

# Analyse fréquentielle des systèmes linéaires, phénomènes de résonance

## Plan du cours

### I Caractériser un système linéaire

- I.1 Linéarité et théorème de Fourier
- I.2 Comment identifier un système linéaire ?
- I.3 Fonction de transfert harmonique

### II Analyse fréquentielle du circuit RLC série

- II.1 Résonance en courant
- II.2 Éventuelle résonance en tension aux bornes du condensateur
- II.3 Bilan sur les résonances du RLC

### III Analyse fréquentielle d'un oscillateur mécanique amorti

- III.1 Dispositif et modélisation
- III.2 Éventuelle résonance en élongation
- III.3 Résonance en vitesse

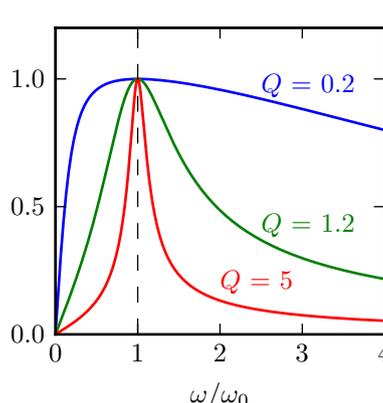
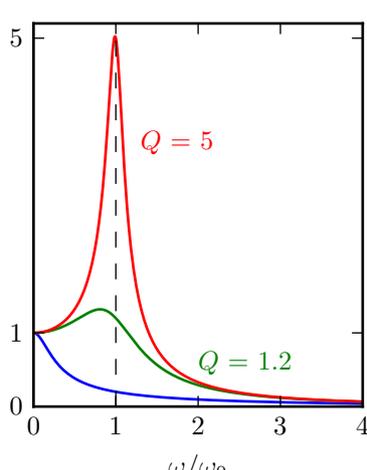
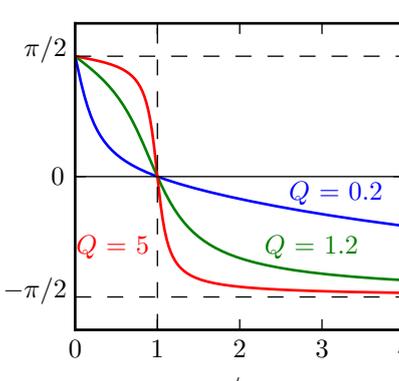
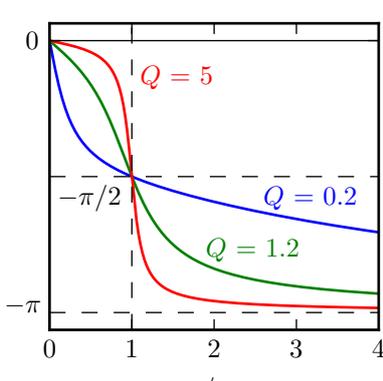
## Ce que vous devez savoir et savoir faire

- ▷ Savoir que l'on peut décomposer un signal périodique en une somme de fonctions sinusoïdales.
- ▷ Étudier un circuit électrique ou un système mécanique en régime permanent sinusoïdal forcé par la méthode des représentations complexes, notamment en vue d'établir une fonction de transfert.
- ▷ Prévoir le comportement d'un circuit électrique à fréquence nulle ou infinie en raisonnant par équivalence de dipôles.
- ▷ Définir une résonance.
- ▷ Déterminer analytiquement dans des cas simples une pulsation de résonance à partir d'une impédance complexe ou d'une fonction de transfert.
- ▷ Savoir que la résonance en élongation ou en tension aux bornes du condensateur n'existe que pour les facteurs de qualité suffisamment grands.
- ▷ Relier qualitativement et quantitativement l'acuité d'une résonance au facteur de qualité.
- ▷ Déterminer la pulsation propre et le facteur de qualité d'un oscillateur à partir de graphes expérimentaux d'amplitude et de phase.

## Questions de cours pour les colles

- ▷ Étude du circuit RLC série :
  - Établir la fonction de transfert en courant (admittance) ou en tension aux bornes du condensateur : exercices C2 et C4.
  - Tracer l'allure des courbes d'amplitude pour la résonance en courant ou en tension d'un RLC, et ce pour différentes valeurs « bien choisies » du facteur de qualité : cf. synthèse ci-après. Le comportement dans les limites basse et haute fréquence est à justifier par une analyse en circuits équivalents.
  - Dans le cas de la résonance en courant, établir l'expression de la pulsation de résonance et rappeler sans démonstration le lien entre la largeur de la résonance et le facteur de qualité.
  - Dans le cas de la résonance en tension, calculer  $\underline{H}(\omega_0)$  et en déduire une méthode de mesure de  $\omega_0$  et  $Q$  : exercice C5.

### Synthèse sur les résonances

Exemple électronique Exemple mécanique	Résonance en intensité $i$ Résonance en vitesse	Résonance en tension $u_C$ Résonance en élongation
Existence	Toujours	$Q > 1/\sqrt{2}$
Pulsation de résonance	$\omega_0$	$\omega_{\text{res}} \lesssim \omega_0$
Largeur de la résonance	$\Delta\omega = \frac{\omega_0}{Q}$	$\Delta\omega \simeq \frac{\omega_0}{Q}$
Aspects notables à $\omega = \omega_{\text{res}}$	Maximum d'amplitude, Forçage et réponse en phase	Maximum d'amplitude, Aucune relation de phase
Aspects notables à $\omega = \omega_0$	C'est la résonance !	Forçage et réponse en quadrature, Rapport des amplitudes égal à $Q$
Mesure de $\omega_0$	Pulsation de résonance	Quadrature de phase
Mesure de $Q$	Largeur de la résonance	Rapport des amplitudes à $\omega_0$ ou largeur de la résonance
Courbe de phase (à connaître)	<div style="text-align: center;"><math> \underline{H}  /  \underline{H} _{\text{max}}</math></div> 	
Courbe de phase (pour information)		

Version couleur sur le site de la classe.