



BLAISE PASCAL
PT 2018-2019

Potentiel électrostatique

Au programme

Extrait du programme officiel : partie 4 « Électromagnétisme », bloc 1 « Électrostatique ».

Les notions abordées sont centrées sur les distributions de charges, le champ et le potentiel. Pour le champ électrique et le potentiel, on se limite aux expressions explicites dans le cas de charges ponctuelles et sous forme intégrale dans le cas de distributions continues. Des capacités sur la lecture des lignes de champ et des surfaces équipotentielles sont développées. Le condensateur plan est introduit mais l'étude des conducteurs en équilibre électrostatique ne relève pas du programme. Une approche énergétique est conduite dans un cas simple : une charge ponctuelle placée dans un champ électrique extérieur.

Notions et contenus	Capacités exigibles
Circulation du champ électrostatique. Notion de potentiel électrostatique.	Relier le champ électrostatique au potentiel. Exprimer le potentiel créé par une distribution discrète de charges. Calculer un champ électrostatique à partir du potentiel, l'expression de l'opérateur gradient étant fournie dans le cas des coordonnées sphériques et cylindriques. Calculer une différence de potentiel par circulation du champ électrostatique dans les cas simples.
Étude du condensateur plan comme la superposition de deux distributions surfaciques, de charges opposées.	Établir l'expression de la capacité d'un condensateur plan dans le vide.
Lignes de champ, tubes de champ, surfaces équipotentielles.	Orienter les lignes de champ du champ électrostatique créé par une distribution de charges. Représenter les surfaces équipotentielles connaissant les lignes de champ et inversement. Associer les variations de l'intensité du champ électrostatique à la position relative des lignes de champ. Vérifier qu'une carte de lignes de champ est compatible avec les symétries et les invariances d'une distribution. Approche numérique : représenter des cartes de lignes de champ et d'équipotentielles.
Énergie potentielle électrostatique d'une charge placée dans un champ électrostatique extérieur.	Établir et exploiter l'expression de l'énergie potentielle d'une charge ponctuelle placée dans un champ électrostatique extérieur.

En **gras**, les points devant faire l'objet d'une approche expérimentale.

Extrait du programme officiel : partie 4 « Électromagnétisme », bloc 3 « Équations de Maxwell ».

Les équations locales des champs statiques sont introduites comme des cas particuliers des équations de Maxwell. Les lois locales de l'électrostatique relatives au potentiel constituent un support pertinent pour procéder à une approche numérique de la résolution d'une équation différentielle.

Notions et contenus	Capacités exigibles
Équations de Maxwell : formulation locale et intégrale.	Écrire et interpréter les équations de Maxwell sous forme intégrale.
Cas des champs statiques : équations locales.	Établir les lois locales des champs statiques à partir des équations de Maxwell.
Équation de Poisson et de Laplace de l'électrostatique.	Établir les équations de Poisson et de Laplace de l'électrostatique. Approche numérique : mettre en œuvre une méthode de résolution numérique pour déterminer une solution à l'équation de Laplace, les conditions aux limites étant données.

En **gras**, les points devant faire l'objet d'une approche expérimentale.

Au concours

- ▷ Écrit : tous les ans à l'épreuve A, le condensateur étant un grand classique.
- ▷ Oral : souvent.

Plan du cours

I Une autre formulation de l'électrostatique

- I.1 Définition du potentiel électrostatique
- I.2 Interprétation énergétique
- I.3 Équation de Poisson
- I.4 Calculer le potentiel à partir du champ

II Lignes de champ et surfaces équipotentielles

- II.1 Direction du champ et sens de variation de potentiel
- II.2 Voisinage des charges électriques
- II.3 Intensité du champ

III Modélisation électrostatique d'un condensateur

- III.1 Propriétés d'un conducteur en équilibre électrostatique
- III.2 Modèle du condensateur plan infini
- III.3 Champ électrique
- III.4 Capacité

Exercices de cours

Exercice C1 : Potentiel créé par un cylindre uniformément chargé

Considérons un cylindre de rayon R et de hauteur infinie, uniformément chargé en volume avec la densité ρ_0 . Le champ créé peut se déterminer à partir du théorème de Gauss : nous l'avons fait au chapitre précédent. En coordonnées cylindriques d'axe (Oz) confondu avec l'axe du cylindre, il s'écrit

$$\vec{E} = \begin{cases} \frac{\rho_0 r}{2\varepsilon_0} \vec{e}_r & \text{si } r < R \\ \frac{\rho_0 R^2}{2r\varepsilon_0} \vec{e}_r & \text{si } r > R \end{cases}$$

Calculer le potentiel dont dérive ce champ en supposant qu'il est nul en $r = R$

Documents

Document 1 : Démonstration de l'orthogonalité des lignes de champ et des équipotentiellles

Soit M un point appartenant à une surface équipotentielle, et M' un point infiniment voisin se trouvant sur la même équipotentielle :

$$V(M') - V(M) = 0.$$

Par ailleurs, les deux points étant infiniment proches on peut approximer leur différence de potentiel par une différentielle, et exprimer celle-ci à partir du gradient :

$$V(M') - V(M) = dV = \overrightarrow{\text{grad}} V \cdot \overrightarrow{MM'}$$

Enfin, en combinant ces deux résultats avec la définition du potentiel électrostatique on obtient

$$\vec{E}(M) \cdot \overrightarrow{MM'} = 0$$

ce qui montre que $\vec{E}(M)$ est orthogonal à $\overrightarrow{MM'}$. Le point M' étant quelconque, ce résultat est vrai pour tout point M' infiniment proche de M sur son équipotentielle, autrement dit pour vecteur $\overrightarrow{MM'}$ tangent à l'équipotentielle passant par M .

On en déduit que le champ électrostatique $\vec{E}(M)$ est orthogonal à l'équipotentielle passant par M , et donc que la ligne de champ associée l'est aussi.

Document 2 : Effets de bord dans un condensateur plan

Un condensateur plan de taille finie est simulé numériquement par une juxtaposition de charges ponctuelles, le champ étant calculé par la loi de Coulomb. La figure de gauche représente les directions du champ vectoriel, la figure de droite est une représentation des lignes de champ et des équipotentiellles. Les valeurs ont été normalisées. On constate que les effets de bord ont un effet notable sur le champ à l'intérieur du condensateur sur une distance de l'ordre de l'épaisseur interarmatures.

