

Fondements de la mécanique du point

L'objectif de ce premier chapitre de mécanique est de faire un survol de tout ce que vous connaissez déjà, éventuellement en le formalisant plus ou mieux. Le contenu de ce chapitre constitue notre socle de base pour aborder des premiers exemples dans les chapitres suivants.

La **mécanique** est le domaine de la physique qui s'intéresse aux mouvements et à leurs causes.

On y distingue la **cinématique**, qui donne les outils nécessaires à la description du mouvement, et la **dynamique**, qui relie le mouvement à ses causes, les actions mécaniques. L'**énergétique** donne un point de vue complémentaire en interprétant le mouvement du système à partir de ses échanges d'énergie avec l'extérieur.

I - Décrire le mouvement d'un point

I.1 - Du solide au point matériel

Dans tous les exemples étudiés au lycée (ou en cours de SI), les systèmes mécaniques étudiés sont des solides.

Espace 1

Le solide indéformable est un modèle : un solide parfaitement indéformable n'existe pas. Ce modèle n'est évidemment pas adapté pour décrire les systèmes déformables tels que les fluides, les milieux granulaires (tas de sable) ou encore les solides « mous » (pâte à modeler). Il exclut aussi tous les systèmes composés de plusieurs solides liés entre eux par des liaisons possédant au moins un degré de liberté : deux solides indéformables ne forment pas nécessairement un solide indéformable.

| **Exemple** : une porte et sa poignée.

Nous effleurons la mécanique des solides dans la suite du cours de mécanique, et vous l'étudierez de manière approfondie en SI. Dans un premier temps, nous modéliserons les solides par des points matériels.

Espace 2

Intérêt : pourquoi s'intéresser à des points alors que nos systèmes sont des solides ?

- ▷ conceptuel : les lois fondamentales de la mécanique sont formulées pour des points matériels ;
- ▷ technique : on sent bien que décrire le mouvement d'un point est plus facile que de décrire celui d'un solide, qui peut tourner sur lui-même, etc.

Validité du modèle : lorsque l'on modélise un solide par un point, que néglige-t-on ?

Espace 3

Espace 4

Quel point du solide choisir ?

▷ un point physiquement particulier :

Espace 5

▷ un point géométriquement particulier : p.ex. point où le solide est attaché, une extrémité, un coin, etc.

1.2 - Référentiel et repère de temps**a) Relativité du mouvement**

Comment définir « bouger » ou « être en mouvement » ?

Espace 6

On voit dans cette définition apparaître deux aspects :

- ▷ nécessité d'une référence de position : il n'y a pas de mouvement absolu, on bouge toujours *par rapport* à quelque chose (exemple du passager assis dans un train, immobile par rapport au train mais en mouvement par rapport au quai lorsque le train avance) ;
- ▷ nécessité d'une référence de temps : il faut comparer les positions relatives entre deux instants pour savoir s'il y a mouvement.

Espace 7

Il y a donc une infinité de référentiels imaginables. En pratique, il y a deux façons de définir un référentiel :

- ▷ ou bien en donnant un solide de référence, c'est par exemple le cas du référentiel terrestre ;
- ▷ ou bien en donnant un point fixe et trois directions de référence (donc en pratique des points), c'est par exemple le cas des référentiels géocentrique ou héliocentrique.

🚫🚫🚫 **Attention !** Il ne faut pas confondre le *référentiel*, c'est-à-dire le système de référence (notion *physique*) avec le *repère*, c'est-à-dire l'outil géométrique qui sert à décrire le mouvement (notion *mathématique*). Il y a une infinité de repères différents qui peuvent être associés à un même référentiel. Cette confusion est d'autant plus tentante qu'elle est faite (à tort!) en SI où quasiment tous les mouvements sont implicitement étudiés dans le référentiel terrestre et où seul le repère est précisé.

b) Caractère galiléen d'un référentiel**Principe d'inertie ou première loi de Newton :**

Il existe une famille de référentiels, appelés **référentiels galiléens**, dans lesquels un point matériel isolé a un mouvement rectiligne uniforme.

Le principe d'inertie est un postulat fondamental de la mécanique.

Signification des différents termes :

- ▷ « Isolé » : le point matériel n'est soumis à aucune force, ou à défaut les forces qu'il subit se compensent : c'est un cas limite théorique, innatteignable en pratique ;
- ▷ « Mouvement rectiligne » : la trajectoire du point est une droite ;
- ▷ « Mouvement uniforme » : la trajectoire est parcourue à vitesse constante.

Confusion trop fréquente :

Espace 8

↪ quand on veut étudier un mouvement, tous les référentiels ne sont pas équivalents.

Mouvement relatif de deux référentiels galiléens : Si on considère deux référentiels \mathcal{R}_1 et \mathcal{R}_2 en translation rectiligne et uniforme l'un par rapport à l'autre, tout point matériel animé d'un mouvement rectiligne et uniforme par rapport à \mathcal{R}_1 sera également en translation rectiligne et uniforme par rapport à \mathcal{R}_2 .

↪ si l'un est galiléen alors l'autre l'est également.

***Exemple :** Vous marchez à vitesse constante dans l'allée d'un train (référentiel \mathcal{R}_1), lui-même en mouvement rectiligne uniforme par rapport au quai d'une gare (référentiel \mathcal{R}_2). Vous avez bien un mouvement rectiligne uniforme par rapport au quai.*

En pratique : exactement comme la notion de système isolé qui le définit, la notion de référentiel galiléen est un cas limite théorique. Pour le dire très schématiquement, considérer un référentiel comme galiléen est une bonne approximation tant qu'on peut négliger son mouvement par rapport à un référentiel « plus grand ».

c) Référentiels usuels

▷ Le **référentiel terrestre**, parfois appelé **référentiel du laboratoire**, est lié à la surface de la Terre. C'est le référentiel le plus intuitif.

Caractère galiléen :

Espace 9

Mouvements auxquels il est adapté :

Espace 10

▷ Le **référentiel géocentrique** est défini par le centre de la Terre et des axes pointant vers des étoiles très lointaines. Un point à la surface de la Terre est donc en mouvement dans le référentiel géocentrique.

Caractère galiléen :

Espace 11

Mouvements auxquels il est adapté :

Espace 12

▷ Le **référentiel héliocentrique** est défini par le centre du Soleil et des axes pointant vers des étoiles très lointaines. Le centre de la Terre est donc en mouvement dans le référentiel héliocentrique.

Caractère galiléen :

Espace 13

↪ le référentiel héliocentrique est le « plus galiléen » des référentiels.

d) Le temps

En mécanique classique, le temps est dit **absolu** :
les durées ne dépendent pas du référentiel dans lequel elles sont mesurées.

Concrètement, pour une promenade en voiture chronométrée depuis l'intérieur de la voiture (référentiel en mouvement par rapport au référentiel terrestre) ou depuis la maison (référentiel terrestre), les deux chronomètres afficheront la même durée.

Remarque : Ce n'est plus le cas si vous faites une promenade en fusée à une vitesse proche de celle de la lumière : c'est la **dilatation des durées**. Le caractère absolu du temps est un principe de la mécanique classique, mais il est mis en défaut dans le cadre de la relativité restreinte.

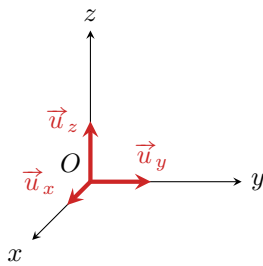
I.3 - Vecteurs cinématiques

Ce sont les vecteurs position \overrightarrow{OM} , vitesse \vec{v} et accélération \vec{a} du point M . Ils contiennent la totalité des informations sur le mouvement du point M .

☹☹☹ **Attention !** Ne pas confondre mouvement et trajectoire : comme nous le reverrons plus loin, la trajectoire ne contient aucune information temporelle. On ne sait pas si elle est parcourue vite ou lentement.

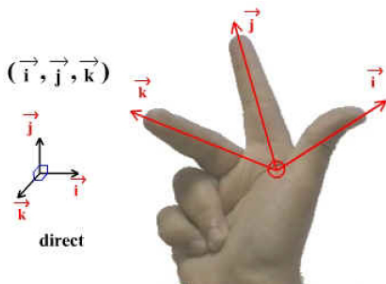
a) Repère cartésien

Le repère est l'outil géométrique qui sert à décrire le mouvement. Le plus naturel des repères est le repère cartésien.



Le **repère cartésien** est composé d'une origine O et d'une base orthonormée directe, décrite par les vecteurs unitaires $(\vec{u}_x, \vec{u}_y, \vec{u}_z)$. Il est fixe par rapport au référentiel d'étude.

Base directe :



Un repère orthonormé $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ est **direct** si ses trois vecteurs de base **pris dans cet ordre** ont des directions qui correspondent à celles des trois premiers doigts de la main droite.

☹☹☹ **Attention !** L'ordre des vecteurs a une importance ! Le repère $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ est direct, mais le repère $(\vec{i}, \vec{k}, \vec{j})$ ne l'est pas.

Vecteurs unitaires : un vecteur unitaire est un vecteur sans dimension et de norme 1,

$$\|\vec{u}_x\| = \|\vec{u}_y\| = \|\vec{u}_z\| = 1$$

En physique, un vecteur unitaire sert à indiquer une direction.

Remarque : Notation des vecteurs de base.

▷ On rencontre indifféremment les notations $(\vec{u}_x, \vec{u}_y, \vec{u}_z)$ ou $(\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$.

▷ La notation $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, utilisée en mathématiques, n'est pas utilisée en physique.

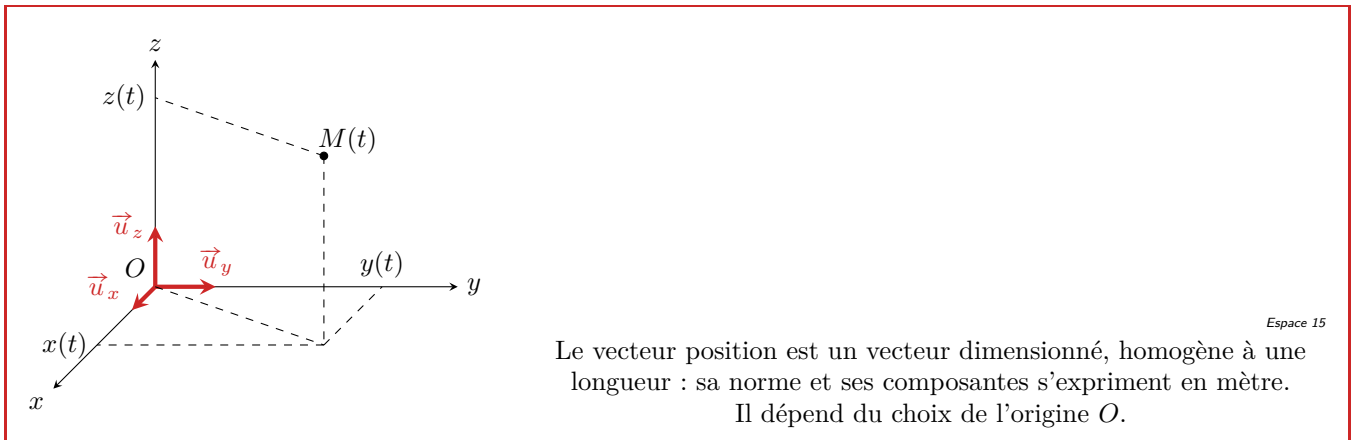
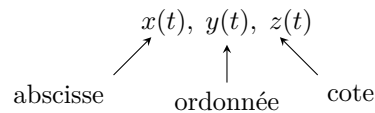
▷ La notation $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$, utilisée en SI, est à **bannir totalement** de vos réflexes en physique car elle devient vite source de confusion.

Repère fixe : conséquences très importantes dans les calculs.

Comme la base cartésienne est une base fixe par rapport au référentiel \mathcal{R} d'étude, alors

b) Vecteur position

Coordonnées du point M à l'instant t :



Remarque : Il est fréquent de sous-entendre la dépendance en temps et de noter simplement

$$\overrightarrow{OM} = x\vec{u}_x + y\vec{u}_y + z\vec{u}_z.$$

Il ne faut alors pas oublier que x, y et z désignent les coordonnées de M à l'instant t .

c) Vecteur vitesse• **Définition**

On appelle **vecteur déplacement** d'un point M entre t et $t + \Delta t$ le vecteur

$$\Delta\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OM(t + \Delta t)} - \overrightarrow{OM(t)} \underset{\text{Chasles}}{=} \overrightarrow{M(t)M(t + \Delta t)}.$$

Le vecteur vitesse moyenne de M pendant une durée Δt est défini à partir du vecteur déplacement pendant cette durée,

$$\langle \vec{v} \rangle_{\Delta t} = \frac{\Delta\overrightarrow{OM}}{\Delta t}.$$

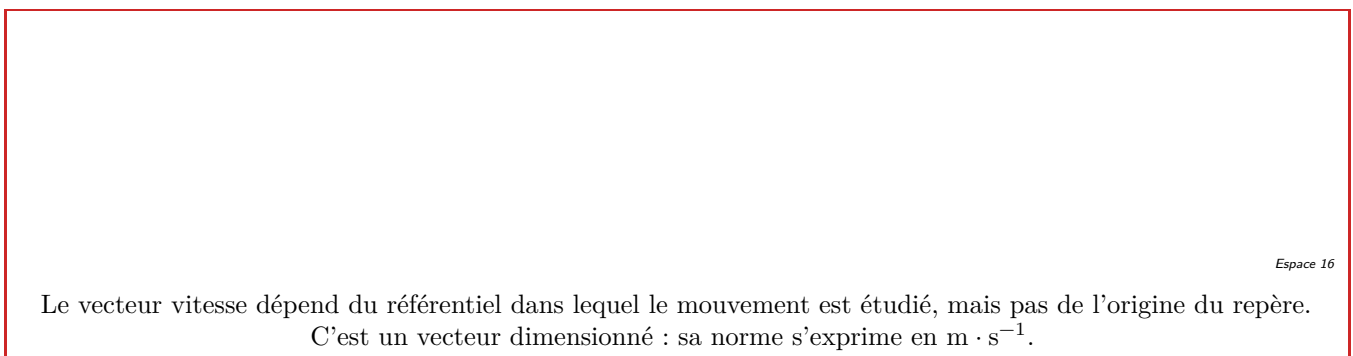
Remarque : Pas d'inquiétude avec la division du vecteur $\Delta\overrightarrow{OM}$ par Δt . Il s'agit simplement d'une notation équivalente à

$$\langle \vec{v} \rangle_{\Delta t} = \frac{1}{\Delta t} \Delta\overrightarrow{OM},$$

qui vous inquiéterait moins.

Pour définir une vitesse instantanée, il faut considérer la durée Δt comme étant infiniment petite :

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\overrightarrow{OM}}{\Delta t}$$



La dérivation des vecteurs se fait exactement comme la dérivation des fonctions classiques. Il ne faut simplement pas oublier que les vecteurs peuvent dépendre du temps.

- **Expression en coordonnées cartésiennes**

Espace 17

Conclusion : comme le repère cartésien est fixe,

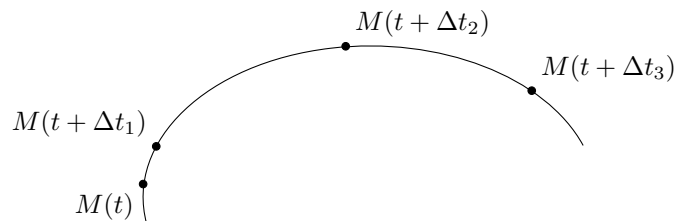


Autre notation : en mécanique, la dérivée par rapport au temps est souvent notée d'un point,

Espace 19

- **Direction et sens du vecteur vitesse**

Géométriquement, le vecteur vitesse a même direction et même sens que le vecteur déplacement.



En raisonnant sur le vecteur déplacement pour un intervalle Δt de plus en plus petit, on conclut :



d) Vecteur accélération

- **Définition**

Qualitativement, l'accélération d'un point quantifie ses variations de vitesse. Comme la vitesse peut changer en norme mais aussi en direction, on comprend que l'accélération est une quantité vectorielle.

Par analogie avec le vecteur vitesse, le vecteur accélération moyenne pendant Δt est défini par

$$\langle \vec{a} \rangle_{\Delta t} = \frac{\vec{v}(t + \Delta t) - \vec{v}(t)}{\Delta t}$$

et le vecteur accélération instantanée s'obtient dans la limite $\Delta t \rightarrow 0$.



Comme le vecteur vitesse, le vecteur accélération dépend du référentiel dans lequel le mouvement est étudié, mais pas de l'origine du repère.

C'est un vecteur dimensionné : sa norme s'exprime en $\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$.

- **Expression en coordonnées cartésiennes**

Espace 22

Conclusion : comme le repère cartésien est fixe,

Espace 23

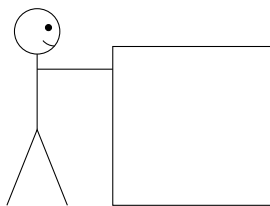
II - Actions mécaniques exercées sur le système

II.1 - Modélisation d'une action mécanique par une force

Deux systèmes interagissent en exerçant des **actions mécaniques** l'un sur l'autre. Certaines de ces actions mécaniques sont modélisables par des **forces**.

Espace 24

Exemples :



Exemple 1 : personne poussant une caisse.

•
Terre



Soleil

Exemple 2 : attraction gravitationnelle.

- ▷ Une force ne vient pas de nulle part : il y a toujours un **agent** ou **opérateur** qui exerce la force.
- ▷ En revanche, une force peut être **de contact** ou **à distance**. Hormis la force de gravitation (et donc le poids) et la force électromagnétique, la plupart des forces sont des forces de contact.
- ▷ Une force ne dépend pas du référentiel dans lequel le mouvement est étudié.
- ▷ Au niveau microscopique, toutes les actions mécaniques sont des forces. Ce n'est plus vrai au niveau macroscopique : il existe aussi des **couples**, actions mécaniques de contact plus complexes, cf. chapitre sur le moment cinétique et surtout cours de SI.

Exemple : Plaquer sa main sur une boîte et la faire tourner. L'action exercée par la main sur la boîte n'est pas une force, mais un couple.

II.2 - Principe des actions réciproques

Une force est *un* point de vue sur l'interaction : on distingue l'opérateur du système qui subit la force. En réalité, cette interaction implique deux forces, reliées par le principe des actions réciproques.

Principe des actions réciproques ou troisième loi de Newton :

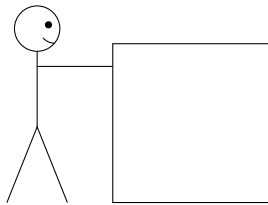
Si un système 1 exerce une force $\vec{F}_{1 \rightarrow 2}$ sur un système 2, alors le système 2 exerce une force sur le système 1 de même direction, de même norme et de sens opposé à $\vec{F}_{1 \rightarrow 2}$:

$$\vec{F}_{2 \rightarrow 1} = -\vec{F}_{1 \rightarrow 2} .$$

Si les points d'application M_1 et M_2 sont différents, alors les deux forces sont dirigées le long de la droite M_1M_2 .

Le principe des actions réciproques est un postulat de la mécanique, au même titre que le principe d'inertie et le principe fondamental de la dynamique.

Exemples :



Exemple 1 : personne poussant une caisse.

•
Terre



Soleil

Exemple 2 : attraction gravitationnelle.

Dans l'exemple 1, la force est une force de contact donc sa direction n'est pas connue a priori.