

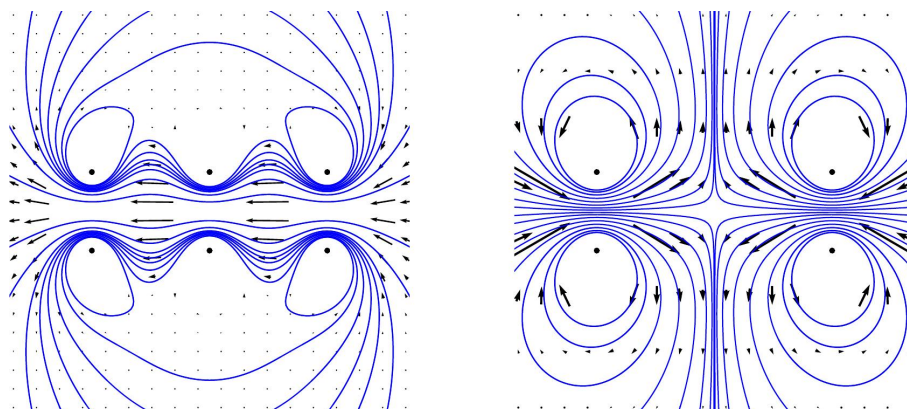
# Phénoménologie des champs magnétiques

## Exercices

### Exercice 1 : Cartes de champ magnétique

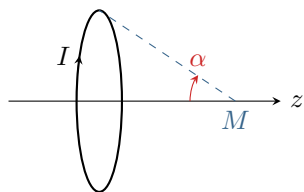
[◆◆◆]

Les champs magnétiques représentés par les cartes ci-dessous sont obtenus avec des courants électriques (pas d'aimants). Dans les deux cas, indiquer la position des sources, le sens du courant, les zones de champ fort et faible, et le cas échéant s'il existe une zone de l'espace où le champ magnétique est uniforme.



### Exercice 2 : Champ sur l'axe d'une spire

[◆◆◆]



Le champ créé par une spire circulaire de rayon  $R$  parcourue par un courant d'intensité  $I$  peut se calculer analytiquement. En un point  $M$  de cote  $z$  appartenant à l'axe de la spire, il prend la forme particulièrement simple

$$\vec{B}(M) = \pm \frac{\mu_0 I}{2R} \sin^3 \alpha \vec{e}_z.$$

où  $\alpha$  est l'angle sous lequel la spire est vue depuis le point  $M$ .

- 1 - Dans quel sens est orienté le champ  $\vec{B}$  en  $M$ ? En déduire le signe  $\pm$  à conserver dans l'expression de  $\vec{B}(M)$ .
- 2 - Exprimer le moment magnétique  $\vec{m}$  de la spire.
- 3 - Montrer que lorsque le point  $M$  est très éloigné de la spire ( $z \gg R$ ), le champ sur l'axe s'exprime directement en fonction du moment magnétique  $\vec{m}$  sans faire intervenir ni l'intensité  $I$  ni le rayon  $R$ .

### Exercice 3 : Aimantation

[◆◆◆]

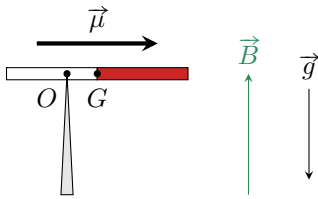
Matériau	Aimantation ( $\text{kA} \cdot \text{m}^{-1}$ )
AlNiCo 200	600
Ferrite 1000	1700
NdFeB	2000 à 4000
SmCo 5	2000 à 3000
SmCo 17	3500 à 5000

Le tableau ci-contre indique les ordres de grandeur d'aimantation de plusieurs matériaux magnétiques permettant de fabriquer des aimants permanents. L'aimantation d'un matériau est définie comme le moment magnétique volumique, c'est-à-dire le moment magnétique d'un échantillon de ce matériau rapporté à son volume.

- 1 - Rappeler la dimension d'un moment magnétique et vérifier l'unité de l'aimantation donnée dans le tableau.
- 2 - Les matériaux pour fabriquer des aimants permanents doivent-ils posséder une aimantation forte ou faible?
- 3 - Considérons un aimant rond NdFeB (néodyme, fer, bore) d'épaisseur  $e = 1 \text{ mm}$  et de rayon  $R = 5 \text{ mm}$ . Calculer son moment magnétique.
- 4 - Combien de spires de même rayon  $R$  et parcourues par un courant d'intensité  $I = 100 \text{ mA}$  faudrait-il bobiner pour obtenir le même moment magnétique?

**Exercice 4 : Équilibre d'un aimant**

[◆◆◆]



Un aimant très fin, de moment magnétique  $\mu$  et de masse  $m$ , repose en équilibre au sommet  $O$  d'une pointe. Il est soumis à un champ magnétique uniforme  $\vec{B}$  et à la gravité. Évaluer la distance  $d = OG$  pour que l'aimant reste en équilibre vertical.

**Exercice 5 : Rails de Laplace inclinés**

[◆◆◆]

Reprenons l'expérience des rails de Laplace, mais en les inclinant : au lieu d'être horizontaux, ils forment un angle  $\alpha = 30^\circ$  avec la verticale. Le champ magnétique est supposé stationnaire, uniforme, vertical, dirigé vers le haut, de norme 150 mT. Le barreau mobile des rails de Laplace pèse 8,0 g et est long de  $\ell = 12$  cm. Les frottements sont négligés, de même que tout phénomène d'induction.

- 1 - Faire un schéma du dispositif en représentant les différentes forces agissant sur le barreau mobile. Quel doit être le sens du courant dans le circuit pour que la force de Laplace retienne le barreau ?
- 2 - Déterminer l'intensité du courant permettant l'équilibre du barreau.
- 3 - Partant de cette situation, on communique au barreau une vitesse initiale  $v_0$  dirigée vers le haut. Déterminer son mouvement ultérieur.
- 4 - En raisonnant à partir de la loi de Lenz (chapitre suivant), indiquer qualitativement comment est modifiée la réponse à la question précédente lorsque l'on tient compte de l'induction.

**Annales de concours****Exercice 6 : Mesure du champ magnétique terrestre**

[CCP TSI 2015, ◆◆◆]

Dans un laboratoire situé à Paris, on souhaite déterminer la norme  $\|\vec{B}_h\|$  de la composante horizontale locale  $\vec{B}_h$  dont le sens et la direction sont donnés sur la figure 1.

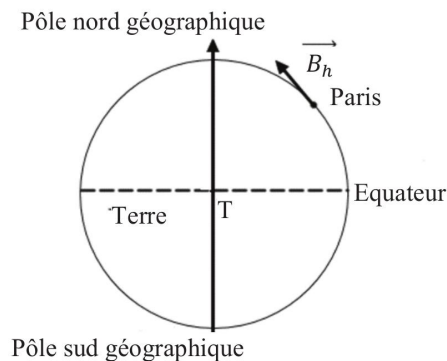


Figure 1 – Sens de la composante horizontale locale du champ magnétique terrestre à Paris.

*Matériel disponible :*

- ▷ une aiguille aimantée libre de pivoter sans frottement sur son axe, fixé à un socle transparent et un fil de cuivre relié à deux bornes de sécurité fixées au même socle transparent, de courant admissible 5 A, représenté figure 2 ;
- ▷ un rapporteur ;
- ▷ des fils électriques ;
- ▷ un interrupteur ;
- ▷ une alimentation électrique stabilisée 0 V-30 V/5 A ;
- ▷ un ampèremètre ;
- ▷ un teslamètre à sonde de Hall biaxiale de gamme 0,1 mT à 100 mT.

*Donnée :* le champ magnétique créé par un fil infini parcouru par un courant  $I$  s'exprime, dans un système de coordonnées cylindriques d'axe  $z$  orienté par le sens réel du courant, par

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \vec{u}_\theta$$

où  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H} \cdot \text{m}^{-1}$ . On admet que le champ créé par le fil du dispositif d'Ørsted est convenablement décrit par cette expression.

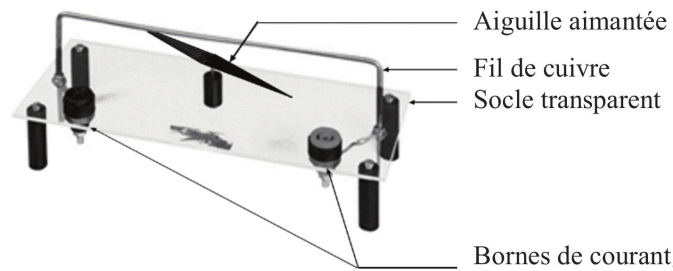


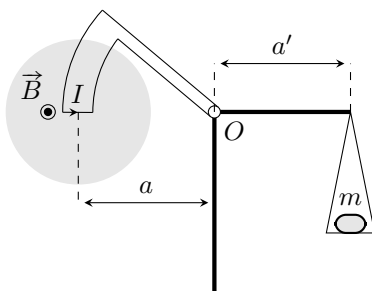
Figure 2 – Dispositif d'Ørsted.

On souhaite établir un protocole permettant de mesurer la composante horizontale locale du champ magnétique terrestre à Paris en exploitant le principe de superposition des champs magnétostatiques.

- 1 - Pour quelle raison ne peut-on pas se servir directement du teslamètre pour effectuer la mesure ?
- 2 - On suppose que le fil est parcouru par un courant d'intensité  $I = 1 \text{ A}$ . Calculer la valeur du champ magnétique à  $r = 2 \text{ cm}$  du fil.
- 3 - Décrire et schématiser l'expérience à réaliser en vous servant du matériel mis à votre disposition, exception faite du teslamètre.
- 4 - Préciser les mesures à réaliser.
- 5 - Donner un ordre de grandeur des grandeurs physiques à employer pour réaliser l'expérience.

### Exercice 7 : Balance de Cotton

[Mines PSI 2016, ♦♦♦]



La balance de Cotton est un dispositif ancien, développé au tout début du XX<sup>e</sup> siècle par Aimé Cotton pour mesurer avec précision des champs magnétiques. Elle est constituée de deux bras rigidement liés l'un à l'autre en  $O$ . La partie de gauche comprend sur sa périphérie un conducteur métallique qui est parcouru par un courant et dont une partie est placée dans le champ magnétique uniforme et permanent à mesurer, représenté par la zone grisée. Dans cette partie, les conducteurs aller et retour sont des arcs de cercle de centre  $O$ , reliés par une portion horizontale de longueur  $L$ . La partie droite comporte un plateau sur lequel est déposée une masse  $m$  afin d'équilibrer la balance.

La balance peut tourner sans frottement dans le plan de la figure autour du point  $O$ . À vide, c'est-à-dire sans champ magnétique ni masse  $m$ , la position du plateau est ajustée afin que la balance soit à l'équilibre avec le bras de droite parfaitement horizontal.

- 1 - Montrer que le moment en  $O$  des forces de Laplace s'exerçant sur les parties en arc de cercle est nul.
- 2 - À l'équilibre, en présence de courant et de champ magnétique, établir l'expression du moment en  $O$  des forces de Laplace.
- 3 - En déduire la relation entre la masse  $m$  à poser sur le plateau pour retrouver la configuration d'équilibre et le champ magnétique  $B$ , à exprimer en fonction de  $a$ ,  $a'$ ,  $l$ ,  $I$  et de l'intensité de la pesanteur  $g$ .
- 4 - La sensibilité de la balance étant de  $\delta m = 0,05 \text{ g}$ , en déduire la plus petite valeur de  $B$  mesurable pour  $a = a' = 25 \text{ cm}$ ,  $L = 5 \text{ cm}$  et  $I = 5 \text{ A}$ . En comparant cette valeur avec une ou des références connues, conclure quant à l'utilisabilité de la balance.



# Phénoménologie des champs magnétiques

## Exercices

### Exercice 1 : Cartes de champ magnétique

- ▷ Les lignes de champ s'enroulent autour des sources, qui sont donc situées au niveau des points noirs de chaque figure. Il y en a six sur la figure de gauche et quatre sur la figure de droite.
- ▷ Connaissant l'enroulement des lignes de champ, le sens du courant dans les fils se déduit de la règle de la main droite (l'enroulement des doigts donne le sens des lignes de champ, le pouce donne le sens du courant). Dans tous les cas, le courant est perpendiculaire au plan de la feuille. Raisonons dans le cas où la feuille est posée sur votre table. Sur la carte de gauche, le courant va du sol vers le plafond  $\odot$  pour les trois sources du bas et du plafond vers le sol  $\otimes$  pour les trois sources du haut. C'est le contraire sur la carte de droite : le courant va du sol vers le plafond  $\odot$  pour les deux sources du haut et du plafond vers le sol  $\otimes$  pour les deux sources du bas.
- ▷ Les zones de champ fort sont celles où les lignes de champ sont très rapprochées, les zones de champ faible celles où il y a peu de lignes de champ.
- ▷ Une zone de champ uniforme se traduit par des lignes de champ parallèles et régulièrement espacées : il n'y en a sur aucune des deux cartes.

### Exercice 2 : Champ sur l'axe d'une spire

1 À « l'intérieur » de la spire et a fortiori sur l'axe le sens du champ magnétique se déduit de la règle de la main droite : la courbure des doigts indique le sens du courant et le pouce la direction du champ magnétique. Ici on en déduit que **le champ est porté par  $-\vec{e}_z$** , donc

$$\vec{B}(M) = -\frac{\mu_0 I}{2R} \sin^3 \alpha \vec{e}_z.$$

2 Compte tenu du sens du courant, le vecteur normal à la spire est  $-\vec{e}_z$ . Ainsi,

$$\vec{m} = -I S \vec{e}_z \quad \text{soit} \quad \boxed{\vec{m} = -\pi I R^2 \vec{e}_z}.$$

3 Exprimons  $\vec{B}$  en fonction de  $R$  et  $z$ . Géométriquement,

$$\sin \alpha = \frac{R}{\sqrt{R^2 + z^2}} \quad \text{d'où} \quad \sin^3 \alpha = \left( \frac{R/z}{\sqrt{1 + R^2/z^2}} \right)^3 \simeq \frac{R^3}{z^3}$$

car  $R^2/z^2 \ll 1$ . Ainsi,

$$\vec{B}(M) = -\frac{\mu_0 I R^2}{2R z^3} \vec{e}_z \quad \text{donc} \quad \boxed{\vec{B}(M) = \frac{\mu_0}{2\pi z^3} \vec{m}}.$$

### Exercice 3 : Aimantation

1 Le moment magnétique d'une spire plane d'aire  $S$  et parcourue par un courant  $I$  a pour norme  $\|\vec{m}\| = IS$ . On en déduit qu'un moment magnétique s'exprime en  $A \cdot m^2$ . Il est donc logique que l'aimantation, égale à un moment magnétique divisé par un volume, s'exprime en  $A \cdot m^{-1}$ .

2 Un aimant est d'autant meilleur que son moment magnétique est élevé et son volume faible : un bon aimant doit donc être fait d'un matériau qui possède **une forte aimantation**.

3 Pour une aimantation  $M = 3 \cdot 10^6 A \cdot m^{-1}$ , le moment magnétique de l'aimant en question vaut

$$\boxed{m = M \times \pi R^2 e = 0,2 A \cdot m^2}.$$

4 Le moment magnétique d'un ensemble de  $N$  spires juxtaposées montées en série vaut  $m = N I \pi R^2$ , ce qui donne donc

$$N = \frac{M \pi R^2 e}{I \pi R^2} \quad \text{soit} \quad \boxed{N = \frac{Me}{I} = 3 \cdot 10^4 .}$$

Il faut donc un enroulement de 30 000 spires pour obtenir le même moment magnétique !

On peut en retenir qualitativement que le magnétisme de la matière est bien plus fort que le magnétisme des courants.

#### Exercice 4 : Équilibre d'un aimant

Considérons un axe  $\Delta$  sortant de la feuille  $\odot$ .

▷ Le poids a pour moment par rapport à cet axe  $\mathcal{M}_\Delta(\vec{P}) = -d \times mg$  (bras de levier  $OG = d$  mais rotation en sens négatif).

▷ Le couple magnétique s'exprime lui par  $\Gamma_\Delta = (\vec{\mu} \wedge \vec{B}) \cdot \vec{u}_\Delta = +\mu B$  à l'équilibre où  $\vec{\mu}$  et  $\vec{B}$  sont orthogonaux. À l'équilibre,

$$\Gamma_\Delta + \mathcal{M}_\Delta(\vec{P}) = 0 \quad \text{d'où} \quad \boxed{d = \frac{\mu B}{mg} .}$$

#### Exercice 5 : Rails de Laplace inclinés

1 Le dispositif est représenté vu de côté et vu de dessus figure 3. Outre son poids et la force de Laplace, le barreau est également soumis à la réaction des rails support, perpendiculaire à ces rails car les frottements sont négligés.

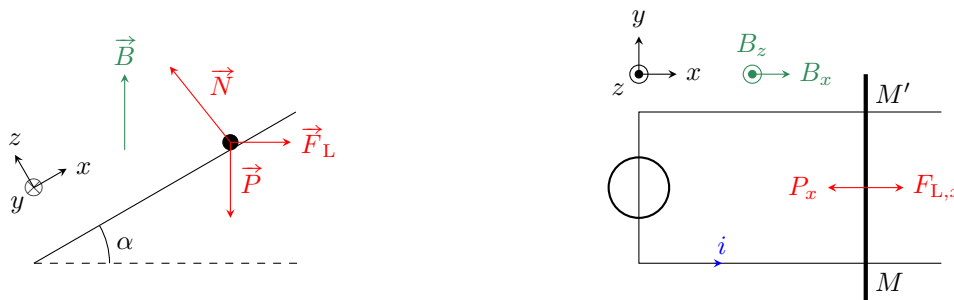


Figure 3 – Rails de Laplace inclinés. Le dispositif est représenté dans la situation d'équilibre, vu de côté, à gauche, et vue de dessus, à droite. Le générateur n'est pas indiqué sur la figure de gauche.

Pour que la force de Laplace puisse retenir le barreau mobile, il faut avoir vectoriellement  $\vec{F}_L + \vec{P} + \vec{N} = \vec{0}$ , c'est-à-dire en projection que la composante  $F_{L,x}$  compense celle du poids  $P_x$ . Raisonons avec le sens  $i > 0$  représenté sur le schéma pour la déterminer. Avec ce sens  $i > 0$ , la force de Laplace exercée sur le barreau  $MM'$  s'écrit

$$\vec{F}_L = i \overrightarrow{MM'} \wedge \vec{B}$$

À partir de la règle de la main droite, on en déduit que le courant doit être dirigé de  $M$  vers  $M'$  pour que le barreau puisse être retenu.

2 Le poids du barreau mobile a pour norme  $mg$  et la force de Laplace  $i\ell B$ , ce qui permet de déterminer à partir des projections que la condition d'équilibre s'écrit

$$i\ell B \cos \alpha = mg \sin \alpha \quad \text{d'où} \quad \boxed{i = \frac{mg \tan \alpha}{\ell B} = 2,5 \text{ A} .}$$

3 Si les frottements et l'induction sont négligés, alors le bilan des forces est exactement le même que précédemment : leur résultante est nulle. On en déduit que le mouvement du barreau est rectiligne uniforme vers le haut à vitesse  $v_0$ .

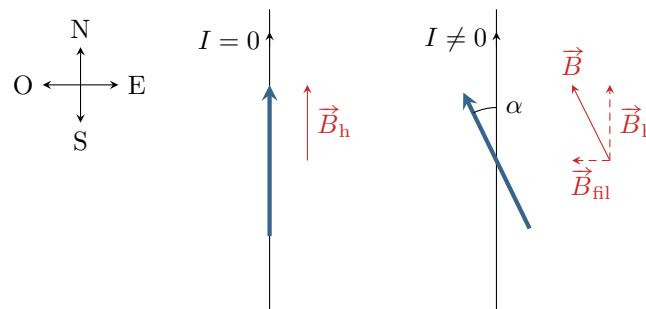
4 D'après la loi de Lenz, les phénomènes d'induction ont des conséquences qui atténuent les causes qui les ont provoqués. Ici, la cause du phénomène d'induction est la mise en mouvement du barreau mobile. On en déduit directement que le champ induit va être à l'origine d'une force de Laplace induite qui va s'opposer au mouvement du barreau et le freiner jusqu'à ce qu'il s'arrête.

## Annales de concours

### Exercice 6 : Mesure du champ magnétique terrestre

[CCP TSI 2015]

- 1 Le champ magnétique terrestre est de l'ordre de  $5 \cdot 10^{-5}$  T, or le teslamètre ne permet pas de mesurer des champs inférieurs à  $1 \cdot 10^{-4}$  T.
- 2 À partir de l'expression donnée, on trouve  $B = 1 \cdot 10^{-5}$  T.
- 3 Placer le dispositif d'Ørsted selon une direction Nord-Sud, de telle sorte que l'aiguille soit parallèle au fil lorsqu'il n'est parcouru par aucun courant. Relier le fil d'Ørsted à l'interrupteur et à l'alimentation stabilisée de telle sorte qu'il puisse être alimenté par un courant constant. Placer le rapporteur de sorte à pouvoir mesurer la déviation de l'aiguille lorsque l'interrupteur est fermé, et inclure l'ampèremètre dans le circuit pour pouvoir mesurer l'intensité du courant.



**Figure 4 – Schéma de principe de l'expérience.** Le sens de  $\vec{B}_{\text{fil}}$  est obtenu à partir de la règle de la main droite, en raisonnant en vue de dessus avec l'aiguille aimantée placée en dessous du fil.

- 4 L'aiguille s'aligne sur le champ total, lui-même superposition du champ créé par le fil et du champ terrestre. Le dispositif est monté de telle sorte que les deux champs soient orthogonaux, si bien qu'on peut relier directement

$$\tan \alpha = \frac{B_{\text{fil}}}{B_{\text{h}}}.$$

En mesurant  $\alpha$  pour différentes valeurs de  $I$  à partir desquelles on déduit  $B_{\text{fil}}$ , on peut alors obtenir  $B_{\text{h}}$  par une régression linéaire. Il faut par exemple représenter  $B_{\text{fil}}$  en fonction de  $\tan \alpha$ .

- 5 Compte tenu de l'expression donnée et pour une aiguille située 2 cm sous le fil, il faut avoir  $I = 5$  A pour que  $B_{\text{fil}} = B_{\text{h}}$ .

### Exercice 7 : Balance de Cotton

[Mines PSI 2016]

Introduisons des coordonnées cylindriques de centre  $O$  et d'axe  $Oz$  tel que  $\vec{B} = B\vec{e}_z$ .

- 1 Les parties circulaires ont pour centre  $O$ , si bien que l'élément de courant  $I d\vec{\ell}$  est porté par  $\pm \vec{e}_\theta$  ( $\oplus$  pour le conducteur aller et  $\ominus$  pour le retour) et la force de Laplace élémentaire  $I d\vec{\ell} \wedge \vec{B}$  par  $\pm \vec{e}_r$ . Toutes ces forces sont donc des forces centrales de centre  $O$ , dont le moment en  $O$  est donc nul.

- 2 Sur la partie rectiligne de longueur  $L$ , la force de Laplace vaut

$$\vec{F}_L = -IL\vec{e}_r \wedge B\vec{e}_z = ILB\vec{e}_\theta$$

Cette force s'applique au milieu du segment rectiligne, son bras de levier vaut donc  $a$ , d'où

$$\vec{M}_O(\vec{F}_L) = a\vec{e}_r \wedge ILB\vec{e}_\theta \quad \text{soit} \quad \boxed{\vec{M}_O(\vec{F}_L) = aILB\vec{e}_z.}$$

- 3 Le bras gauche de la balance est soumis à la force de Laplace et à son propre poids. Le bras droit de la balance est soumis à son propre poids et à celui de la masse  $m$  additionnelle qui a été déposée sur le plateau. L'énoncé indique qu'à vide la balance est équilibrée, ce qui veut dire que les moments en  $O$  du poids de chaque bras se compensent.

Comme la balance est de nouveau à l'équilibre, le moment du poids de la masse  $m$  doit exactement compenser celui des forces de Laplace, c'est-à-dire

$$-a'mg\vec{e}_z + aILB\vec{e}_z = \vec{0} \quad \text{d'où} \quad \boxed{B = \frac{a'mg}{aIL} .}$$

4 La plus petite valeur de champ magnétique mesurable est celle pour laquelle  $m = \delta m$ , c'est-à-dire

$$\boxed{B_{\min} = \frac{a' \delta m g}{a I L} = 2 \text{ mT} .}$$

À titre de comparaison, le champ magnétique terrestre a pour norme  $5 \cdot 10^{-5} \text{ T}$  et n'est pas mesurable avec la balance, mais le champ créé par un aimant permanent « basique » est de l'ordre de  $100 \text{ mT}$ . **La balance de Cotton est donc tout à fait utilisable.**