



BLAISE PASCAL  
PT 2020-2021

TD 4 – Électronique

# Systèmes linéaires

- 💡 Difficulté d'analyse et compréhension, initiative requise ;
- ✂ Difficulté technique et calculatoire ;
- ⊗ Exercice important.

Flasher ce code pour accéder aux corrigés



## Questions de cours

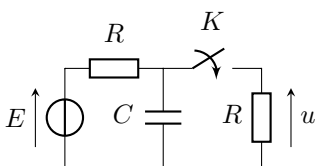
Ce chapitre est essentiellement constitué de révisions, et ne compte par conséquent aucune nouvelle question de cours : se reporter aux révisions d'électronique.

### Exercice 1 : Circuit RC à deux mailles

💡 2 | ✂ 2



▷ Équation différentielle du premier ordre.



Considérons le circuit représenté ci-contre, dans lequel l'interrupteur  $K$  est brusquement fermé. Le générateur est une source idéale de tension.

Trouver l'expression de la tension  $u$  et tracer son allure.

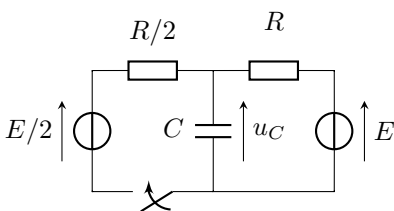
Remarque : le corrigé est très guidé, exercice à travailler seul pour s'entraîner.

### Exercice 2 : Condensateur alimenté par deux générateurs

oral CCP MP | 💡 2 | ✂ 1 | ⊗



▷ Équation différentielle du premier ordre ;  
▷ Puissance électrique.



Dans le montage ci-contre, l'interrupteur est fermé à l'instant  $t = 0$ .

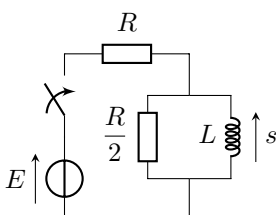
- 1 - Établir l'équation différentielle vérifiée par  $u_C$ .
- 2 - Résoudre cette équation.
- 3 - Déterminer le temps  $t_1$  nécessaire pour que la valeur finale soit atteinte à 1 % près.
- 4 - Exprimer la puissance dissipée. Interpréter sa valeur finale.

### Exercice 3 : Circuit RL à deux mailles

oral Mines-Télécom PSI | 💡 3 | ✂ 2



▷ Équation différentielle du premier ordre ;  
▷ Recherche de condition initiale.

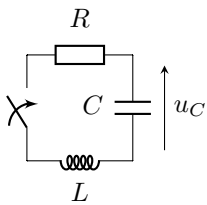


L'interrupteur est fermé à l'instant  $t = 0$ . Étudier l'évolution de  $s(t)$  et tracer sa courbe.

**Exercice 4 : RLC série en régime libre**

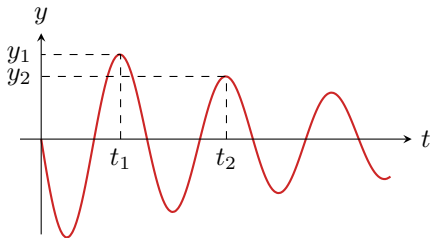
oral CCINP PSI | 💡 1 | ✂ 2 | Ⓜ

- ▷ Équation différentielle du second ordre ;
- ▷ Montage expérimental.



On étudie le circuit ci-contre où le condensateur est initialement chargé :  $u_C(t=0) = U_0$ .

- 1 - Déterminer les valeurs de  $i$ , de  $u_C$  et de  $u_L$  à la fermeture du circuit en  $t = 0^+$ , puis en régime permanent pour  $t \rightarrow \infty$ .
- 2 - Parmi ces grandeurs, laquelle correspond à  $y$  représentée ci-contre ? Comment doit-on procéder pour la mesurer ? Indiquer sur le schéma les branchements de l'oscilloscope.
- 3 - Déterminer l'équation différentielle vérifiée par le courant  $i$  en fonction de  $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$  et  $m = R/2L\omega_0$ .

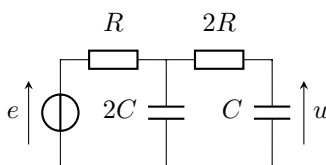


- 4 - On suppose  $m < 1$ . Déterminer la solution en fonction de  $\Omega = \omega_0\sqrt{1-m^2}$ . Que représente  $\Omega$  ? Comment peut-on l'évaluer à partir de la courbe ?
- 5 - En utilisant des approximations adéquates, trouver une relation simple entre le rapport  $y_1/y_2$  et  $m$ .

**Exercice 5 : Obtention d'une équation différentielle**

💡 2 | ✂ 2

- ▷ Représentation complexe.



En utilisant les complexes, montrer que la tension  $u$  est solution de l'équation différentielle

$$4\tau^2 \frac{d^2u}{dt^2} + 5\tau \frac{du}{dt} + u = e,$$

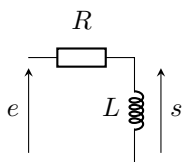
en posant  $\tau = RC$ .

**Exercice 6 : Filtre RL**

💡 1 | ✂ 1 | Ⓜ

- ▷ Fonction de transfert ;
- ▷ Diagramme de Bode ;
- ▷ Signal de sortie d'un filtre.

On considère le circuit ci-contre avec  $R = 1,0\text{ k}\Omega$  et  $L = 10\text{ mH}$ .



- 1 - Quel type de filtre ce circuit permet-il de réaliser ?
- 2 - Déterminer sa fonction de transfert et l'écrire sous la forme

$$\underline{H} = H_0 \frac{j\frac{\omega}{\omega_c}}{1 + j\frac{\omega}{\omega_c}}$$

- 3 - Déterminer les pentes des asymptotes en gain dans les limites haute et basse fréquence, ainsi que leur ordonnée « à l'origine » en  $x = 1$ . Construire le diagramme de Bode asymptotique en gain sur la figure 1 et en déduire l'allure du diagramme réel.
- 4 - La tension  $e$  s'écrit sous la forme d'une somme de trois harmoniques de même amplitude, de même phase initiale, et de fréquences respectives  $f_1 = 100\text{ Hz}$ ,  $f_2 = 1\text{ kHz}$  et  $f_3 = 100\text{ kHz}$ . Donner la forme du signal d'entrée  $e$  puis du signal de sortie  $s$ .
- 5 - La tension  $e(t)$  est maintenant un signal triangle de fréquence 60 Hz. Justifier que  $s(t)$  est un signal créneau de même fréquence.

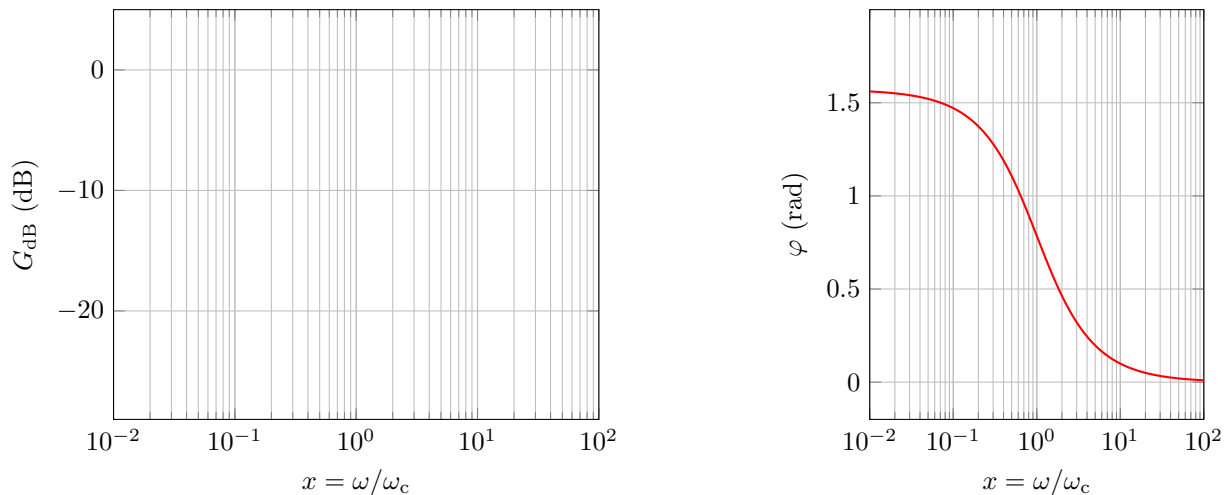
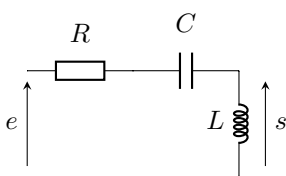


Figure 1 – Diagramme de Bode du filtre RL.

**Exercice 7 : Filtre passe-haut d'ordre 2**

💡 1 | ✂ 1 | 🔄

- 📈 ▷ Fonction de transfert ;
- 📈 ▷ Diagramme de Bode.



1 - Justifier que ce filtre est un filtre passe-haut. Définir sa pulsation caractéristique  $\omega_0$  et son facteur de qualité  $Q$ .

2 - Déterminer sa fonction de transfert et l'écrire sous la forme

$$\underline{H} = \frac{jQx}{1 + jQ(x - \frac{1}{x})} \quad \text{avec} \quad x = \frac{\omega}{\omega_0}.$$

3 - Déterminer la pente des asymptotes du diagramme de Bode en gain. Tracer qualitativement son allure en supposant que le facteur de qualité est tel que le circuit n'est pas résonant.

4 - Ce filtre peut-il avoir un comportement dérivateur ? intégrateur ?

**Exercice 8 : Filtre RLC**

oral banque PT | 💡 3 | ✂ 1

- 📈 ▷ Fonction de transfert ;
- 📈 ▷ Diagramme de Bode ;
- 📈 ▷ Signal de sortie d'un filtre.

1 - Identifier sans calcul la nature du filtre du montage figure 2.

2 - Déterminer la fonction de transfert sous la forme

$$\underline{H} = \frac{\frac{jx}{Q} - x^2}{1 + \frac{jx}{Q} - x^2} \quad \text{avec} \quad x = \frac{\omega}{\omega_0}$$

Identifier la fréquence de résonance  $\omega_0$  et le facteur de qualité  $Q$ .

3 - On donne le diagramme de Bode du filtre figure 2. Expliquer les valeurs prises par la pente en haute et basse fréquence. Déterminer la valeur de  $Q$ .

4 - On met un signal triangulaire en entrée. Pour le même signal d'entrée mais pour deux valeurs différentes de  $R$ , on obtient un signal carré très atténué puis un signal formé d'une succession d'impulsions. Expliquer.

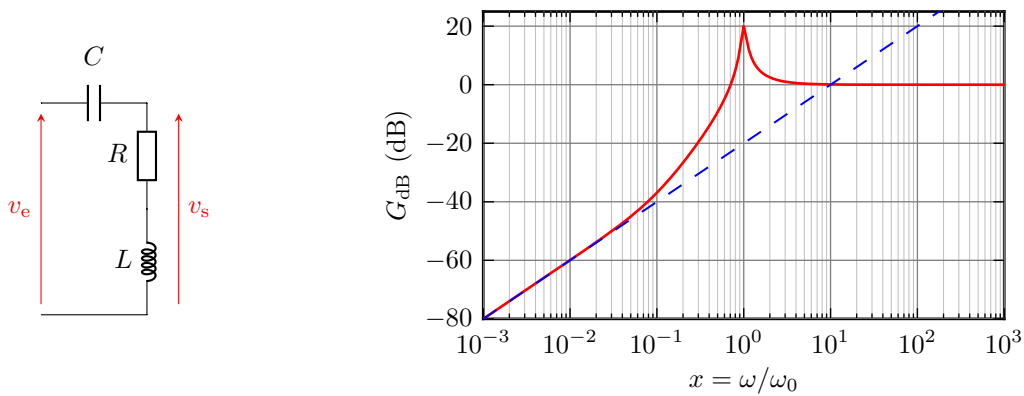


Figure 2 – Schéma et diagramme de Bode asymptotique d'un filtre RLC.

**Exercice 9 : Modélisation d'un récepteur radio**

oral banque PT | 💡 1 | ✂️ 1

- 📈 ▷ Fonction de transfert ;
- 📈 ▷ Caractéristiques d'un filtre, gabarit.

Un récepteur radio doit capter les signaux sur une gamme de fréquence allant de 150 à 300 kHz. Il peut être modélisé par un circuit RLC série avec  $R = 1 \Omega$  et  $L = 1,15 \text{ mH}$ .

- 1 - Quel type de filtrage doit-il réaliser ? En déduire le dipôle aux bornes duquel la tension de sortie doit être mesurée.
- 2 - Établir la fonction de transfert du filtre.
- 3 - La fréquence de réception voulue s'obtient en modifiant la capacité du condensateur. Déterminer les valeurs de  $C$  répondant aux attentes.

**Exercice 10 : Étude d'un filtre**

oral CCINP MP | 💡 3 | ✂️ 2

- 📈 ▷ Comportement asymptotique d'un filtre ;
- 📈 ▷ Signal de sortie d'un filtre.

On considère le filtre de la figure 3. On fixe  $f_0 = 10 \text{ Hz}$ .

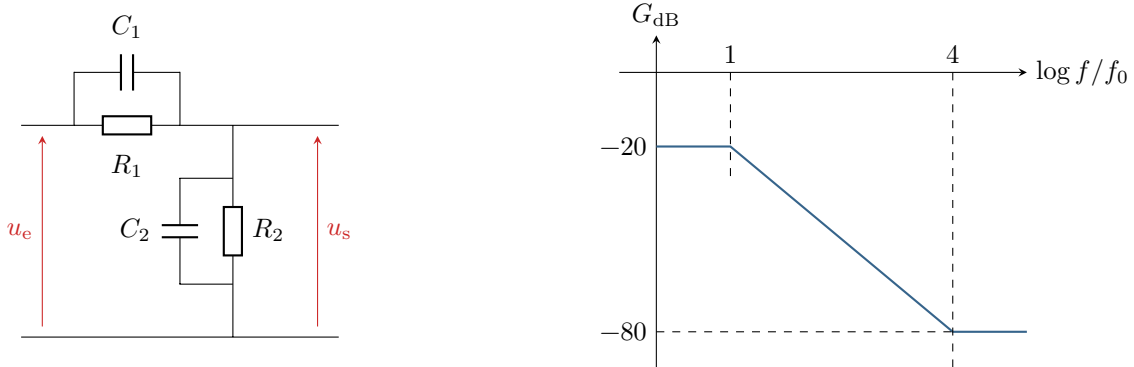


Figure 3 – Schéma et diagramme de Bode du filtre étudié.


- 1 - On donne  $R_1 = 90 \text{ k}\Omega$  et  $C_1 = 10 \text{ nF}$ . En utilisant le comportement du filtre en basse fréquence et en haute fréquence, déterminer  $R_2$  et  $C_2$ .
- 2 - Quel est le comportement du filtre dans la plage  $100 \text{ Hz} - 100 \text{ kHz}$  ?
- 3 - On envoie en entrée un signal de fréquence  $1 \text{ kHz}$  constitué des deux premières harmoniques de rang pair, d'amplitudes respectives  $6 \text{ V}$  et  $4 \text{ V}$ . Quel est le signal en sortie ?
- 4 - On envoie maintenant

$$u_e(t) = 10 \cos(2\pi f_1 t) + 10 \cos(2\pi f_2 t) \quad (\text{en volts})$$

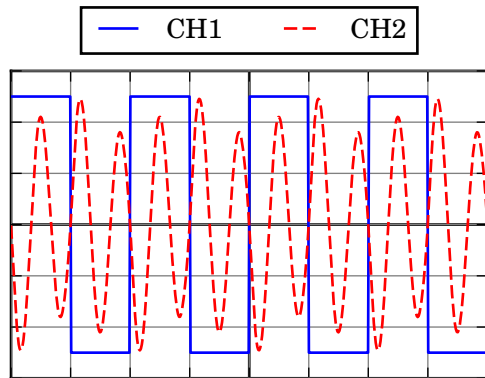
avec  $f_1 = 10 \text{ Hz}$  et  $f_2 = 100 \text{ kHz}$ . Quel est le signal en sortie ?

**Exercice 11 : Signal de sortie d'un filtre**

adapté oral banque PT | 💡 3 | ✂ 2

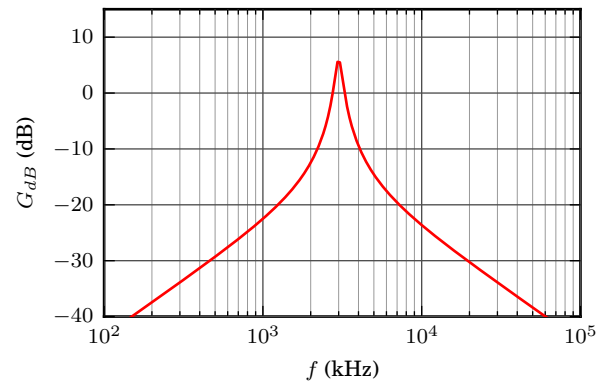
- 
 ▷ Analyse de Fourier ;  
 ▷ Diagramme de Bode ;  
 ▷ Signal de sortie d'un filtre.

La figure 4 représente les signaux d'entrée (voie 1) et de sortie (voie 2) d'un filtre acquis via un oscilloscope numérique. Le diagramme de Bode du filtre est représenté figure 5.



Time = 0.5 ms/div — CH1 = 1 V/div — CH2 = 500 mV/div

**Figure 4 – Copie d'écran d'oscilloscope.**



**Figure 5 – Diagramme de Bode du filtre.**

Données :

- ▷ décomposition en série de Fourier d'un signal quelconque de fréquence  $f$  :

$$v(t) = V_0 + \sum_{k=1}^{\infty} A_k \sin(2\pi kft) + \sum_{k=1}^{\infty} B_k \cos(2\pi kft) ;$$

- ▷ spectre d'un signal créneau symétrique centré :  $A_1 = 4A/\pi$  avec  $A$  l'amplitude du signal

$$V_0 = 0 \quad A_k = \begin{cases} 0 & k \text{ pair} \\ A_1/k & k \text{ impair} \end{cases} \quad \forall k, B_k = 0 .$$

- 1 - Déterminer l'amplitude, la fréquence et la valeur moyenne du signal créneau.
- 2 - En raisonnant par parité, justifier que  $B_k = 0$  pour le signal créneau représenté.
- 3 - Identifier la nature du filtre et donner sa fréquence propre  $f_0$ .
- 4 - Dans un premier temps, on fait l'approximation que le filtre ne transmet qu'une seule harmonique du signal d'entrée : le signal de sortie est une sinusoïde parfaite  $v_s = V_{s,\max} \sin(\omega t + \varphi)$ . D'après l'oscillogramme, donner l'amplitude et la fréquence de la sinusoïde ainsi modélisée. À quelle harmonique du signal d'entrée correspond-elle ?
- 5 - L'oscillogramme montre que cette approximation n'est pas très satisfaisante : il est nécessaire de prendre en compte au moins une seconde harmonique. Quelles sont les deux harmoniques qui pourraient potentiellement jouer ce rôle ?
- 6 - Déterminer graphiquement la fréquence de l'harmonique à considérer. Confirmer ce résultat en calculant à partir du diagramme de Bode le poids dans le signal de sortie des deux harmoniques envisageables.
- 7 - Justifier quantitativement que les autres harmoniques du signal de sortie sont négligeables.
- 8 - Représenter sur un même graphe et à l'échelle le spectre du signal d'entrée et celui du signal de sortie.