Lois de Newton

I - Décrire le mouvement d'un point

- **Modèle du point matériel :** néglige l'extension et l'orientation du solide ($\rightsquigarrow$ validité limitée)
- **Référentiels galiléens :**

▹ définition : référentiel tel qu'un point matériel isolé y a un mouvement rectiligne uniforme ;
▹ existence = postulat (principe d'inertie) ;
▹ un référentiel est galiléen tant qu'on peut négliger son mouvement par rapport à un référentiel « plus grand » $\rightsquigarrow$ critères sur la durée des mouvements.

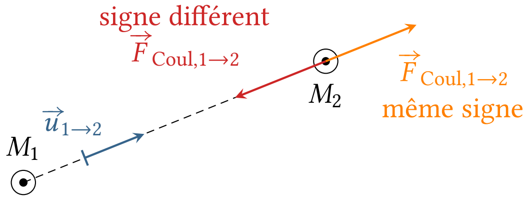
- **Coordonnées cartésiennes :** repère fixe $(O, \vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$.

$$\overrightarrow{OM} = x\,\vec{e}_x + y\,\vec{e}_y + z\,\vec{e}_z \qquad \vec{v} = \frac{\mathrm{d}\overrightarrow{OM}}{\mathrm{d}t} = \dot{x}\,\vec{e}_x + \dot{y}\,\vec{e}_y + \dot{z}\,\vec{e}_z \qquad \vec{a} = \frac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}^2\overrightarrow{OM}}{\mathrm{d}t^2} = \ddot{x}\,\vec{e}_x + \ddot{y}\,\vec{e}_y + \ddot{z}\,\vec{e}_z$$

▹ le vecteur vitesse est tangent à la trajectoire : $\vec{v} = v\,\vec{u}_T$;
▹ dimensionnellement : $[v] = \mathrm{m\cdot s^{-1}}$ et $[a] = \mathrm{m\cdot s^{-2}}$.

II - Actions mécaniques

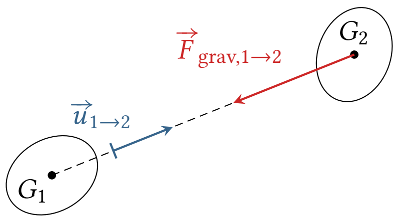
- **Principe des actions réciproques :** $\vec{F}_{2\to1} = -\vec{F}_{1\to2}$
- **Force de Coulomb :**



$$\vec{F}_{\text{Coulomb},1\to2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\,\frac{q_1\,q_2}{r^2}\,\vec{u}_{1\to2}$$

▹ q_1, q_2 : charges des deux particules ;
▹ $\varepsilon_0 = 8{,}85\cdot10^{-12}\,\mathrm{F\cdot m^{-1}}$: permittivité diélectrique du vide ;
▹ r : distance M_1M_2 ;
▹ $\vec{u}_{1\to2}$: vecteur unitaire dirigé de 1 vers 2.

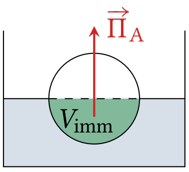
- **Force gravitationnelle :**



$$\vec{F}_{\text{grav},1\to2} = -\mathcal{G}\,\frac{m_1\,m_2}{r^2}\,\vec{u}_{1\to2}$$

$\mathcal{G} = 6{,}67\cdot10^{-11}\,\mathrm{m^3\cdot kg^{-1}\cdot s^{-2}}$: constante de gravitation (de Cavendish).

- **Poussée d'Archimède :**



$$\vec{\Pi}_A = -\rho_{\text{fl}}V_{\text{imm}}\,\vec{g}$$

où ρ_{fl} est la masse volumique du fluide et et V_{imm} le volume immergé.

- **Force de frottement fluide :**

▹ objet petit et/ou faible vitesse : force linéaire $\vec{f} = -\lambda\,\vec{v}$;
▹ objet volumineux et/ou vitesse élevé : force quadratique $\vec{f} = -\mu v^2\,\vec{u}_T = -\mu v\,\vec{v}$.

- **Des forces sans loi de force :** toutes les forces qui assurent une liaison ou un contact entre deux solides (réaction du support, tension d'un fil, etc.) dépendent des autres forces subies par le système, et n'ont donc pas d'expression générale, sont inconnues a priori, et ne peuvent que se déduire des calculs.

III - Effet des actions mécaniques sur le mouvement

- **Quantité de mouvement :**
  - ▹ pour un point matériel : $\overrightarrow{p} = m\overrightarrow{v}$
  - ▹ pour un solide : $\overrightarrow{p} = m\overrightarrow{v}_G$ où G est le centre de masse.

- **Principe fondamental de la dynamique :** pour un point matériel.

$$\frac{\mathrm{d}\overrightarrow{p}}{\mathrm{d}t} = m\frac{\mathrm{d}\overrightarrow{v}}{\mathrm{d}t} = \sum \overrightarrow{F}$$

- **Théorème de la résultante cinétique :** « généralisation » du PFD à un solide

$$\frac{\mathrm{d}\overrightarrow{p}}{\mathrm{d}t} = m\frac{\mathrm{d}\overrightarrow{v}_G}{\mathrm{d}t} = \sum \overrightarrow{F}_{\mathrm{ext}}$$

IV - Étude de mouvements

- **Plan d'étude d'un problème de mécanique :**
  1. **Système** à définir ;
  2. **Référentiel galiléen** à identifier ;
  3. **Schéma** correspondant à un instant quelconque, mais pas à l'instant initial ni à un instant particulier (sommet de la trajectoire, etc.) ;
  4. Construction d'un **repère** adapté au problème et expression des **vecteurs cinématiques** dans ce repère et tenant compte des particularités du mouvement étudié (p.ex. mouvement plan, etc.) ;
  5. **Bilan des actions mécaniques** et expression sur les vecteurs de base du repère choisi.
  6. Application du **PFD/TRC** (ou autre théorème) pour en déduire l'équation du mouvement.

- **Intégration par séparation des variables :**

les bornes d'intégration
coïncident avec
la grandeur intégrée

$$\frac{\mathrm{d}v_z}{\mathrm{d}t} = -g \quad \rightsquigarrow \quad \underbrace{\mathrm{d}v_z}_{\text{tout ce qui dépend de } v_z} = \overbrace{-g\,\mathrm{d}t}^{\text{tout ce qui dépend de } t} \quad \rightsquigarrow \quad \int_{v_z(0)}^{v_z(t)} \mathrm{d}v_z = -g\int_0^t \mathrm{d}t$$

les bornes se correspondent
en bas ce que l'on connaît
en haut ce que l'on cherche

- **Vitesse limite :** vitesse constante atteinte après le régime transitoire.
  - ▹ point de vue forces : $\sum \overrightarrow{F} = \overrightarrow{0}$ (cf. PFD avec $\overrightarrow{v} = \overrightarrow{\text{cte}}$) ;
  - ▹ point de vue équation : solution particulière constante de l'équation du mouvement.

- **Adimensionnalisation d'une équation différentielle** (portant sur la vitesse)
  1. Introduire deux grandeurs caractéristiques permettant de poser une vitesse et un temps adimensionnés,

$$v^\star = \frac{v}{v_\infty} \qquad \text{et} \qquad t^\star = \frac{t}{\tau}\,,$$

❷ Remplacer dans l'équation différentielle pour l'exprimer en fonction de $v^\star$ et $t^\star$ au lieu de v et t.

$$\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = \frac{v_\infty}{\tau}\frac{\mathrm{d}v^\star}{\mathrm{d}t^\star} \qquad \text{(se retrouve dimensionnellement)}$$

❸ En déduire τ et v_∞ en l'identifiant à une forme adimensionnée ne faisant plus apparaître de paramètres physiques, ici

$$\frac{\mathrm{d}v^\star}{\mathrm{d}t^\star} + (v^\star)^2 = 1$$

- **Résolution numérique par le schéma d'Euler :**

▹ Passage à une relation de récurrence : dérivée ↦ taux d'accroissement

$$\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} + v^2 = 1 \qquad \rightsquigarrow \qquad \frac{v_{n+1} - v_n}{\Delta t} + {v_n}^2 = 1 \qquad \rightsquigarrow \qquad v_{n+1} = \dots$$

▹ Boucle **for** pour remplir terme à terme la liste `v` correctement initialisée.

```python
### PARAMETRES DE LA SIMULATION :
...

### INITIALISATION DES LISTES :
t = [n*dt for n in range(N)]      # tps adimensionné
v = [None for n in range(N)]      # vitesse adimensionnée
    # tout est initialisé à None, c-a-d "rien du tout"

### RELATION DE RECURRENCE
v[0] = 0 # condition initiale
for n in range(N-1):
    v[n+1] = v[n] + dt * (1-v[n]**2)

### TRACE
plt.figure()
plt.plot(t,v,'r+-')
plt.xlabel('t (adim)')
plt.ylabel('v (adim)')
plt.show()
```