Conclure sur la nature du filtre : quelle gamme de fréquences (basse ou haute) transmet-il ? quelle gamme coupe-t-il ?

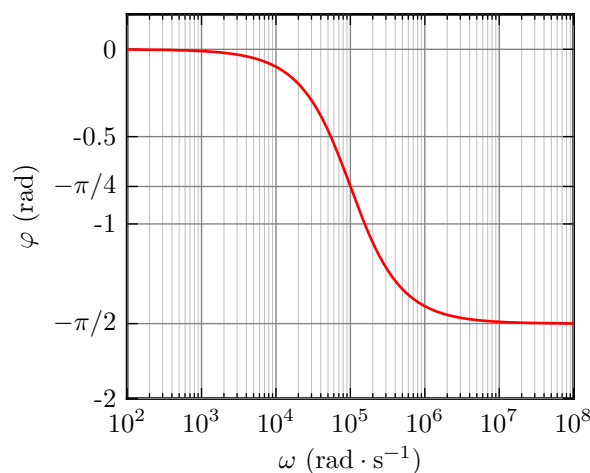
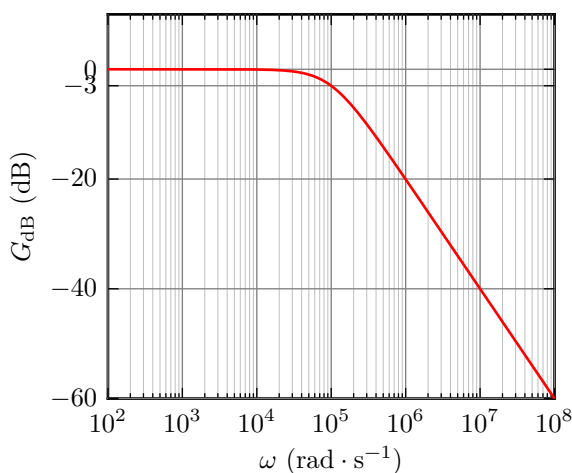
Exercice C2 : Fonction de transfert

Établir l'expression de la fonction de transfert harmonique \underline{H} du filtre de l'exercice C1. Identifier une pulsation ω_c caractéristique du filtre pour l'écrire sous forme canonique,

$$\underline{H} = \frac{1}{1 + j \frac{\omega}{\omega_c}}$$

Exercice C3 : Diagramme de Bode asymptotique

Le diagramme de Bode du filtre RC, calculé numériquement pour $R = 1 \text{ k}\Omega$ et $C = 10 \text{ nF}$, est représenté ci-dessous.



1 - Calculer numériquement la pulsation caractéristique ω_c pour ce filtre. Commenter en lien avec le diagramme.

On cherche maintenant à interpréter les zones rectilignes dans le diagramme en gain et en phase.

2 - On se place dans la limite très basse fréquence : $\omega \ll \omega_c$. Établir l'équation des asymptotes en gain et en phase à partir de la fonction de transfert et comparer au diagramme.

3 - On se place dans la limite très haute fréquence : $\omega \gg \omega_c$. Établir l'équation des asymptotes en gain et en phase à partir de la fonction de transfert et comparer au diagramme.

4 - De combien diminue $|\underline{H}|$ lorsque la pulsation du signal d'entrée passe de $3 \cdot 10^5 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ à $3 \cdot 10^6 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$?

Exercice C4 : Pulsation de coupure et bande passante

Déterminer la pulsation de coupure et la bande passante du filtre RC. Le vérifier sur le diagramme de Bode de l'exercice C3.

Exercice C5 : Filtrage d'un signal

On considère toujours le filtre RC dont le diagramme de Bode est représenté exercice C3.

1 - Un signal harmonique $e(t) = E_m \cos(\omega t + \varphi_e)$ est envoyé en entrée du filtre. Exprimer l'amplitude S_m et la phase φ_s du signal de sortie associé en fonction du module et de l'argument de la fonction de transfert.

2 - On suppose $E_m = 2\text{ V}$ et $\varphi_e = \pi/4$. En exploitant le diagramme de Bode, calculer numériquement S_m et φ_s pour

$$\omega_1 = 1 \cdot 10^2 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1} \quad \omega_2 = 3 \cdot 10^3 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1} \quad \omega_3 = 5 \cdot 10^4 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1} \quad \omega_4 = 2 \cdot 10^7 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$$

Commenter les valeurs numériques d'amplitude.

3 - On considère maintenant un signal d'entrée e de la forme

$$e(t) = E_m \cos(\omega_2 t) + E_m \cos\left(\omega_3 t + \frac{\pi}{4}\right) + E_m \cos\left(\omega_4 t - \frac{\pi}{2}\right).$$

Donner la forme approchée du signal de sortie s .

II - Différents filtres pour différentes fonctions

Exercice C6 : Gabarit d'un filtre passe-bas

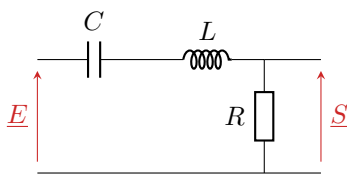
Le cahier des charges d'un filtre passe-bas indique les caractéristiques suivantes :

- ▷ Gain maximal : 0 dB ;
- ▷ Fréquence de coupure à -3 dB : $f_c = 1\text{ kHz}$;
- ▷ Atténuation des fréquences supérieures à 10 kHz : au moins 30 dB.

Construire le gabarit d'un tel filtre.

Exercice C7 : Filtre passe-bande d'ordre 2

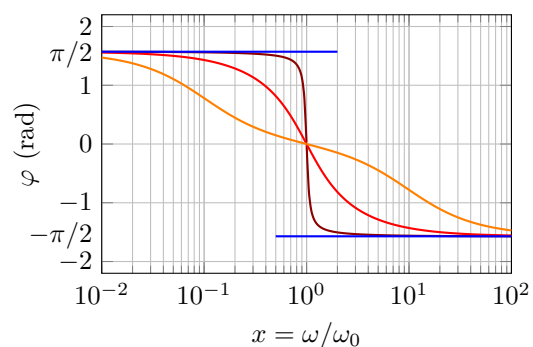
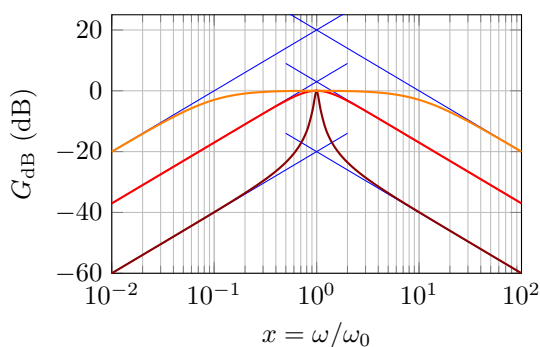
On considère le filtre ci-contre, dont la fonction de transfert s'écrit



$$\underline{H}(x) = \frac{H_0}{1 + jQ\left(x - \frac{1}{x}\right)} = \frac{j\frac{x}{Q}}{(1 - x^2) + j\frac{x}{Q}}$$

avec $x = \omega/\omega_0$ la pulsation réduite, $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$ la pulsation centrale du filtre, et Q son facteur de qualité.

Son diagramme de Bode est donné ci-dessous. La courbe marron (avec résonance) est tracée pour $Q = 10$, la courbe rouge (au plus proche des asymptotes) est tracée pour $Q = 1/\sqrt{2}$ et la courbe orange (sans résonance et éloignée des asymptotes) est tracée pour $Q = 1/10$. Version couleur sur le site de la classe.



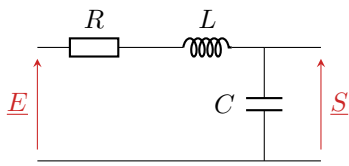
1 - Justifier que le montage permet effectivement de réaliser un filtre passe-bande.

2 - Retrouver l'équation des asymptotes du diagramme de Bode. Est-ce suffisant pour prévoir complètement l'allure du diagramme ?

3 - Commenter l'influence du facteur de qualité sur la bande passante.

Exercice C8 : Filtre passe-bas d'ordre 2

On considère le filtre ci-contre, dont la fonction de transfert s'écrit



$$\underline{H} = \frac{1}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 + \frac{j\omega}{Q\omega_0}}$$

avec $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$ la pulsation centrale du filtre, voisine mais pas nécessairement égale à sa pulsation de coupure, et Q son facteur de qualité.

Construire le diagramme de Bode asymptotique du filtre.