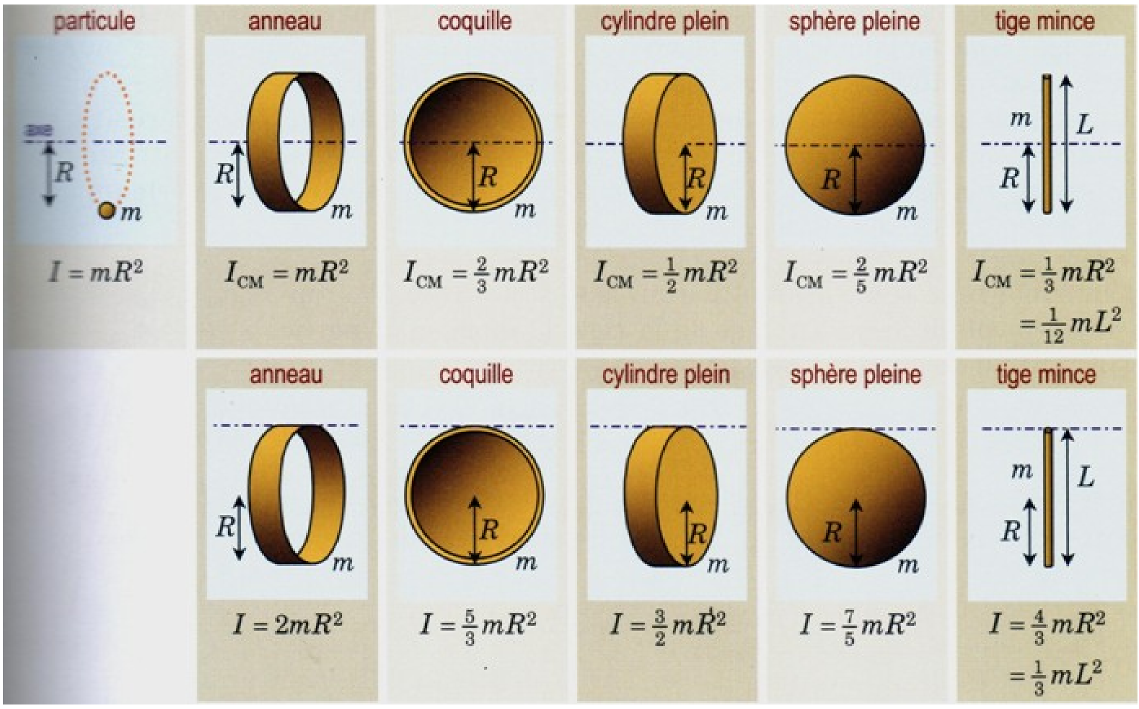
Rotation et moment cinétique

Document 1 : Exemples de moments d'inertie



Le moment d'inertie dépend non seulement de la géométrie et de la masse du solide en rotation, mais aussi de la position de l'axe de rotation. Ces expressions ne sont pas à apprendre et seront données dans les exercices.

Document 2 : Étude numérique du pendule pesant

L'équation différentielle du pendule pesant

$$\ddot{\theta} + {\omega_0}^2 \sin\theta = 0$$

fait apparaître une pulsation caractéristique ω_0, ou autrement dit un temps caractéristique qui donne l'ordre de grandeur de la période. Pour s'affranchir de ce temps caractéristique et n'analyser que l'effet de l'amplitude des oscillations sur le pendule, on introduit une variable réduite $t^\star = \omega_0 t$. Alors,

$$\theta(t) = \theta(t^\star/\omega_0) \qquad \text{donc} \qquad \frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t} = \frac{1}{\omega_0}\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t^\star} \qquad \text{et} \qquad \frac{\mathrm{d}^2\theta}{\mathrm{d}t^2} = \frac{1}{{\omega_0}^2}\frac{\mathrm{d}^2\theta}{\mathrm{d}t^{\star 2}}$$

L'équation différentielle du pendule s'écrit finalement

$$\frac{\mathrm{d}^2\theta}{\mathrm{d}t^{\star 2}} + \sin\theta = 0\,.$$

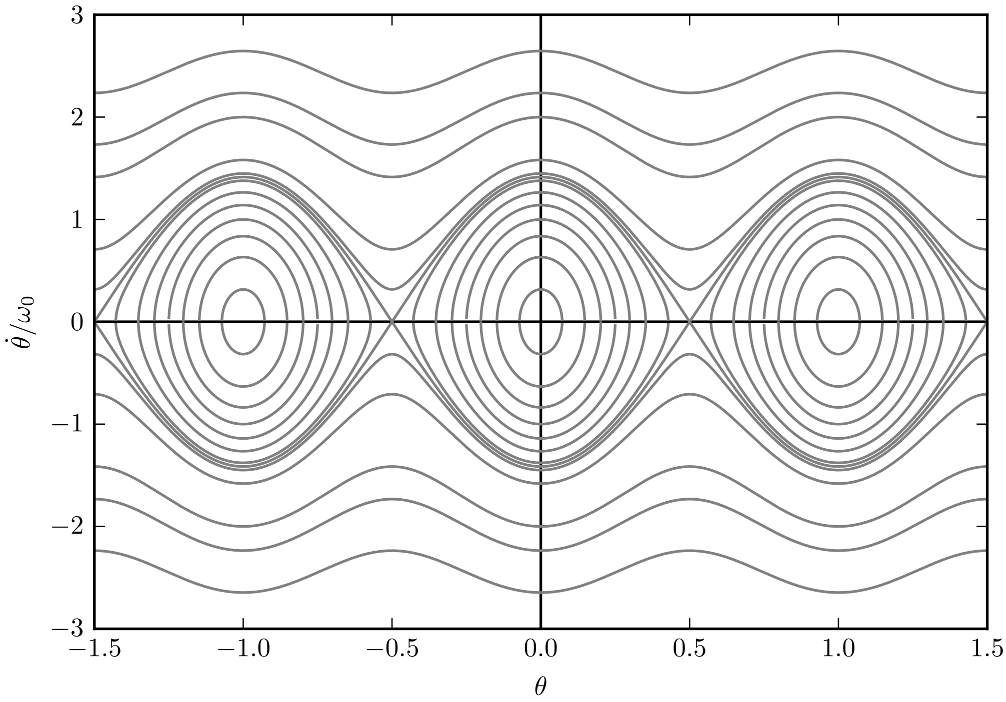


Figure 1 – Portrait de phase. Les trajectoires fermées sont associées aux mouvements pendulaires, alors que les trajectoires ouvertes sont celles des mouvements révolutifs. Les trajectoires de phase des petites oscillations sont elliptiques (ici circulaires), ce qui est caractéristique d'un mouvement pendulaire harmonique.

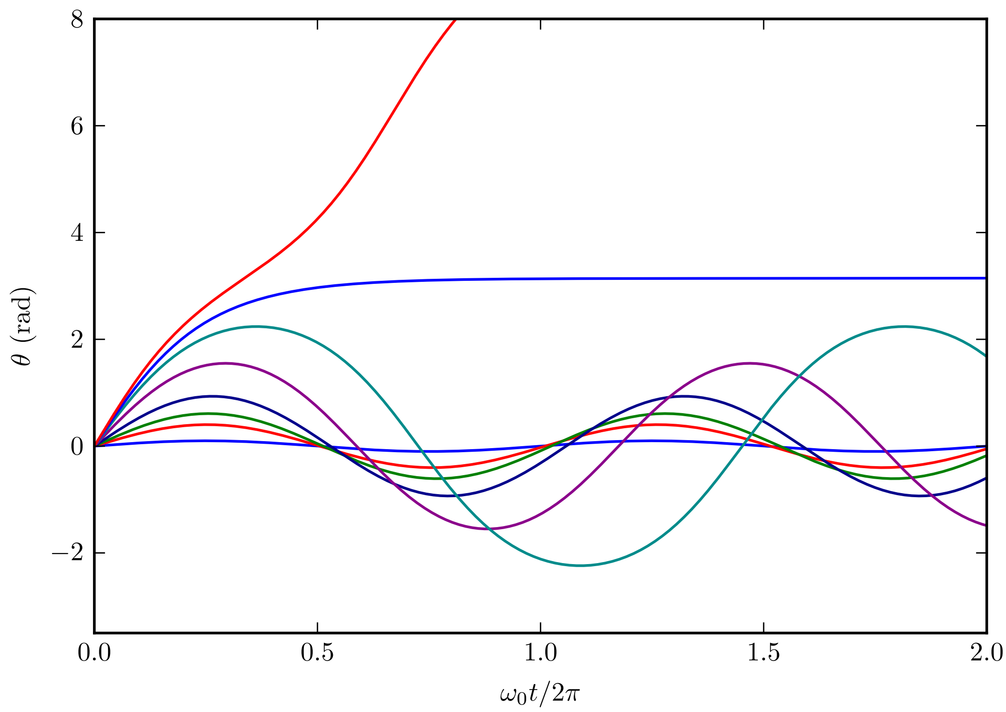


Figure 2 – Résolution numérique de l'équation du mouvement. Les différents tracés sont faits pour $\theta_0 = 0$ et $\dot{\theta}_0$ variable. L'angle θ prend des valeurs bornées pour un mouvement pendulaire, mais diverge pour un mouvement révolutif, signe que le pendule fait des tours complets. Lorsque les oscillations sont de petite amplitude, leur période ne dépend pas de l'amplitude : elles sont isochrones. Il y a perte de l'isochronisme lorsque l'amplitude des oscillations augmente, et perte des oscillations lors des mouvements révolutifs.