

Rotation et moment cinétique

Plan du cours

- 1 Décrire la cinétique de rotation : moment cinétique**
 - 1.1 Moment cinétique d'un point matériel par rapport à un point
 - 1.2 Moment cinétique d'un point matériel par rapport à un axe orienté
 - 1.3 Moment cinétique d'un solide en rotation autour d'un axe fixe
- 2 Moment des actions mécaniques**
 - 2.1 Moment d'une force
 - 2.2 Couples
 - 2.3 Liaison pivot
- 3 Loi du moment cinétique**
 - 3.1 Loi du moment cinétique pour un point matériel
 - 3.2 Loi du moment cinétique pour un solide en rotation autour d'un axe fixe
 - 3.3 Cas de conservation du moment cinétique
- 4 Analyse énergétique du mouvement d'un solide en rotation**
 - 4.1 Énergie cinétique d'un solide en rotation
 - 4.2 Puissance des actions mécaniques sur un solide en rotation
 - 4.3 Loi de l'énergie cinétique pour un solide en rotation
- 5 Exemple du pendule pesant**
 - 5.1 Système et repérage
 - 5.2 Équation différentielle du mouvement
 - 5.3 Intégrale première du mouvement
 - 5.4 Portrait de phase
 - 5.5 Résolution numérique

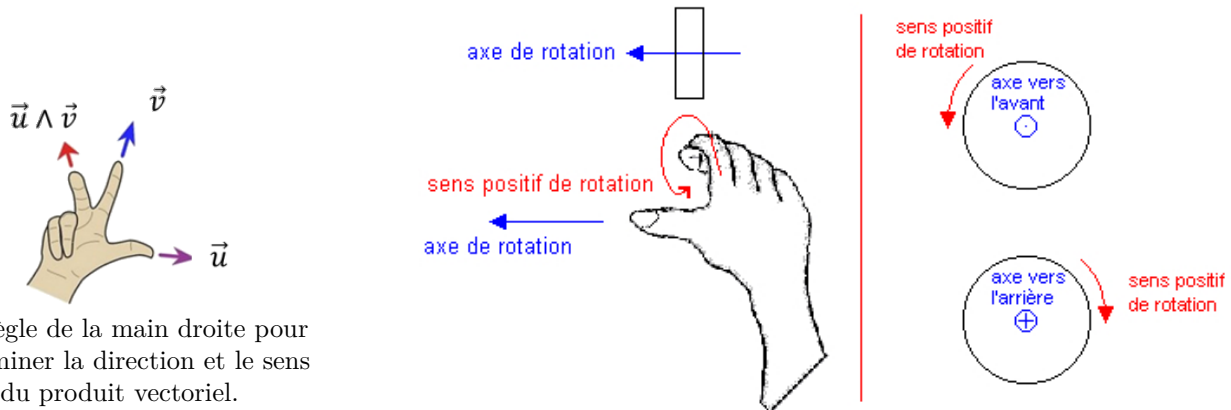
Ce que vous devez savoir et savoir faire

- ▷ Déterminer simplement le moment cinétique d'un système par rapport à un point et par rapport à un axe orienté.
- ▷ Relier la direction et le sens du vecteur moment cinétique aux caractéristiques du mouvement.
- ▷ Maîtriser le caractère algébrique du moment cinétique scalaire et le relier aux caractéristiques du mouvement.
- ▷ Connaître et exploiter la relation entre moment cinétique scalaire, vitesse angulaire de rotation et moment d'inertie fourni. Aucun moment d'inertie n'est à connaître.
- ▷ Déterminer le moment d'une force par rapport à un point.
- ▷ Déterminer le moment d'une force par rapport à un axe orienté en utilisant une projection ou le bras de levier.
- ▷ Définir un couple.
- ▷ Définir une liaison pivot et savoir justifier le moment qu'elle peut produire.
- ▷ Savoir qu'un moteur ou un frein contiennent un stator pour qu'un couple puisse s'exercer sur le rotor.
- ▷ Connaître et exploiter la loi du moment cinétique en un point fixe dans un référentiel galiléen.
- ▷ Connaître et exploiter la loi scalaire du moment cinétique appliquée au solide en rotation autour d'un axe fixe orienté dans un référentiel galiléen.
- ▷ Identifier les cas de conservation du moment cinétique.
- ▷ Connaître et exploiter la relation entre énergie cinétique d'un solide en rotation, vitesse angulaire de rotation et moment d'inertie fourni. Aucun moment d'inertie n'est à connaître.
- ▷ Connaître et exploiter la loi de l'énergie cinétique pour un solide en rotation.
- ▷ Savoir établir l'équivalence dans ce cas entre la loi scalaire du moment cinétique et celle de l'énergie cinétique.
- ▷ Établir l'équation du mouvement d'un pendule pesant.
- ▷ Établir et expliquer qualitativement l'analogie avec l'équation de l'oscillateur harmonique.
- ▷ Établir une intégrale première du mouvement.
- ▷ Interpréter le portrait de phase en termes de bifurcation entre un mouvement pendulaire et un mouvement révolitif.
- ▷ En utilisant un code d'intégration numérique, mettre en évidence le non-isochronisme des grandes oscillations et le relier qualitativement à leur non-harmonicité.

Questions de cours pour les colles

- ▷ Définir le moment cinétique d'un point matériel par rapport à un point et/ou à un axe et relier sa direction, son sens et/ou son signe aux caractéristiques du mouvement.
- ▷ Définir le moment d'une force par rapport à un axe et l'exprimer en fonction du bras de levier. Définir un couple.
- ▷ Établir la loi du moment cinétique par rapport à un point fixe et/ou un axe fixe pour un point matériel.
- ▷ Montrer que la loi de l'énergie cinétique pour un solide en rotation autour d'un axe fixe est équivalente à la loi du moment cinétique scalaire.
- ▷ Établir l'équation du mouvement du pendule pesant et montrer qu'elle devient une équation d'oscillateur harmonique dans la limite des petites oscillations.

Synthèse : Règles de la main droite



(a) Règle de la main droite pour déterminer la direction et le sens du produit vectoriel.

(b) Règle de la main droite pour orienter un axe et le sens de rotation autour de cet axe.

Synthèse : Correspondances entre translation rectiligne et rotation autour d'un axe fixe

Translation rectiligne	Rotation autour d'un axe fixe
z direction du mouvement	z axe de rotation
Position z Vitesse \dot{z}	Angle θ Vitesse angulaire $\dot{\theta}$
Masse m Quantité de mouvement $p_z = m\dot{z}$ Composantes des forces $F_{i,z}$	Moment d'inertie J_z Moment cinétique $L_z = J_z\dot{\theta}$ Moments et couples $\mathcal{M}_{z,i}$
Loi de la quantité de mouvement : $\frac{dp_z}{dt} = m\ddot{z} = \sum F_{i,z}$	Loi du moment cinétique scalaire : $\frac{dL_z}{dt} = J_z\ddot{\theta} = \sum \mathcal{M}_{z,i}$
Puissance d'une force $\mathcal{P} = F_z\dot{z}$ Travail $W = \int_{z_A}^{z_B} F_z dz$ Énergie cinétique $E_c = \frac{1}{2}m\dot{z}^2$	Puissance d'un moment $\mathcal{P} = \mathcal{M}_z\dot{\theta}$ Travail $W = \int_{\theta_A}^{\theta_B} \mathcal{M}_z d\theta$ Énergie cinétique $E_c = \frac{1}{2}J_z\dot{\theta}^2$
Loi de la puissance cinétique : $\frac{dE_c}{dt} = \sum_i \mathcal{P}(F_i)$ ↪ même équation que le PFD	Loi de la puissance cinétique : $\frac{dE_c}{dt} = \sum_i \mathcal{P} + (\mathcal{M}_i)$ ↪ même équation que le TMC
Loi intégrale de l'énergie cinétique : $\frac{1}{2}mv_B^2 - \frac{1}{2}mv_A^2 = \sum_i W(F_i)$	Loi intégrale de l'énergie cinétique : $\frac{1}{2}J_z\dot{\theta}_B^2 - \frac{1}{2}J_z\dot{\theta}_A^2 = \sum_i W(\mathcal{M}_i)$