




Ondes électromagnétiques dans les conducteurs

-  Difficulté d'analyse et compréhension, initiative requise ;
-  Difficulté technique et calculatoire ;
-  Exercice important.

Flasher ce code pour
accéder aux corrigés



Questions de cours

De nombreux exercices portant sur les ondes électromagnétiques dans les conducteurs consistent à refaire les démonstrations du cours de manière exhaustive avant de pouvoir aller plus loin. Si l'interrogateur vous propose un exercice de ce type, il pourra ne pas vous donner de question supplémentaire à traiter en début de colle.

20.1 - Montrer qu'un conducteur ohmique excité à basse fréquence ($f \lesssim 10^{14}$ Hz) peut être considéré localement neutre. Montrer que le courant de déplacement peut y être négligé devant le courant de conduction.

20.2 - Écrire sans démonstration les équations de Maxwell simplifiées dans un conducteur ohmique excité à basse fréquence. En déduire l'équation de propagation pour le champ électrique ou magnétique, au choix de l'interrogateur.

20.3 - En partant de l'équation de propagation rappelée par l'interrogateur, établir la relation de dispersion dans un conducteur ohmique. En déduire l'expression des champs réels d'une pseudo-OPPH et l'interpréter (effet de peau, amplitude exponentiellement décroissante au cours de la propagation).

20.4 - Établir l'expression de l'onde réfléchie en incidence normale sur un conducteur parfait occupant le demi-espace $x > 0$. On prendra l'onde incidente sous la forme

$$\vec{E}_i = E_0 \cos(\omega t - kx) \vec{e}_y,$$

et pour alléger le calcul on **admettra** que l'onde réfléchie a la même polarisation que l'onde incidente.

Le calcul est donc légèrement différent (car moins général) de celui fait en cours : on cherchera directement l'onde réfléchie sous la forme

$$\vec{E}_r = E'_0 \cos(\omega t + kx + \varphi) \vec{e}_y.$$

Le calcul consiste à déterminer E'_0 et φ , et vous devez justifier que l'on prend la même pulsation et que l'on écrit l'OPPH avec un signe \oplus .

20.5 - On cherche les solutions de l'équation de d'Alembert à variables séparées :

$$\vec{E}(x, t) = f(x) g(t) \vec{e}_y.$$

Déterminer les fonctions f et g .


20.6 - On cherche les modes propres d'une cavité électromagnétique de longueur L sous la forme

$$\vec{E}(x, t) = E_0 \cos(kx + \psi) \cos(\omega t + \varphi) \vec{e}_y.$$

Déterminer les valeurs possibles de k et ψ .

Exercice 1 : Blocage d'appel

oral banque PT | 💡 1 | ✂ 2 | ⊗



 ▷ Effet de peau.

Un téléphone émet un appel, reçu par un second téléphone. On place une plaque de métal devant le second téléphone : il ne reçoit plus l'appel. On modélise la plaque comme occupant tout le demi-espace $z > 0$, l'onde se propageant dans le vide $z < 0$.

- 1 - Donner l'ordre de grandeur de la longueur d'onde et de la fréquence d'une onde téléphonique. On admet que cette fréquence permet de traiter le métal dans l'ARQS.
- 2 - Établir l'équation différentielle vérifiée par \vec{E} dans le métal. Comparer cette équation à celle dans le vide. Commenter physiquement.
- 3 - Trouver les solutions de l'équation précédente de la forme $\vec{E} = \vec{E}_0 e^{i(\omega t - kz)}$, avec k complexe. Ces solutions sont-elles des ondes planes progressives monochromatiques ?
- 4 - Identifier une distance caractéristique. La calculer numériquement, justifier le modèle de plaque semi-infinie, et interpréter l'expérience.

Exercice 2 : Onde électromagnétique confinée

oral Mines-Ponts PSI | 💡 1 | ✂ 2 | ⊗


 ▷ Réflexion sur un conducteur parfait ;
 ▷ Cavité électromagnétique.

On considère un champ électrique dans le vide de la forme $\vec{E}_i = E_0 e^{i(\omega t - kz)} \vec{e}_x$.

- 1 - Montrer que $\omega = kc$.

On rappelle que les champs \vec{E} et \vec{B} sont nuls dans un conducteur parfait. On donne les relations de passage à l'interface entre deux milieux 1 et 2 :


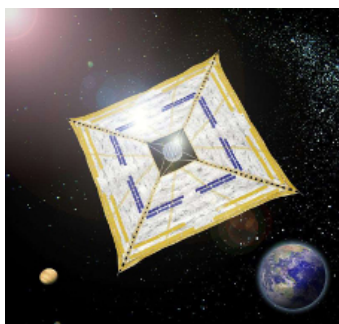
$$\vec{E}_2 - \vec{E}_1 = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \vec{n}_{1 \rightarrow 2} \quad \vec{B}_2 - \vec{B}_1 = \mu_0 \vec{j}_s \wedge \vec{n}_{1 \rightarrow 2} \quad \mu_0 \vec{j}_s = \vec{n}_{1 \rightarrow 2} \wedge (\vec{B}_2 - \vec{B}_1),$$

où σ et \vec{j}_s sont respectivement les densités surfaciques de charge et de courant à l'interface.

- 2 - On place un conducteur parfait semi-infini en $z > 0$. Montrer que les relations de passage pour \vec{E} impliquent l'existence d'une onde réfléchie et donner son expression. Donner la nature de l'onde totale.
- 3 - En déduire le champ magnétique à partir d'une équation de Maxwell.
- 4 - Qu'impliquent les relations de passage pour \vec{B} ? Interpréter.
On ajoute un deuxième conducteur parfait en $z = -L$.
- 5 - Déterminer les ondes pouvant exister entre les deux conducteurs et leurs caractéristiques. On introduira un entier n .
- 6 - Quelle est la puissance moyenne traversant une surface $z = \text{cte}$?

Exercice 3 : Voile solaire

oral banque PT | 💡 2 | ✂ 2


 ▷ Réflexion sur un conducteur parfait ;
 ▷ Force de Lorentz.


Une voile solaire est un dispositif de propulsion permettant de se déplacer dans l'espace à la manière d'un voilier. Les photons émis par le Soleil entrent en collision avec la voile et lui cèdent leur quantité de mouvement, ce qui lui permet d'avancer. Compte tenu de la faible propulsion générée, le procédé ne permet pas de quitter la surface d'une planète (même dénuée d'atmosphère, et donc de friction). Il est en revanche utilisable sur un appareil ayant déjà atteint la vitesse de satellisation minimale, voire la vitesse de libération. Plusieurs prototypes de petite taille ont déjà été placés en orbite ou sont en cours de développement, comme par exemple le démonstrateur IKAROS, dont une vue d'artiste est représentée ci-contre, lancé en 2010 par l'agence spatiale japonaise.

On considère une voile solaire de surface S modélisée par un conducteur parfait. Le rayonnement solaire est assimilé à une onde plane progressive monochromatique (OPPM) de polarisation rectiligne. On suppose que la normale à la surface S est colinéaire à la direction de propagation de l'OPPM.

1 - Proposer une expression du champ électrique complexe de l'OPPM incidente sur la voile. En déduire l'onde réfléchie.

2 - Calculer la densité surfacique de courant sur la voile.

3 - Proposer une expression pour la force surfacique moyenne à laquelle est soumise la voile et la calculer. Commenter sa direction et son sens.

Données :

▷ les champs \vec{E} et \vec{B} sont nuls dans un conducteur parfait ;

▷ relations de passage à l'interface entre deux milieux (1) et (2), de normale \vec{n} orientée de (1) vers (2) :

$$\vec{E}_2 - \vec{E}_1 = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} \vec{n} \quad \vec{B}_2 - \vec{B}_1 = \mu_0 \vec{j}_s \wedge \vec{n} \iff \vec{j}_s = \vec{n} \wedge \left(\frac{\vec{B}_2 - \vec{B}_1}{\mu_0} \right),$$

où σ et \vec{j}_s sont respectivement les densités surfaciques de charge et de courant à l'interface.

Exercice 4 : Guide d'ondes

oral banque PT | 💡 2 | ✂ 2 | ⓧ



▷ Relation de structure ;

▷ Exploitation des conditions aux limites.

Un guide d'onde est constitué deux plans parfaitement conducteurs situés en $y = 0$ et $y = a$ entre lesquels est confinée une onde électromagnétique de la forme

$$\vec{E} = [A e^{ik_2 y} + B e^{-ik_2 y}] e^{i(\omega t - k_1 x)} \vec{e}_z.$$

Donnée : On rappelle la relation de passage pour le champ électrique à l'interface entre deux milieux 1 et 2,

$$\vec{E}_2 - \vec{E}_1 = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} \vec{u},$$

avec \vec{u} le vecteur normal dirigé de 1 vers 2.

1 - Montrer que cette onde est une superposition de deux ondes planes progressives sinusoïdales (OPPS) dont on exprimera les vecteurs d'onde notés \vec{k}_\pm .

2 - Que valent les champs dans un conducteur parfait ? Établir une relation entre A et B et une condition sur k_2 dépendant d'un entier n .

3 - Déterminer l'inclinaison θ_\pm des deux OPPS avec l'axe du guide en fonction de leur longueur d'onde λ et a .

4 - En déduire que toutes les ondes ne peuvent pas se propager dans le guide.

5 - Exprimer l'onde totale. Commenter sa structure dans les directions x et y .

Exercice 5 : Approche énergétique de l'effet de peau

oral banque PT | 💡 3 | ✂ 2



▷ Effet de peau ;

▷ Vecteur de Poynting ;

▷ Bilan de puissance.

Considérons un conducteur électrique semi-infini de conductivité γ et dans lequel règne un champ

$$\vec{E} = E_0 e^{-\alpha z} e^{i(\omega t - \alpha z)} \vec{u}_x.$$

1 - S'agit-il d'une onde plane ? D'une onde progressive ? Que représente α ? Quelles sont la direction et le sens de propagation ? La polarisation ?

2 - Calculer le champ \vec{B} associé.

3 - Exprimer la moyenne temporelle du vecteur de Poynting.

4 - Effectuer un bilan de puissance pour une tranche de conducteur de surface S et de longueur dz . Déterminer la puissance cédée par unité de volume dans le conducteur.

5 - Établir une autre expression de la puissance cédée à partir de la loi d'Ohm locale.

6 - À partir des deux expressions obtenues, déduire la distance sur laquelle pénètre l'onde avant d'être atténuée.