



BLAISE PASCAL
PT 2020-2021

TD 7 – Électromagnétisme

Champ électrostatique

- 💡 Difficulté d'analyse et compréhension, initiative requise ;
- ✂ Difficulté technique et calculatoire ;
- ⊗ Exercice important.

Flasher ce code pour
accéder aux corrigés



Questions de cours

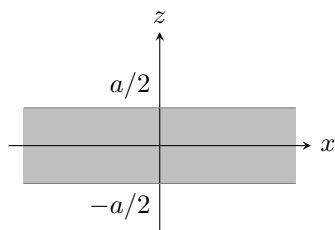
- 7.1 - Rappeler l'équation de Maxwell-Gauss puis démontrer le théorème de Gauss.
- 7.2 - Déterminer le champ électrostatique créé par une sphère uniformément chargée en volume.
- 7.3 - Déterminer le champ électrostatique créé par un cylindre infini uniformément chargé en volume.
- 7.4 - Déterminer le champ électrostatique créé par un plan infini uniformément chargé en surface.

Sur toutes les questions relatives au théorème de Gauss, la rigueur de la démarche est un point essentiel qui doit **très clairement** apparaître.

Exercice 1 : Champ électrostatique créé par une couche épaisse

💡 1 | ✂ 2

- Charge volumique uniforme ;
- Modélisation surfacique ;
- Relation de passage ;
- Coordonnées cartésiennes.



On considère une couche épaisse, comprise entre les deux plans d'équation $z = -a/2$ et $z = +a/2$ et infinie dans les directions x et y , chargée uniformément en volume avec une densité volumique de charge ρ_0 .

1 - Montrer que le champ électrique prend en tout point M de l'espace la forme


$$\vec{E}(M) = E_z(z) \vec{e}_z .$$

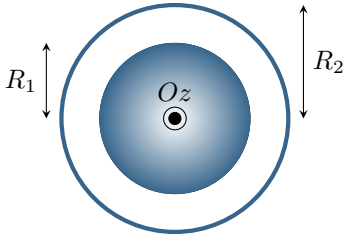
- 2 - Calculer le champ créé par la distribution dans tout l'espace.
- 3 - Que vaut le champ dans le plan (xOy) ? Interpréter par des arguments de symétrie.
- 4 - Tracer le graphe représentant $E_z(z)$ pour $\rho_0 > 0$. Commenter le comportement de \vec{E} en $z = \pm a/2$ où la densité de charge est discontinue.

Considérons maintenant que la couche est d'épaisseur très fine : $a \rightarrow 0$. On cherche à la décrire par une distribution surfacique de charge σ_0 uniforme à partir des résultats précédentes.

- 5 - Exprimer la densité surfacique de charge σ_0 en fonction de ρ_0 et a . Que devient le champ électrique dans chaque demi-espace ?
- 6 - Commenter le comportement de \vec{E} au passage du plan chargé.

Exercice 2 : Deux cylindres concentriques

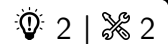
-  ▷ Charge volumique non-uniforme ;
 ▷ Charge surfacique ;
 ▷ Relation de passage ;
 ▷ Coordonnées cylindriques.




On considère une distribution de charge constituée de deux cylindres concentriques infinis de même axe Oz . Le premier cylindre, de rayon R_1 , est un cylindre plein chargé en volume par une densité de charge $\rho(r) = -\alpha r$ ($\alpha > 0$, $r \leq R_1$). Le second cylindre, de rayon $R_2 > R_1$ est un cylindre creux chargé uniquement sur son pourtour extérieur avec une densité surfacique de charge $\sigma > 0$.

1 - Calculer le champ électrique créé par cette distribution.

- 2 - Étudier la continuité de \vec{E} en $r = R_1$ et $r = R_2$. Commenter.
 3 - Représenter sa composante non nulle en fonction de r .

Exercice 3 : Noyau atomique


-  ▷ Charge volumique non uniforme ;
 ▷ Coordonnées sphériques.


La répartition de charge au sein de certains noyaux atomiques peut être modélisée par une densité volumique de la forme

$$\rho(r) = \begin{cases} \rho_0 \left(1 - \frac{r^2}{a^2}\right) & \text{si } r \leq a \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

où a est le rayon du noyau et r est la distance au centre O .

- 1 - Exprimer ρ_0 en fonction du numéro atomique Z du noyau.
 2 - Calculer le champ électrostatique créé par le noyau en tout point de l'espace.
 3 - Représenter graphiquement sa norme en fonction de r .
 4 - Si on avait souhaité calculer seulement le champ ressenti par un électron de l'atome, quelle démarche beaucoup plus simple aurait-on pu adopter ? Expliquer pourquoi elle s'applique.

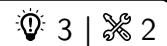
Exercice 4 : Champ électrostatique dans une cavitéoral banque PT |  2 |  2 | 

-  ▷ Charge volumique uniforme ;
 ▷ Principe de superposition ;
 ▷ Coordonnées sphériques, coordonnées intrinsèques.

Une boule de centre O et de rayon R contient des charges dont la densité volumique ρ est homogène.

- 1 - Déterminer la direction du champ \vec{E} et la variable dont dépend la norme de \vec{E} .
 2 - Calculer en tout point de l'espace le champ $\vec{E}(M)$.
 À l'intérieur de la boule se trouve une cavité sphérique creuse de rayon $R' < R$.
 3 - Supposons les deux sphères concentriques. Déterminer le champ $\vec{E}(M)$ en tout point de l'espace sans avoir recours au théorème de Gauss.
 4 - On suppose maintenant que le centre des deux sphères est distant de $OO' = a < R'$. Déterminer le champ électrique dans la cavité.

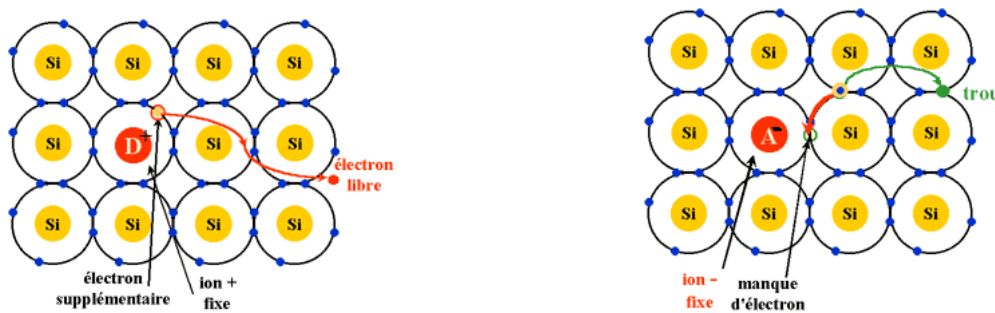
Exercice 5 : Diode à jonction PN



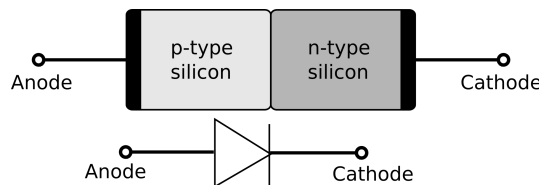
- ▷ Analyse de document ;
- ▷ Équation de Maxwell-Gauss ;
- ▷ Principe de superposition.

Document 1 : Jonction PN au silicium

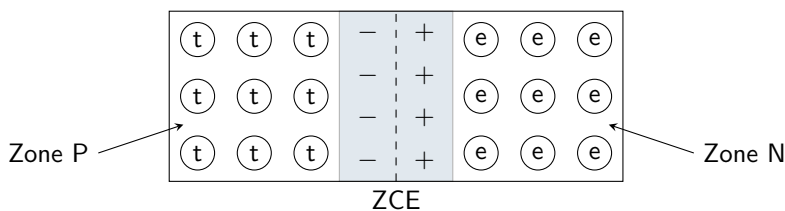
Dans un métal, les porteurs de charge libres, à même d'assurer la conduction électrique, sont tous de même type : des électrons. Dans un semi-conducteur comme le silicium, les porteurs de charge peuvent au contraire être de deux types différents : des électrons, de charge $-e$, et des trous, que l'on peut voir comme des « vides d'électrons » de charge apparente $+e$. Dans un semi-conducteur simple, on rencontre autant d'électrons que de trous. Le dopage d'un semi-conducteur consiste à lui ajouter, en faible quantité, des hétéroatomes donneurs ou accepteurs d'électrons qui modifient la proportion de porteurs libres de chaque type : dans un semi-conducteur de type N (négatif), la conduction électrique est majoritairement assurée par des électrons, alors que dans un semi-conducteur de type P (positif), la conduction est principalement due aux trous. Exactement comme un métal, un semi-conducteur reste globalement neutre quel que soit le dopage, seul change le nombre de porteurs libres de chaque type.



Il est possible de changer brutalement la nature du dopage dans un même cristal, formant alors une jonction PN. C'est ainsi que sont fabriquées les diodes au silicium ou les cellules photovoltaïques, alors qu'un transistor est réalisé en mettant deux jonctions successives en sens inverse, PNP ou NPN.



La proximité des deux zones P et N va entraîner une migration par diffusion des trous vers la zone N et des électrons vers la zone P, et par suite des recombinaisons de paire électron-trou. Ce mécanisme entraîne l'apparition d'une zone intermédiaire autour de la jonction, appelée zone de charge d'espace (ZCE) ou zone de déplétion, dans laquelle la zone N se trouve localement chargée positivement et la zone P chargée négativement. C'est la présence de cette zone de charge d'espace qui est à l'origine du comportement de la diode, qui ne laisse passer le courant que dans un seul sens.



- 1 - Les hétéroatomes accepteurs d'électrons sont-ils à l'origine d'un dopage de type N ou P ? Expliquer.
- 2 - Justifier précisément que la zone P de la ZCE est chargée négativement et la zone N positivement.
- 3 - Pourquoi la ZCE a-t-elle nécessairement une extension spatiale limitée ?

L'objectif des questions suivantes est de déterminer le champ électrique régnant dans la ZCE. Les électrons et les trous n'ayant pas forcément à la même capacité à migrer dans les zones N et P, celle-ci peut être dissymétrique. On la modélise donc par la distribution de charge $\rho(x)$ uniforme par morceaux représentée figure 1. La section S du semi-conducteur est supposée indépendante de x .

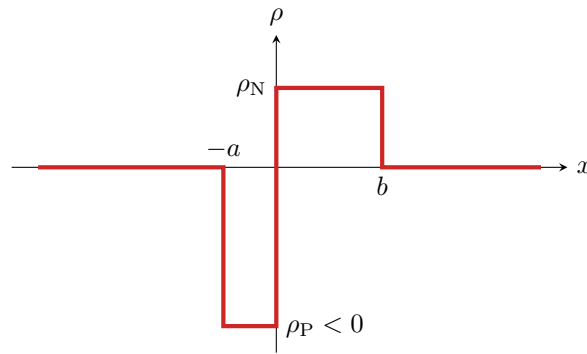


Figure 1 – Modélisation de la densité volumique de charge dans la ZCE d'une diode à jonction. Les deux longueurs a et b sont positives, mais les densités de charge ρ_P et ρ_N sont algébriques.

4 - La ZCE étant globalement neutre, déterminer la relation entre a, b, ρ_P et ρ_N .

5 - On considère dans cette question une distribution uniforme de densité volumique ρ_0 comprise entre les plans d'équation $x = -d/2$ et $x = +d/2$ où d est une largeur.

5.a - Déterminer la direction du champ électrostatique créé par cette distribution et les variables dont il dépend.

5.b - Par des arguments de symétrie, montrer que $\vec{E}(x=0) = \vec{0}$.

5.c - Dédire de l'équation de Maxwell-Gauss le champ \vec{E} dans tout l'espace.

6 - À partir de la question précédente, déterminer sans calcul complexe le champ électrostatique créé par la ZCE en fonction de x, a, b et ρ_N .

7 - Représenter les variations de la composante non-nulle de \vec{E} en fonction de x .

8 - Imposer une tension aux borne de la diode entraîne l'apparition d'un champ électrique à l'intérieur de celle-ci. Quelle est le sens du champ à appliquer pour que la diode soit passante? Laquelle des deux zones P ou N doit être portée au potentiel le plus élevé? En déduire le sens passant du courant dans la diode.