BLAISE PASCAL
PT 2019-2020

TD 17 – Électromagnétisme

Champ électrostatique

Difficulté d'analyse et compréhension, initiative requise ;
Difficulté technique et calculatoire ;
Exercice important.

Flasher ce code pour accéder aux corrigés

Exercices

Exercice 1 : Sphère uniformément chargée [1 | 1 |]

Une sphère de rayon R contient une charge q uniformément répartie dans son volume.

1 - Déterminer la densité volumique de charge ρ au sein de la sphère.

2 - Montrer que le champ créé par la sphère est radial. En déduire qu'il est nul au centre de la sphère.

3 - Exprimer ce champ en fonction de q. Commenter.

Exercice 2 : Noyau atomique [2 | 2]

La répartition de charge au sein de certains noyaux atomiques peut être modélisée par une densité volumique de la forme

$$\rho(r) = \begin{cases} \rho_0 \left(1 - \dfrac{r^2}{a^2}\right) & \text{si } r \leq a \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

où a est le rayon du noyau et r est la distance au centre O.

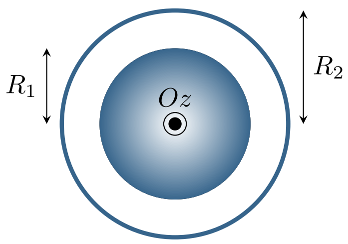
1 - Exprimer ρ_0 en fonction du numéro atomique Z du noyau.

2 - Calculer le champ électrostatique créé par le noyau en tout point de l'espace.

3 - Représenter graphiquement sa norme en fonction de r.

4 - Si on avait souhaité calculer seulement le champ ressenti par un électron de l'atome, quelle démarche beaucoup plus simple aurait-on pu adopter ? Expliquer pourquoi elle s'applique.

Exercice 3 : Deux cylindres concentriques [2 | 2 |]



On considère une distribution de charge constituée de deux cylindres concentriques infinis de même axe Oz. Le premier cylindre, de rayon R_1, est un cylindre plein chargé en volume par une densité de charge $\rho(r) = -\alpha r$ ($\alpha > 0$, $r \leq R_1$). Le second cylindre, de rayon $R_2 > R_1$ est un cylindre creux chargé uniquement sur son pourtour extérieur avec une densité surfacique de charge $\sigma > 0$.

1 - Calculer le champ électrique créé par cette distribution.

2 - Étudier la continuité de $\vec{E}$ en $r = R_1$ et $r = R_2$. Commenter.

3 - Représenter sa composante non nulle en fonction de r.

Annales de concours

Exercice 4 : Profil de masse volumique au sein de la Terre [oral banque PT | 3 | 2]

On assimile la Terre à une sphère parfaite de centre O, de rayon $R_T = 6{,}4 \cdot 10^3\,\text{km}$ et de masse totale $M_T = 6{,}0 \cdot 10^{24}\,\text{kg}$. Le champ de pesanteur $\vec{g}$ vérifie la relation

$$\oint\!\!\!\oint_\Sigma \vec{g} \cdot \overrightarrow{\mathrm{d}S} = -4\pi\mathcal{G}\, M_{\text{int}}$$

où M_{int} est la masse contenue à l'intérieur de la surface fermée Σ, et $\mathcal{G} = 6{,}7 \cdot 10^{-11}\,\text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$ est la constante de gravitation.

1 - À quel résultat d'électrostatique cette relation est elle similaire ? Préciser les analogues de $\vec{g}$, $\mathcal{G}$ et M_{int}.

2 - On considère dans un premier temps la masse uniformément répartie. Exprimer $\vec{g}(r) = -g(r)\vec{u}_r$. Représenter $g(r)$ en fonction de r.

3 - Retrouver la valeur g_0 du champ de pesanteur à la surface de la Terre.

4 - En réalité la répartition de masse n'est pas uniforme : le champ de pesanteur évolue selon l'allure de la figure 1. Déterminer la répartition de masse volumique $\rho(r)$ au sein de la Terre.

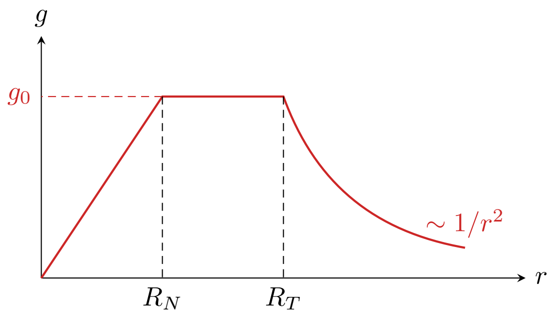


Figure 1 – Évolution du champ de pesanteur au sein de la Terre.

Exercice 5 : Champ électrostatique dans une cavité [oral banque PT | 2 | 2 |]

Une boule de centre O et de rayon R contient des charges dont la densité volumique ρ est homogène.

1 - Déterminer la direction du champ $\vec{E}$ et la variable dont dépend la norme de $\vec{E}$.

2 - Calculer en tout point de l'espace le champ $\vec{E}(M)$. Représenter la norme de $\vec{E}$ en fonction de la variable d'espace.

3 - En déduire le potentiel $V(M)$ en tout point de l'espace [1]. Tracer la courbe représentant $V(M)$ en fonction de la variable d'espace.

À l'intérieur de la boule se trouve une cavité sphérique creuse de rayon $R' < R$.

4 - Supposons les deux sphères concentriques. Déterminer le champ $\vec{E}(M)$ en tout point de l'espace sans avoir recours au théorème de Gauss.

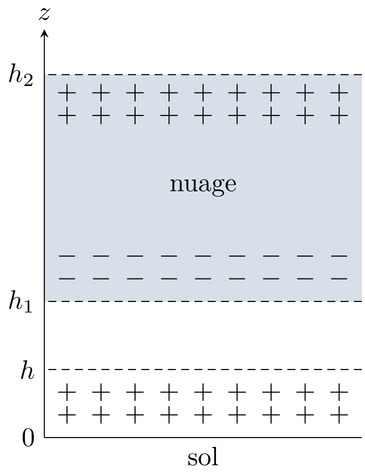
5 - On suppose maintenant que le centre des deux sphères est distant de $OO' = a < R'$. Déterminer le champ électrique dans la cavité.

Exercice 6 : Nuage d'orage [oral banque PT | 2 | 3]

L'apparition de cumulonimbus, nuage colossal au profil en forme d'enclume, est annonciatrice d'un orage imminent. On modélise dans cet exercice un nuage typique, situé entre les altitudes $h_1 = 2\,\text{km}$ et $h_2 = 10\,\text{km}$. On se place à proximité suffisante du centre du nuage pour pouvoir négliger les effets de bord : toutes les grandeurs sont supposées ne dépendre que de z. On pose $h_0 = (h_1 + h_2)/2$ et $H = h_2 - h_1$.

On constate habituellement dans ces nuages l'apparition de charges négatives à la base du nuage et de charges positives au sommet : on considérera que la densité volumique de charge $\rho(z)$ varie linéairement de la valeur maximale $\rho_0 > 0$ au sommet du nuage à la valeur opposée $-\rho_0$ à sa base. La base chargée du nuage fait alors apparaître, par influence et ionisation de l'air, des charges positives dans l'atmosphère sur une hauteur $h = 500\,\text{m}$. On les supposera réparties uniformément avec une densité volumique ρ_{sol}. Le sol est supposé bon conducteur. L'air entre $z = h$ et $z = h_1$ n'est pas chargé.

1. Attendre le chapitre suivant



Des mesures effectuées par ballon sonde permettent de déterminer la valeur de la composante verticale du champ électrique dans l'atmosphère : quasiment nul au niveau du sol, environ $65\,\mathrm{kV\cdot m^{-1}}$ à $500\,\mathrm{m}$ d'altitude et jusqu'à $200\,\mathrm{kV\cdot m^{-1}}$ de valeur maximale à l'intérieur du nuage.

1 - Expliquer le phénomène d'influence à l'origine de la présence des charges au sol. La conservation de la charge ne semble pas vérifiée sur le schéma. Comment expliquer ce paradoxe ?

2 - Justifier qu'en tout point M on ait $\vec{E}(M) = E(z)\vec{u}_z$.

3 - Déterminer le champ électrique dans les quatre domaines $0 < z < h$; $h < z < h_1$; $h_1 < z < h_2$ et enfin $z > h_2$.

4 - Tracer l'allure de $E(z)$.

5 - Sachant que que $E(z)$ admet un extrêmum au milieu du nuage, exprimer $E_{\max}$ en fonction de h et H. On supposera $\rho_0 \simeq \rho_{\mathrm{sol}}$.

6 - Lorsque le champ électrique atteint localement la valeur $E_{\mathrm{dis}} = 10\,\mathrm{kV\cdot cm^{-1}}$, appelé champ disruptif, l'air est ionisé et un courant électrique devient possible. Comparer la valeur du champ disruptif à celle du champ électrique dans le nuage. Commenter.