BLAISE PASCAL
PT 2020-2021

Fiche de révisions R1

Lois de la mécanique

Difficulté d'analyse et compréhension, initiative requise ;
Difficulté technique et calculatoire ;
Exercice important.

Flasher ce code pour accéder aux corrigés

Revoir le cours

Scanner ou cliquer sur les QR-code pour accéder aux ressources.

- **L'essentiel du cours sous forme de cartes mémo :** cartes réalisées par Christophe Cayssiols.

  Cartes utilisables pour ce bloc de révisions : toutes celles de mécanique de première année, hormis les particules chargées et les forces centrales que nous réviserons ultérieurement.

- **Qmax : QCM d'applications directes du cours**

  Choisir d'abord le mode « j'apprends » puis éventuellement le mode « je révise ». Ces QCM correspondent au programme de PCSI, certaines notions peuvent donc vous être inconnues : me demander en cas de doute.

  Thèmes abordés dans ce bloc de révisions : tout le thème « mécanique », hormis les particules chargées et les forces centrales que nous réviserons ultérieurement.

Rappels de cours

Principe fondamental de la dynamique

- **Autre nom :** seconde loi de Newton.
- **Hypothèses :** point matériel M + référentiel galiléen $\mathcal{R}$.
- **Mathématiquement :**

$$\boxed{\left.\frac{\mathrm{d}\vec{p}_{M/\mathcal{R}}}{\mathrm{d}t}\right|_{\mathcal{R}} = \sum_{n=1}^{N} \vec{F}_n} \qquad \text{avec} \qquad \begin{cases} \vec{p}_{M/\mathcal{R}} = m\vec{v}_{M/\mathcal{R}} \\ \vec{F}_n \text{ force exercée sur le point matériel } M. \end{cases}$$

- **Les infos dont on a besoin, celles que l'on récupère :**
  - ▷ si toutes les forces sont connues, on obtient l'équation différentielle vectorielle vérifiée par $\vec{v}$;
  - ▷ si la vitesse $\vec{v}_M(t)$ est connue à tout instant, on peut en déduire l'expression des forces inconnues, en particulier les forces de liaison (tension d'un fil, réaction du support).

- **Remarques :**
  - ▷ il n'y a pas d'intérieur pour un point matériel, donc parler de force extérieure n'a pas de sens ;
  - ▷ toutes les autres lois données ici sont des conséquences du PFD ; les seuls postulats de la mécanique newtonienne sont les trois lois de Newton : le principe d'inertie (qui postule l'existence des référentiels galiléens), le principe fondamental de la dynamique et le principe des actions réciproques.

BY-NC-SA

Théorème de la résultante cinétique

- **Autres noms :** loi de la quantité de mouvement, théorème du centre d'inertie.
- **Hypothèses :** solide indéformable $\mathcal{S}$ + référentiel galiléen $\mathcal{R}$.
- **Mathématiquement :**

$$\boxed{\left.\frac{\mathrm{d}\vec{p}_{\mathcal{S}/\mathcal{R}}}{\mathrm{d}t}\right|_{\mathcal{R}} = \sum_{n=1}^{N} \vec{F}_n} \qquad \text{avec} \qquad \begin{cases} \vec{p}_{\mathcal{S}/\mathcal{R}} = m\vec{v}_{G/\mathcal{R}} \\ \vec{F}_n \text{ force } \textbf{extérieure} \text{ exercée sur le solide } \mathcal{S}. \end{cases}$$

- **Les infos dont on a besoin, celles que l'on récupère :**
  - ▷ si toutes les forces sont connues, on obtient l'équation différentielle vectorielle vérifiée par la vitesse $\vec{v}_G$ du centre de masse G du solide indéformable $\mathcal{S}$; en revanche, le TRC n'apporte aucune information sur le mouvement des autres points du solide ;
  - ▷ si la vitesse $\vec{v}_G(t)$ est connue à tout instant, on peut en déduire l'expression des forces inconnues, en particulier les forces de liaison (tension d'un fil, réaction du support) et les forces exercées par des dispositifs d'asservissement (p.ex. si on impose au système une vitesse constante).
- **Remarque :** on vous pardonnera l'abus de langage consistant à appeler « PFD » le TRC.

Théorème du moment cinétique vectoriel

- **Hypothèses :** point matériel M + référentiel galiléen $\mathcal{R}$.
- **Mathématiquement :**

$$\boxed{\left.\frac{\mathrm{d}\vec{L}_{A,M/\mathcal{R}}}{\mathrm{d}t}\right|_{\mathcal{R}} = \sum_{n=1}^{N} \vec{\mathcal{M}}_A(\vec{F}_n)} \qquad \text{avec} \qquad \begin{cases} A \text{ un point } \textbf{fixe} \text{ dans } \mathcal{R} \\ \vec{L}_{A,M/\mathcal{R}} = \overrightarrow{AM} \wedge \vec{p}_{M/\mathcal{R}} \\ \vec{\mathcal{M}}_A(\vec{F}_n) = \overrightarrow{AM} \wedge \vec{F}_n \end{cases}$$

- **Les infos dont on a besoin, celles que l'on récupère :**
  - ▷ si toutes les forces sont connues, on obtient l'équation différentielle vectorielle vérifiée par $\vec{v}$ ... le TMC apporte donc exactement la même information que le PFD, qui est souvent plus simple à utiliser : il sert très peu en tant que tel ;
  - ▷ l'utilisation la plus classique est le cas de conservation : si la somme des moments des forces est nulle, alors $\vec{L}_{A,M/\mathcal{R}}$ est constant, et donc le mouvement est plan car $\overrightarrow{AM}$ est orthogonal à $\vec{L}_{A,M/\mathcal{R}}$.
- **Remarques :**
  - ▷ Dans une écriture abrégée, on peut très vite ne plus préciser M et $\mathcal{R}$, en revanche il faut toujours garder dans les écritures le point par rapport auquel les moments sont calculés. L'écriture la plus compacte possible est donc $\vec{L}_A$.
  - ▷ Il existe une version du TMC vectoriel pour un solide, utilisant la matrice d'inertie : elle est au programme de SI mais pas de physique.

Théorème du moment cinétique scalaire

- **Hypothèses :** solide indéformable $\mathcal{S}$ ou éventuellement point matériel M + référentiel galiléen $\mathcal{R}$.
- **Mathématiquement :**

$$\boxed{\left.\frac{\mathrm{d}L_{z,\mathcal{S}/\mathcal{R}}}{\mathrm{d}t}\right|_{\mathcal{R}} = \sum_{n=1}^{N} \mathcal{M}_z(\vec{F}_n)}$$

avec, dans le cas d'un solide en rotation autour de l'axe (Oz),

- ▷ $L_{z,M/\mathcal{R}} = J\omega = J\dot\theta$, où J est le moment d'inertie du solide indéformable $\mathcal{S}$ par rapport à l'axe de rotation et $\omega = \dot\theta$ la vitesse angulaire de rotation autour de cet axe ;
- ▷ $\mathcal{M}_z(\vec{F}) = (\overrightarrow{AM_F} \wedge \vec{F}) \cdot \vec{e}_z$, où A est un point appartenant à l'axe de rotation et M_F le point d'application de la force $\vec{F}$;
- ▷ $\mathcal{M}_z(\vec{F}) = \pm||\vec{F}||b$, où b est le bras de levier, c'est-à-dire la distance du point d'application M_F à l'axe de rotation, et le signe $\pm$ se détermine qualitativement ($\oplus$ si la force $\vec{F}$ tend à faire tourner le solide en sens trigonométrique autour de l'axe de rotation, $\ominus$ si c'est en sens horaire).

BY-NC-SA

- **Les infos dont on a besoin, celles que l'on récupère :**
  - ▹ si tous les moments sont connus, on obtient l'équation différentielle scalaire vérifiée par la vitesse de rotation $\dot\theta$;
  - ▹ si la vitesse angulaire $\omega(t)$ est connue à tout instant, on peut en déduire l'expression des moments inconnus, en particulier les moments de liaison et ceux exercés par des dispositifs d'asservissement (p.ex. si on impose au système de tourner à vitesse angulaire constante).

- **Remarques :**
  - ▹ calculer un moment par le bras de levier n'est efficace que lorsque le bras de levier est évident, autrement il est plus prudent de passer par les vecteurs et les projections ;
  - ▹ le TMC scalaire est lui aussi rarement utile pour un point matériel ... bien que valable !
  - ▹ le moment vectoriel d'une force est un vecteur, le moment scalaire est ... un scalaire ! Attention aux flèches dans vos copies.

Théorème de l'énergie cinétique : version instantanée

- **Autre nom :** théorème de la puissance cinétique.
- **Hypothèses :** point matériel M ou solide indéformable $\mathcal{S}$ + référentiel galiléen $\mathcal{R}$.
- **Mathématiquement :**

$$\boxed{\left.\frac{\mathrm{d}E_{\mathrm{c},\mathcal{S}/\mathcal{R}}}{\mathrm{d}t}\right|_{\mathcal{R}} = \sum_{n=1}^{N} \mathcal{P}_n}$$

Les expressions de l'énergie cinétique et des puissances diffèrent selon le mouvement du solide :

▹ pour une translation le long d'un axe (Oz),

$$E_\mathrm{c} = \frac{1}{2} m {v_z}^2 \qquad \text{et} \qquad \mathcal{P}_n = \overrightarrow{F}_n \cdot \overrightarrow{v}_{\mathcal{S}/\mathcal{R}}$$

▹ pour une rotation autour d'un axe (Oz),

$$E_\mathrm{c} = \frac{1}{2} J \dot\theta^2 \qquad \text{et} \qquad \mathcal{P}_n = \mathcal{M}_z(\overrightarrow{F}_n)\,\dot\theta$$

- **Les infos dont on a besoin, celles que l'on récupère :**
  - ▹ si toutes les puissances sont connues, on obtient l'équation différentielle scalaire vérifiée par $v = ||\overrightarrow{v}||$ (resp. $\dot\theta$), mais dans le cas général d'un point matériel elle contient moins d'information que celle issue du PFD (équation vectorielle équivalente à trois équations scalaires) ;
  - ▹ une utilisation très classique est le cas de conservation : si la somme des puissances est nulle, alors E_c et donc v (resp. $\dot\theta$) est constante, ce qui signifie que le mouvement est uniforme.

- **Remarques :** le TEC instantané est exactement équivalent au TRC (projeté) pour une translation ou au TMC scalaire pour une rotation, à vous de choisir votre méthode préférée si vous devez établir l'équation différentielle du mouvement.

Théorème de l'énergie cinétique : version intégrale

- **Hypothèses :** point matériel M ou solide indéformable $\mathcal{S}$ + référentiel galiléen $\mathcal{R}$.
- **Mathématiquement :** pour une trajectoire $\widehat{AB}$,

$$\boxed{\Delta E_\mathrm{c} = E_\mathrm{c}(B) - E_\mathrm{c}(A) = \sum_{n=1}^{N} W_n} \qquad \text{avec} \qquad W_n = \int_{\widehat{AB}} \overrightarrow{F}_n \cdot \overrightarrow{\mathrm{d}\ell}$$

- **Les infos dont on a besoin, celles que l'on récupère :**
  - ▹ si toutes les forces sont connues, on en déduit la valeur de la vitesse $v = ||\overrightarrow{v}||$ au point d'arrivée connaissant la vitesse intiale ;
  - ▹ si les vitesses de départ et d'arrivée sont connues, on peut en déduire l'énergie fournie ou prélevée au système par une force inconnue (p.ex. frottements, moteur, freinage, etc.) sans avoir besoin de calculer cette force ;
  - ▹ plus généralement, dès qu'on cherche des informations sur la vitesse en fonction de la position plutôt que du temps, les versions intégrales des théorèmes énergétiques sont bien plus adaptées que tous les théorèmes faisant intervenir des dérivées.

- **Remarques :** le TEC intégral sert assez rarement en pratique, car dans les situations où il serait utile il est presque toujours plus intéressant d'utiliser la conservation de l'énergie mécanique.

BY-NC-SA

Étienne Thibierge, 24 août 2020, www.etienne-thibierge.fr

Théorème de l'énergie mécanique : version instantanée

- **Autre nom :** théorème de la puissance mécanique.
- **Hypothèses :** point matériel M ou solide indéformable $\mathcal{S}$ + référentiel galiléen $\mathcal{R}$.
- **Mathématiquement :**

$$\boxed{\left.\frac{\mathrm{d}E_\mathrm{m}}{\mathrm{d}t}\right|_\mathcal{R} = \sum_{n=1}^{N} \mathcal{P}_{n,\mathrm{NC}}\,,}$$

où la somme est cette fois restreinte aux puissances des seules actions mécaniques non conservatives.

L'utilisation la plus courante est le cas de conservation : si le système n'est soumis qu'à des actions mécaniques conservatives ou qui ne travaillent pas (p.ex. réaction normale), alors

$$\frac{\mathrm{d}E_\mathrm{m}}{\mathrm{d}t} = 0\,.$$

- **Les infos dont on a besoin, celles que l'on récupère :**
  - ▷ dans le cas de mouvements conservatifs à un degré de liberté étudiés en coordonnées polaires (mouvement circulaire), exprimer l'énergie mécanique en fonction des variables $(\theta, \dot\theta)$ puis la dériver permet d'obtenir l'équation différentielle du mouvement de manière beaucoup plus efficace que le PFD ;
  - ▷ cette méthode peut aussi être utile dans le cas de forces « originales » (p.ex. aimant, van der Waals, etc.) dont seule l'énergie potentielle serait donnée par un énoncé.

Théorème de l'énergie mécanique : version intégrale

- **Hypothèses :** point matériel M ou solide indéformable $\mathcal{S}$ + référentiel galiléen $\mathcal{R}$.
- **Mathématiquement :** pour une trajectoire $\widehat{AB}$,

$$\Delta E_\mathrm{m} = E_\mathrm{m}(B) - E_\mathrm{m}(A) \sum_{n=1}^{N} W_{n,\mathrm{NC}}$$

où la somme est restreinte aux travaux des seules actions mécaniques non conservatives.

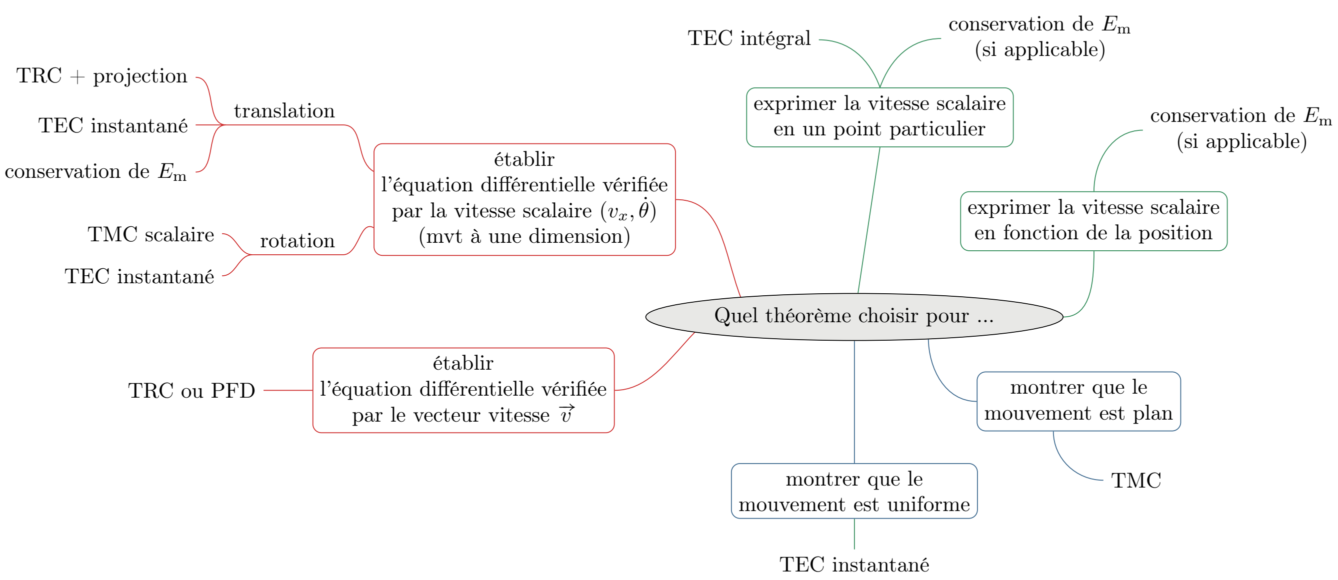
La version intégrale du TEM ne sert pratiquement que dans le cas de conservation : si le système n'est soumis qu'à des actions mécaniques conservatives ou qui ne travaillent pas, alors

$$E_\mathrm{m} = \mathrm{cte} \qquad \Longleftrightarrow \qquad \forall M, \quad E_\mathrm{m}(M) = E_\mathrm{m}(t{=}0)$$

- **Les infos dont on a besoin, celles que l'on récupère :**
  - ▷ les énergies potentielles étant connues en fonction de la position, on en déduit la valeur de la vitesse $v = ||\vec{v}||$ en n'importe quel point de la trajectoire à partir des conditions initiales ;
  - ▷ plus généralement, dès qu'on cherche des informations sur la vitesse en fonction de la position plutôt que du temps, les versions intégrales des théorèmes énergétiques sont bien plus adaptées que tous les théorèmes faisant intervenir des dérivées.

BY-NC-SA

Schéma bilan : quel théorème choisir ?



Analogies formelles entre translation et rotation

Translation rectiligne	Rotation autour d'un axe fixe
z direction du mouvement	z axe de rotation
Position z Vitesse $\dot z$	Angle θ Vitesse angulaire $\dot\theta$
Masse m Quantité de mouvement $p_z = m\dot z$ Composantes des forces $F_{i,z}$	Moment d'inertie J Moment cinétique $L_z = J\dot\theta$ Moments et couples $\mathcal{M}_{z,i}$
Théorème de la résultante cinétique (projeté) : $\dfrac{\mathrm{d}p_z}{\mathrm{d}t} = m\ddot z = \sum F_{i,z}$	Théorème du moment cinétique (scalaire) : $\dfrac{\mathrm{d}L_z}{\mathrm{d}t} = J\ddot\theta = \sum \mathcal{M}_{z,i}$
Puissance d'une force $\mathcal{P} = F_z \dot z$ Travail $W = \displaystyle\int_{z_A}^{z_B} F_z \mathrm{d}z$ Énergie cinétique $E_c = \dfrac{1}{2} m \dot z^2$	Puissance d'un moment $\mathcal{P} = \mathcal{M}_z \dot\theta$ Travail $W = \displaystyle\int_{\theta_A}^{\theta_B} \mathcal{M}_z \mathrm{d}\theta$ Énergie cinétique $E_c = \dfrac{1}{2} J \dot\theta^2$
Théorème de l'énergie cinétique instantané : $\dfrac{\mathrm{d}E_c}{\mathrm{d}t} = \displaystyle\sum_i \mathcal{P}(F_i)$ $\rightsquigarrow$ même équation que le PFD	Théorème de l'énergie cinétique instantané : $\dfrac{\mathrm{d}E_c}{\mathrm{d}t} = \displaystyle\sum_i \mathcal{P}(\mathcal{M}_i)$ $\rightsquigarrow$ même équation que le TMC
Théorème de l'énergie cinétique intégral : $\dfrac{1}{2} m v_B^2 - \dfrac{1}{2} m v_A^2 = \sum_i W(F_i)$	Théorème de l'énergie cinétique intégral : $\dfrac{1}{2} J \dot\theta_B^2 - \dfrac{1}{2} J \dot\theta_A^2 = \sum_i W(\mathcal{M}_i)$

BY-NC-SA Étienne Thibierge, 24 août 2020, www.etienne-thibierge.fr

Questions de cours

R1.1 - Énoncer les lois de Newton : principe d'inertie, principe fondamental de la dynamique, principe des actions réciproques.

> ***Attention !*** *Ne pas se méprendre sur le principe d'inertie : il s'agit d'un postulat d'existence des référentiels galiléens (et d'une définition de cette famille de référentiels) ... mais son but n'est pas de dire ce qui arrive à un point matériel isolé.*

R1.2 - Établir l'expression de la vitesse et de l'accélération en coordonnées polaires, d'abord dans le cas particulier d'un mouvement circulaire, puis dans le cas général.

> *Ne pas oublier que $r = cte \Longrightarrow \dot{r} = 0$ et $\ddot{r} = 0$ pour un mouvement circulaire.*

R1.3 - Rappeler **puis ensuite** démontrer l'expression de l'accélération dans le cas particulier d'un mouvement circulaire uniforme et la commenter.

> *On montre que $\vec{a} = -\dfrac{v^2}{R}\vec{e}_r$ ... et il faut le retenir !*
> ▷ *Bien que le mouvement soit uniforme, l'accélération n'est pas nulle !!! En effet, le vecteur vitesse n'est pas constant, seule sa norme l'est.*
> ▷ *Elle est centripète, c'est-à-dire dirigée vers le centre de la trajectoire, ce qui est logique car l'accélération est* toujours *dirigée vers l'intérieur de la courbure de la trajectoire).*

R1.4 - Établir l'équation de la trajectoire d'un point matériel en chute libre par application du PFD.

R1.5 - Établir l'équation du mouvement d'un pendule simple par application du PFD en coordonnées polaires (**la méthode est imposée**).

R1.6 - Établir l'équation du mouvement d'un oscillateur harmonique masse-ressort en exploitant la conservation de l'énergie mécanique (**la méthode énergétique est imposée**). La résoudre pour des conditions initiales $x(0) = X_0$ et $v(0) = V_0$.

> ***Méthode :*** *Le système est la masse, on choisit le repère tel que la longueur du ressort soit x. Son énergie mécanique s'écrit*
> $$E_m = \frac{1}{2}m\dot{x}^2 + \frac{1}{2}k(x-\ell_0)^2\,.$$
> *La masse n'est soumise qu'à des forces conservatives ou des forces qui ne travaillent pas, son énergie mécanique est donc constante. On en déduit*
> $$\frac{\mathrm{d}E_m}{\mathrm{d}t} = m\dot{x}\ddot{x} + k(x-\ell_0)\dot{x} = 0\,,$$
> *ce qui permet de retrouver l'équation du mouvement en simplifiant par $\dot{x}$.*
>
> *Pour trouver les constantes d'intégration, il est plus simple de raisonner sur la solution en cos + sin. Après calculs, on trouve*
> $$x(t) = \ell_0 + (X_0-\ell_0)\cos(\omega_0 t) + \frac{V_0}{\omega}\sin(\omega_0 t)\,.$$

R1.7 - Rappeler l'expression de l'énergie potentielle de pesanteur et de l'énergie potentielle gravitationnelle, **puis ensuite** les démontrer. Le repérage doit être précisé par un schéma.

R1.8 - On lance à la verticale un projectile de masse m avec une vitesse v_0. Quelle hauteur maximale va-t-il atteindre avant de retomber ?

> ***Méthode :*** *comme on cherche la hauteur « maximale », on néglige les frottements si bien que l'énergie mécanique du projectile se conserve. Ainsi,*
> $$E_m \underbrace{=}_{CI} \frac{1}{2}m{v_0}^2 + 0 \underbrace{=}_{max} 0 + mgh \qquad \text{d'où} \qquad h = \frac{{v_0}^2}{2g}\,.$$

R1.9 - Établir l'équation du mouvement du pendule pesant par application du théorème du moment cinétique et/ou par conservation de l'énergie mécanique.

> *Ne pas confondre pendule pesant (solide de moment d'inertie J dont le centre de masse se trouve à une distance d de l'axe de rotation) et pendule simple (point matériel attaché à un fil idéal de longueur ℓ).*

S'entraîner

Exercice 1 : Vibration d'une molécule de monoxyde de carbone 1 | 2 |

▷ *Force exercée par un ressort ;*
▷ *Oscillateur harmonique.*

Une molécule de monoxyde de carbone CO est modélisée par deux atomes de masses m_1 et m_2, reliés par un pseudo-ressort de raideur k et longueur à vide L_0, libres de se déplacer à une dimension le long d'un axe (Ox). La position de l'atome de carbone (resp. oxygène) est repérée par l'abscisse x_1 (resp. x_2), avec $x_2 > x_1 > 0$.

On suppose les deux atomes initialement immobiles et on note leurs positions X_1 et X_2. Tout au long de l'exercice, le poids des deux atomes sera négligé.

1 - Effectuer un bilan des forces sur l'atome de carbone et établir l'équation différentielle de son mouvement.

2 - Faire de même pour l'atome d'oxygène.

Ces deux équations sont couplées : le mouvement d'un atome dépend du mouvement de l'autre. On introduit deux nouvelles variables,

$$\sigma = \frac{m_1}{m_1+m_2}\,x_1 + \frac{m_2}{m_1+m_2}\,x_2 \qquad \text{et} \qquad \delta = x_2 - x_1\,,$$

et on définit la masse réduite μ du système par

$$\frac{1}{\mu} = \frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2}\,.$$

3 - Montrer que σ et δ sont solution de deux équations différentielles découplées.

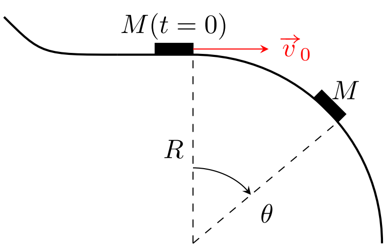
4 - Résoudre ces équations compte tenu des conditions initiales, puis en déduire les expressions de x_1 et x_2.

5 - Ces oscillations sont responsables de l'émission d'une onde électromagnétique infrarouge de longueur d'onde $\lambda = 4{,}6\,\mu\mathrm{m}$. Déterminer la raideur k du pseudo-ressort reliant les deux atomes.

Données :
▷ Vitesse de la lumière dans le vide : $c = 3{,}0 \cdot 10^8\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$;
▷ Masses molaires : $M_\mathrm{C} = 12\,\mathrm{g\cdot mol^{-1}}$ et $M_\mathrm{O} = 16\,\mathrm{g\cdot mol^{-1}}$;
▷ Nombre d'Avogadro : $\mathcal{N}_\mathrm{A} = 6{,}0 \cdot 10^{23}\,\mathrm{mol^{-1}}$.

Exercice 2 : Une luge sur une bosse 2 | 2 |

▷ *Énergie mécanique ;*
▷ *Décollage d'un support.*



Une luge, modélisée par un point matériel M de masse m, arrive sur une bosse à profil circulaire avec une vitesse horizontale $\vec{v}_0$. Tant que la luge suit ce profil, sa trajectoire est circulaire de rayon R et sa position est repérée par l'angle θ. On néglige tout frottement.

1 - Déterminer la norme de la force de réaction $\vec{N}$ exercée par la piste sur la luge en fonction de sa position θ et de sa vitesse angulaire $\dot\theta$.

2 - En déduire l'expression de N en fonction de θ et de la vitesse initiale v_0. Attention, $\dot\theta$ ne doit plus apparaître dans l'expression finale.

3 - À quelle condition la luge quitte-t-elle la piste ? Exprimer l'angle de décollage θ_d. Glisser prudemment (v_0 petit) empêche-t-il la luge de décoller ?

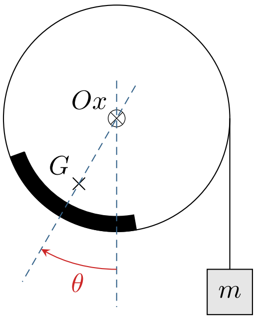
4 - Justifier que l'expression de θ_d obtenue précédement ne peut plus être juste lorsque la vitesse initiale est trop élevée. Identifier une vitesse limite v_lim. Que se passe-t-il si $v > v_\mathrm{lim}$?

BY-NC-SA

Exercice 3 : Balourd

oral banque PT | 2 | 3

- ▷ *Moment cinétique ;*
- ▷ *Oscillations autour d'une position d'équilibre.*



Un cylindre d'axe (Ox) et de rayon a tourne librement. Un dépôt sur la paroi du cylindre forme un balourd de masse M et centre de masse G. On pose $OG = d$. Le moment d'inertie par rapport à l'axe de rotation vaut $J = Ma^2$. On néglige la masse propre et l'inertie du cylindre devant celles du balourd. Une masse m est accrochée à un fil inextensible de masse nulle enroulé autour du cylindre.

1 - Expliquer qualitativement le mouvement obtenu pour plusieurs valeurs de la masse m. Identifier une masse critique m_c.

2 - Déterminer l'angle d'équilibre θ_e.

3 - Donner la période des petites oscillations du système autour de cet équilibre.

> ***Indication :*** *La dernière question est difficile ! Dans un sujet d'écrit, on pourrait reformuler les questions de la manière suivante :*
>
> *3 - Établir l'équation différentielle vérifiée par θ.*
>
> *4 - On pose $\varepsilon = \theta - \theta_e$ l'écart par rapport à la position d'équilibre. En supposant $\varepsilon \ll 1$, en déduire l'équation différentielle linéarisée vérifiée par ε, puis donner la période des petites oscillations du système autour de sa position d'équilibre.*

Exercice 4 : Distributeur de plateaux

3 | 1

- ▷ *Résolution de problème ;*
- ▷ *Force exercée par un ressort ;*
- ▷ *Ordres de grandeur de la vie courante.*

> *Cet exercice est un exercice ouvert, de type résolution de problème, demandant de l'initiative dans le raisonnement mené. Pour aborder un tel exercice, il peut notamment être utile de faire un schéma modèle, d'identifier et nommer les grandeurs pertinentes, d'utiliser l'analyse dimensionnelle, de proposer des hypothèses simplificatrices, de décomposer le problème en des sous-problèmes simples, etc. Le candidat peut également être amené à proposer des valeurs numériques raisonnables pour les grandeurs manquantes ... mais toutes les valeurs données ne sont pas forcément utiles. Le tout est évidemment à adapter à la situation proposée !*

Dans le distributeur de plateaux de notre cantine, les plateaux sont posés sur un support plan maintenu par des ressorts de telle sorte que le haut de la pile soit toujours à la même hauteur, quel que soit le nombre de plateaux empilés, voir figure 1. En modélisant le distributeur par un unique ressort, déterminer toutes les caractéristiques utiles de la machine. Des valeurs numériques vraisemblables sont attendues.

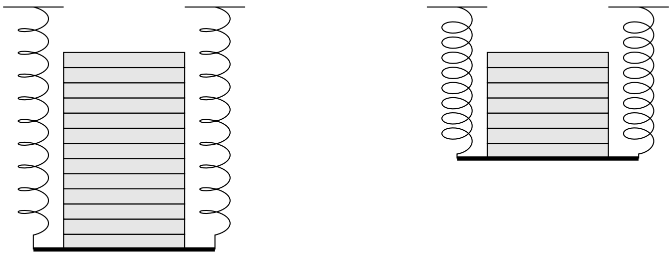


Figure 1 – Distributeur de plateaux.

BY-NC-SA Étienne Thibierge, 24 août 2020, www.etienne-thibierge.fr