

Oscillateur harmonique

Plan du cours

- I Oscillateur harmonique mécanique**
 - I.1 Observations expérimentales
 - I.2 Modélisation d'un ressort
 - I.3 Équation différentielle du mouvement
- II Oscillateur harmonique électrique**
- III Résolution de l'équation différentielle**
 - III.1 Forme générale des solutions
 - III.2 Exemple de résolution complète en mécanique
 - III.3 Exemple de résolution complète en électronique
- IV Oscillateur harmonique et conservation de l'énergie**
 - IV.1 Énergie cinétique et potentielle
 - IV.2 Conservation de l'énergie mécanique
 - IV.3 Analogie électrique

Ce que vous devez savoir et savoir faire

- ▷ Citer et exploiter l'expression d'une force de rappel élastique exercée par un ressort.
- ▷ Établir l'équation différentielle qui caractérise un oscillateur mécanique masse-ressort ou un oscillateur électrique LC .
- ▷ Identifier l'équation différentielle d'un oscillateur harmonique et l'écrire sous forme canonique.
- ▷ Déterminer des conditions initiales en utilisant les continuités de la tension aux bornes d'un condensateur et de l'intensité dans une bobine (cf. chapitre E2).
- ▷ Résoudre l'équation différentielle en tenant compte des conditions initiales.
- ▷ Caractériser le mouvement en utilisant les notions d'amplitude, de phase, de période, de fréquence, de pulsation (cf. chapitre O1).
- ▷ Contrôler la cohérence de la solution de l'équation différentielle avec la conservation de l'énergie mécanique.

Questions de cours pour les colles

- ▷ Énoncer l'expression de la force exercée par un ressort. L'appliquer à un repérage spécifié par le colleur, dans le même esprit que l'exercice TD E3-1. La représenter sur un schéma (ce qui nécessite de faire une hypothèse sur l'allongement du ressort).
- ▷ Étude de l'oscillateur masse-ressort horizontal :
 - Établir l'équation du mouvement et l'écrire sous forme canonique (exercice C1). Il est attendu que l'étudiant précise lui-même le repérage.
 - Résoudre cette équation pour des conditions initiales quelconques $x(0) = x_0$ et $v(0) = v_0$ (exercice C4). Il est attendu que l'étudiant choisisse lui-même la forme la plus adaptée, c'est-à-dire celle « en cos + sin ».
 - Représenter la courbe $x(t)$ et la légèrer en termes de période, amplitude, valeur moyenne pour faire le lien avec la solution mathématique.
 - On rappelle que l'énergie mécanique d'un oscillateur masse-ressort à une dimension s'écrit dans un repérage « bien choisi »

$$E_m = \frac{1}{2}m \left(\frac{dx}{dt} \right)^2 + \frac{1}{2}k(x - \ell_0)^2.$$

Rappeler ce que représentent chaque terme et montrer que la solution $x(t) = \ell_0 + X_m \cos(\omega_0 t + \varphi)$ est bien cohérente avec la conservation de l'énergie mécanique de l'oscillateur.

- ▷ Étude de l'oscillateur électrique LC :
 - Établir l'équation différentielle vérifiée par une des grandeurs électriques (exercice C2).

- Résoudre cette équation pour des conditions initiales données par le colleur (exercice C5). Il est attendu que l'étudiant choisisse lui-même la forme de solution la plus adaptée, c'est-à-dire celle « en $\sin + \cos$ ».
- Représenter la courbe de la grandeur en fonction du temps et la légènder en termes de période, amplitude, valeur moyenne pour faire le lien avec la solution mathématique (exercice C5).