Loi de la quantité de mouvement

Document 1 : Isochronisme des petites oscillations d'un pendule simple

L'équation différentielle du pendule simple

$$\ddot{\theta} + {\omega_0}^2 \sin\theta = 0$$

fait apparaître une pulsation caractéristique ω_0, ou autrement dit un temps caractéristique qui donne l'ordre de grandeur de la période. Pour s'affranchir de ce temps caractéristique et n'analyser que l'effet de l'amplitude des oscillations sur le pendule, on introduit une variable réduite $t^\star = \omega_0 t$. Alors,

$$\theta(t) = \theta(t^\star/\omega_0) \qquad \text{donc} \qquad \frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t} = \frac{1}{\omega_0}\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t^\star} \qquad \text{et} \qquad \frac{\mathrm{d}^2\theta}{\mathrm{d}t^2} = \frac{1}{{\omega_0}^2}\frac{\mathrm{d}^2\theta}{\mathrm{d}t^{\star 2}}$$

L'équation différentielle du pendule simple s'écrit finalement

$$\frac{\mathrm{d}^2\theta}{\mathrm{d}t^{\star 2}} + \sin\theta = 0$$

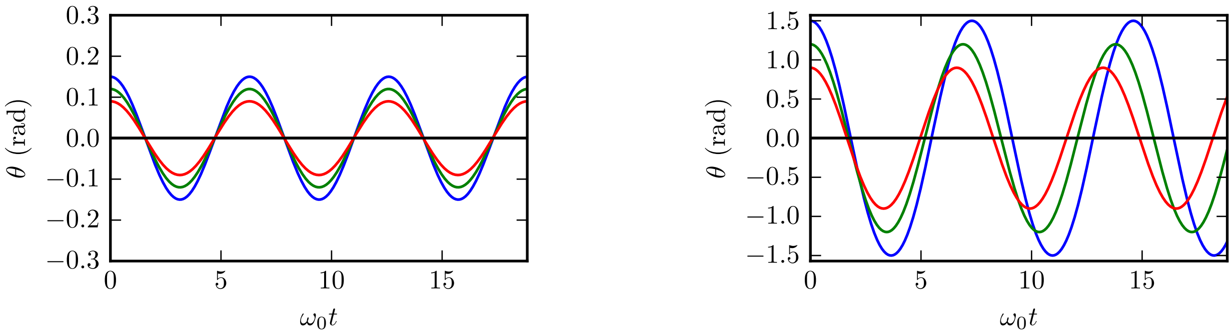
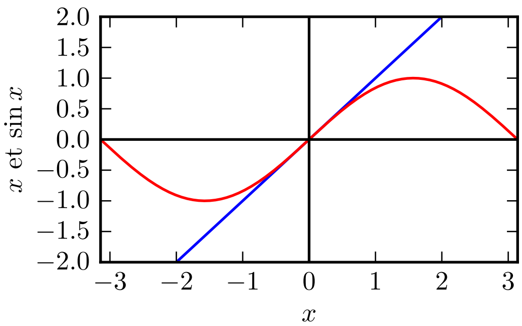


Figure 1 – Oscillations d'un pendule simple pour différentes valeurs de l'angle initial. Attention, l'échelle est différente sur les deux figures. Version couleur sur le site de la classe.

La période des petites oscillations ne dépend pas de leur amplitude, au contraire de la période des grandes oscillations. La transition entre « petites » et « grandes » oscillations a lieu pour $\theta \simeq 25°$.

> *Les programmes Python utilisés en cours et pour générer ces courbes sont comme toujours mis en ligne sur le site de la classe. N'hésitez pas à les télécharger et les modifier pour faire vos propres essais.*

Document 2 : Approximation linéaire du sinus



x (degré)	0°	10°	20°
x (radian)	0	0,17	0,35
$\sin x$	0	0,17	0,34
x (degré)	30°	40°	45°
x (radian)	$\pi/6 \simeq 0{,}52$	0,7	$\pi/4 = 0{,}79$
$\sin x$	0,5	0,64	$1/\sqrt{2} = 0{,}71$

Figure 2 – Linéarisation d'un sinus.