



BLAISE PASCAL  
PT 2018-2019

# Champ électrostatique

## Au programme

Extrait du programme officiel : partie 4 « Électromagnétisme », bloc 1 « Électrostatique ».

La notion de champ électrostatique a été introduite en classe de première S. Les notions abordées sont donc centrées sur les distributions de charges, le champ et le potentiel. L'accent est mis sur les propriétés intégrales du champ et sur le théorème de Gauss pour des situations présentant un haut degré de symétrie. Les analogies avec la gravitation sont centrées sur l'application du théorème de Gauss.

Notions et contenus	Capacités exigibles
Loi de Coulomb. Champ électrostatique. Champ électrostatique créé par un ensemble de charges ponctuelles. Principe de superposition.	Exprimer le champ électrostatique créé par une distribution discrète de charges. Citer quelques ordres de grandeur de champs électrostatiques.
Distributions continues de charges : volumique, surfacique, linéique.	Décomposer une distribution en des distributions plus simples dans le but de calculer un champ électrostatique par superposition. Choisir un type de distribution continue adaptée à la situation modélisée. Justifier le choix d'une modélisation d'une distribution de charges par une distribution « infinie ». Évaluer la charge totale d'une distribution continue dans des situations à géométries simples.
Symétries et invariances du champ électrostatique.	Identifier les plans de symétrie et d'antisymétrie d'une distribution de charges. Identifier les invariances d'une distribution de charges. Exploiter les symétries et les invariances d'une distribution de charges pour caractériser le champ électrostatique créé.
Flux du champ électrostatique. Théorème de Gauss.	Reconnaître les situations pour lesquelles le champ électrostatique peut être calculé à l'aide du théorème de Gauss Utiliser le théorème de Gauss pour déterminer le champ électrostatique créé par une distribution présentant un haut degré de symétrie.
Cas de la sphère, du cylindre infini et du plan infini.	Établir les expressions des champs électrostatiques créés en tout point de l'espace par une sphère uniformément chargée en volume, par un cylindre infini uniformément chargé en volume et par un plan infini uniformément chargé en surface. Établir et exploiter le fait qu'à l'extérieur d'une distribution à symétrie sphérique, le champ électrostatique créé est le même que celui d'une charge ponctuelle concentrant la charge totale et placée au centre de la distribution.
Analogies avec la gravitation.	Utiliser le théorème de Gauss dans le cas de la gravitation.

En **gras**, les points devant faire l'objet d'une approche expérimentale.

---

## Au concours

---

- ▷ Écrit : tous les ans à l'épreuve A.
- ▷ Oral : souvent.

---

## Plan du cours

---

### I Distributions de charge

- I.1 Rappels sur la charge électrique
- I.2 Description mésoscopique
- I.3 Distributions surfaciques et linéiques

### II Des propriétés des distributions de charge à celles du champ électrostatique

- II.1 Définition et premières propriétés du champ électrostatique
- II.2 Symétries de la distribution de charges, direction du champ électrostatique
- II.3 Invariances de la distribution de charges, variables du champ électrostatique

### III Théorème de Gauss

- III.1 Démonstration à partir de l'équation de Maxwell-Gauss
- III.2 Analogie gravitationnelle
- III.3 Exemple : champ électrostatique créé par un cylindre uniformément chargé
- III.4 Exemple : champ gravitationnel créé par une sphère de masse volumique uniforme
- III.5 Exemple : champ électrostatique créé par un plan uniformément chargé

---

## Méthode : utiliser le théorème de Gauss

---

- ▷ **Schématiser la distribution de charges** est toujours utile et y indiquer un point  $M$  arbitraire<sup>1</sup> où l'on va déterminer le champ  $\vec{E}(M)$ .
- ▷ **Choisir un repérage** adapté à la « forme » de la distribution de charges et le représenter sur le schéma.
- ▷ **Étudier les invariances de la distribution de charges** pour en déduire des coordonnées du point  $M$  dont le champ électrostatique ne dépend pas.  
*Ne pas confondre* : cette étude n'apporte aucune information sur la direction du champ  $\vec{E}(M)$ .
- ▷ **Étudier les symétries de la distribution de charges** pour en déduire la direction du champ électrique au point  $M$ .  
*Ne pas confondre* : seuls les plans de symétrie ou d'antisymétrie de la distribution passant par  $M$  renseignent sur la direction de  $\vec{E}(M)$ .  
*Ne pas confondre* : cette étude n'apporte aucune information sur les coordonnées de  $M$  dont dépend  $\vec{E}(M)$ .
- ▷ **Choisir une surface de Gauss adaptée**, c'est-à-dire sur laquelle le flux est constant par morceaux. Cette surface contient nécessairement une partie au moins de l'équipotentielle passant par  $M$ , c'est-à-dire de la surface sur laquelle  $\|\vec{E}\| = \text{cte}$ , qu'il faut éventuellement compléter, notamment avec des portions sur lesquelles le champ est tangent à la surface (flux nul).
- ▷ **Appliquer le théorème de Gauss** sans oublier les disjonctions de cas selon que le point  $M$  est à l'intérieur ou à l'extérieur de la distribution de charges.

---

## Exercices de cours

---

### Exercice C1 : Ionosphère

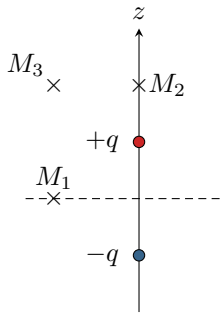
L'ionosphère est la couche de l'atmosphère comprise entre 70 et 100 km d'altitude. L'air y est présent sous forme de plasma : sous l'effet des rayonnements à très haute énergie issus du Soleil, un électron a été arraché aux molécules d'air qui sont devenues des cations, alors que les électrons sont libres de se déplacer. On compte environ  $10^{24}$  cations et autant d'électrons dans  $1 \text{ cm}^3$  d'ionosphère.

- 1 - Exprimer la densité volumique  $n_0$  de cations et celle d'électrons.
- 2 - Calculer le nombre de cations  $N_+$  contenus dans un cube de  $1 \mu\text{m}$  de côté. En déduire le nombre d'électrons  $N_-$ .
- 3 - Calculer la densité volumique de charge  $\rho_+$  associée aux seuls cations. En déduire la densité volumique de charge  $\rho_-$  associée aux seuls électrons.
- 4 - Conclure : quelle est la densité volumique de charge totale ?

---

1. Cette étape est l'analogie du « soit  $x \in \mathbb{R}$  » des démonstrations mathématiques : on commence la démonstration en se fixant un point  $M$ , mais celui-ci n'a aucune propriété particulière.

### Exercice C2 : Symétries du champ créé par un doublet de charges



Considérons un doublet de charges opposées, placées le long d'un axe ( $Oz$ ) symétriquement par rapport au plan  $z = 0$ . On se place en coordonnées cylindriques d'axe ( $Oz$ ).

- 1 - Identifier les plans de symétrie et d'antisymétrie de la distribution. Les dénombrer.
- 2 - En déduire la direction du champ électrostatique créé par le doublet aux points  $M_1$  et  $M_2$ .
- 3 - Que peut-on dire du champ en  $M_3$  ? La distribution est-elle à haut degré de symétrie ?

### Exercice C3 : Champ électrostatique créé par un cylindre uniformément chargé

Considérons un cylindre de rayon  $R$  et de hauteur infinie, chargé uniformément par une densité volumique de charge  $\rho_0$ .

Déterminer le champ électrique créé par ce cylindre en tout point  $M$  de l'espace.

### Exercice C4 : Champ gravitationnel créé par une planète de masse volumique uniforme

On modélise une planète par une sphère de rayon  $R$  et de masse totale  $m_0$  répartie selon une masse volumique uniforme  $\mu_0$ .

- 1 - Déterminer le champ gravitationnel  $\vec{G}$  créé par cette planète en tout point  $M$  de l'espace. L'exprimer d'une part en fonction de  $\mu_0$ , d'autre part en fonction de  $m_0$ .
- 2 - Comparer au champ créé par une masse ponctuelle  $m_0$  placée au centre de la distribution.

### Exercice C5 : Champ électrostatique créé par un plan uniformément chargé

Considérons un plan d'épaisseur nulle et infini dans les deux autres dimensions de l'espace, chargé avec une densité surfacique de charge uniforme  $\sigma_0$ .

Déterminer le champ électrique créé par ce plan en tout point  $M$  de l'espace.

## Documents

### Document 1 : Ordres de grandeur

• **Champs électrostatiques :**

Exemple	Données	Ordre de grandeur de $\ \vec{E}\ $
Dans un atome	charge du noyau $q \sim e = 1 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ , rayon $a \sim 10^{-10} \text{ m}$	$\ \vec{E}\  \sim \frac{e}{4\pi a^2} \sim 10^{11} \text{ V} \cdot \text{m}^{-1}$
Dans un condensateur	tension $U \sim 1 \text{ V}$ , distance entre armatures $d \sim 1 \text{ mm}$	$\ \vec{E}\  \sim \frac{U}{d} = 10^4 \text{ V} \cdot \text{m}^{-1}$
Champ électrique à la surface de la Terre		100 $\text{V} \cdot \text{m}^{-1}$ par temps calme, qq $10^3 \text{ V} \cdot \text{m}^{-1}$ par temps orageux.
Champ disruptif de l'air : au delà l'air est ionisé et devient conducteur (étincelle)		$3600 \text{ V} \cdot \text{cm}^{-1} = 3,6 \cdot 10^6 \text{ V} \cdot \text{m}^{-1}$

• **Importance des différentes forces :**

Au sein d'un atome d'hydrogène (rayon  $a = 50 \text{ pm}$ ) :

▷ Poids de l'électron et du proton :

$$P_e = m_e g = 9 \cdot 10^{-30} \text{ N} \quad P_p = m_p g = 2 \cdot 10^{-26} \text{ N}.$$

▷ force électrostatique entre le proton et l'électron :

$$F_{\text{elec}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{a^2} = 8 \cdot 10^{-8} \text{ N}$$

▷ force gravitationnelle entre le proton et l'électron :

$$F_{\text{grav}} = \mathcal{G} \frac{m_e m_p}{a^2} = 4 \cdot 10^{-47} \text{ N}.$$

**Conclusion :** À l'échelle microscopique les forces électromagnétiques sont largement dominantes sur les forces gravitationnelles. Ce n'est plus le cas à l'échelle macroscopique car les forces gravitationnelles s'accroissent (toutes les masses sont positives) alors qu'il y a compensation partielle des forces électromagnétiques entre charges positives et négatives.

## Document 2 : Rappels sur la charge électrique

Au niveau microscopique, les particules chargées sont appelées **porteurs de charge**. La charge électrique est quantifiée : la charge de tout porteur de charge est un multiple de la charge élémentaire  $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ .

### Exemples de porteurs de charge :

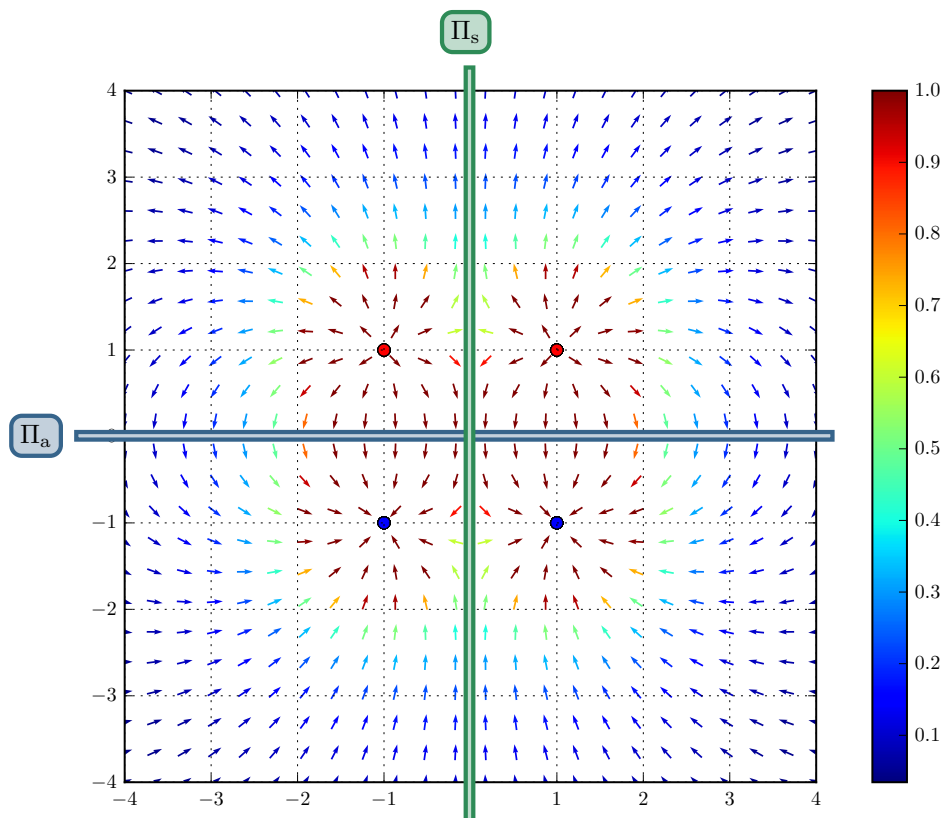
- ▷ électrons et protons dans les atomes ;
- ▷ cations et anions dans les électrolytes ;
- ▷ électrons de conduction et cations dans un métal ;
- ▷ électrons de conduction et trous dans un semi conducteur ;
- ▷ etc.

La charge électrique est une grandeur **additive** : un système  $\mathcal{S} = \mathcal{S}_1 \cup \mathcal{S}_2$  porte une charge  $Q = Q_1 + Q_2$ . C'est également une grandeur **conservative** : elle ne peut être ni créée ni détruite, mais seulement transportée d'un point à un autre.

**Remarque :** Certains processus de physique nucléaire se font avec création d'une paire particule et anti-particule, par exemple électron et positron, le positron ayant une charge opposée à celle de l'électron. Cependant, la charge électrique totale est conservée lors de tels processus (et c'est d'ailleurs l'un des postulats fondamentaux de la physique des particules).

La matière est globalement neutre mais ce n'est pas forcément le cas localement, même à l'échelle macroscopique : lors des expériences d'électrisation, un grand nombre de charges identiques est localisé au voisinage d'un endroit de l'espace.

## Document 3 : Plans de symétrie et d'antisymétrie d'une distribution de charges



La figure ci-dessus représente le champ électrique d'un système de quatre charges ponctuelles calculé par superposition. Les deux charges sur la gauche de la figure sont positives, les deux sur la droite sont négatives, toutes égales en valeur absolue. Les flèches renseignent sur la direction du champ électrique, et les couleurs sur sa norme (les valeurs ont été normalisées).

#### Document 4 : Analogies entre électrostatique et gravitation

Électrostatique	Gravitation
Force de Coulomb : $\vec{F}_{C,1 \rightarrow 0} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_0 q_1}{PM^3} \vec{PM} = q_0 \vec{E}(M)$	Force gravitationnelle : $\vec{F}_{g,1 \rightarrow 0} = -\mathcal{G} \frac{m_0 m_1}{PM^3} \vec{PM} = m_0 \vec{G}(M)$
Charge électrique : $q_0, q_1$ $\rho$ densité volumique de charge	Masse : $m_0, m_1$ $\mu$ masse volumique
Permittivité diélectrique du vide : $\frac{1}{4\pi\epsilon_0}$ $\epsilon_0$	Constante de gravitation : $-\mathcal{G}$ $-\frac{1}{4\pi\mathcal{G}}$
Équation de Maxwell-Gauss : $\operatorname{div} \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$	Équation de Gauss gravitationnelle : $\operatorname{div} \vec{G} = -4\pi\mathcal{G}\mu$
Théorème de Gauss : $\oiint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q_{\text{int}}}{\epsilon_0}$	Théorème de Gauss gravitationnel : $\oiint \vec{G} \cdot d\vec{S} = -4\pi\mathcal{G} M_{\text{int}}$

Les lois de force étant semblables, le champ gravitationnel possède les mêmes propriétés que le champ électrostatique vis-à-vis des symétries et invariances de la distribution de masse.