

Modèle scalaire des ondes lumineuses

Exercices de cours

Exercice 1 : Largeur d'une raie spectrale et temps de cohérence

[💡 1 | ✂ 1 | ⊗]

Différencions la relation de dispersion :

$$\lambda = \frac{c}{\nu} \quad \text{donc} \quad d\lambda = -\frac{c}{\nu^2} d\nu.$$

La valeur absolue de la différentielle s'interprète comme la largeur de la raie et par définition $\tau_c = 1/\Delta\nu$, donc

$$\Delta\lambda = \frac{c}{c^2/\lambda^2} \Delta\nu = \frac{\lambda^2}{c\tau_c} \quad \text{d'où} \quad \tau_c = \frac{\lambda^2}{c\Delta\lambda} = 5 \cdot 10^{-11} \text{ s}$$

Sachant que $T = 1/\nu = \lambda/c = 1,8 \cdot 10^{-15} \text{ s}$, on a $\tau_c = 27000T$.

Exercice 2 : Action d'une lentille sur les surfaces d'ondes

[💡 1 | ✂ 0]

- 1 Placer la source (= centre des sphères) au foyer objet d'une lentille convergente.
- 2 Utiliser une lentille convergente éclairée par un objet à l'infini, le centre de l'onde sphérique se trouve alors au foyer image.
- 3 Placer la source dans une position quelconque, hors foyer, et utiliser une lentille convergente. L'objet et son image définissent le centre des deux ondes.
- 4 Il faut cette fois utiliser une lentille divergente éclairée par un objet à l'infini. Le centre de l'onde sphérique se trouve au foyer image de la lentille.

Pour s'entraîner

Exercice 3 : Défait sur une lame

[💡 2 | ✂ 0]

- 1 Voir figure 1. La lumière arrive en incidence normale, les rayons lumineux ne sont donc pas déviés par réfraction. Comme $n > 1$ alors la phase s'accumule sur des distances plus faibles dans le verre par rapport à l'air, les plans d'onde sont donc plus rapprochés. Le défaut d'épaisseur créé un décrochement dans les surfaces d'ondes.

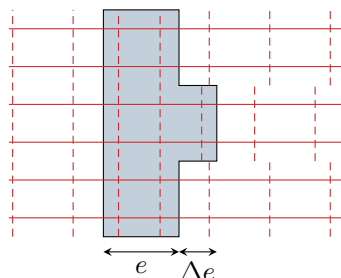


Figure 1 – Déformation des plans d'onde par un défaut d'épaisseur. Les traits pointillés symbolisent des plans d'onde déphasés de 2π .

- 2 Les chemins optiques s'écrivent

$$(AA') = ne + (x - e) = x + (n - 1)e \quad \text{d'où} \quad \Delta\varphi_{A/A'} = \frac{2\pi}{\lambda_0} (AA') = \frac{2\pi}{\lambda_0} (x + (n - 1)e)$$

et de même

$$\Delta\varphi_{B/B'} = \frac{2\pi}{\lambda_0}(BB') = \frac{2\pi}{\lambda_0}(x + (n-1)(e + \Delta e))$$

Exercice 4 : Démonstration ondulatoire de loi de la réfraction

[💡 2 | ✂ 1]

1 Schéma à faire.

2 I_1 et M_2 appartiennent à la même surface d'onde, et M_2 et I_2 aussi, donc

$$(I_1M_1) = (I_2M_2).$$

3 On constate sur un schéma que

$$\sin \theta = \frac{M_2I_2}{I_1I_2} \quad \text{et} \quad \sin \theta' = \frac{I_1M_1}{I_1I_2}$$

Ainsi, l'égalité des chemins optiques donne

$$n' I_1 I_2 \sin \theta' = n I_1 I_2 \sin \theta$$

d'où on déduit la loi de Descartes de la réfraction,

$$n \sin \theta = n' \sin \theta'.$$

Exercice 5 : Interférences de deux ondes planes

[💡 2 | ✂ 1]

1 Les deux ondes sont des ondes planes, leur propagation de la source O jusqu'au point d'observation M leur affecte donc une phase

$$\varphi_\alpha(M) = -\frac{2\pi}{\lambda}(OM) = -\vec{k}_\alpha \cdot \overrightarrow{OM}, \quad \alpha = 1 \text{ ou } 2.$$

Ainsi, le déphasage entre les deux ondes s'écrit $\Delta\varphi(M) = \varphi_2(M) - \varphi_1(M)$, soit

$$\Delta\varphi(M) = (\vec{k}_1 - \vec{k}_2) \cdot \overrightarrow{OM}.$$

2 Par simple géométrie,

$$\vec{k}_1 = \frac{2\pi}{\lambda}(\cos \alpha \vec{e}_x + \sin \alpha \vec{e}_y) \quad \text{et} \quad \vec{k}_2 = \frac{2\pi}{\lambda}(\cos \alpha \vec{e}_x - \sin \alpha \vec{e}_y).$$

et ainsi

$$\vec{k}_2 - \vec{k}_1 = \frac{4\pi}{\lambda} \sin \alpha \vec{e}_y \quad \text{d'où} \quad \Delta\varphi(M) = \frac{4\pi}{\lambda} \sin \alpha y.$$

3 Si l'écran est placé dans un plan $y = \text{cte}$ alors le déphasage est identique en tout point de l'écran, donc **l'éclairement est uniforme**. Il peut être très lumineux si les interférences sont constructives ($\Delta\varphi = 2k\pi$) ou au contraire très sombre si les interférences sont destructives ($\Delta\varphi = \pi + 2k\pi$).

4 Lorsque l'écran est dans le plan $z = \text{cte}$, le déphasage est indépendant de x et linéaire en y . Les franges sont donc invariantes par translation selon \vec{e}_x : il s'agit de **bandes parallèles** à l'axe (Ox) de l'écran. L'interfrange i est défini tel que

$$\Delta\varphi(y+i) = \Delta\varphi(y) + 2\pi \quad \text{soit} \quad \frac{4\pi}{\lambda} \sin \alpha (y+i) = \frac{4\pi}{\lambda} \sin \alpha y + 2\pi \quad \text{donc} \quad \frac{4\pi}{\lambda} \sin \alpha i = 2\pi.$$

d'où on déduit

$$i = \frac{\lambda}{2 \sin \alpha}.$$

L'interfrange est indépendant de y , c'est-à-dire que **les franges sont régulièrement espacées**.

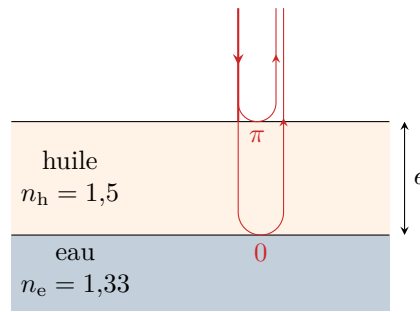


Figure 2 – Réflexion d'un rayon lumineux sur une tâche d'huile.

Exercice 6 : Tâche d'huile

[💡 2 | 🧩 1 | 📌]

La situation est représentée figure 2. Les rayons incident et réfléchi ont été représentés décalés, mais, bien sûr, ils sont superposés l'un à l'autre. Il y a interférences entre les deux ondes réfléchies.

1 En incidence normale, l'onde réfléchie à l'interface air-huile subit le déphasage à la réflexion de π . L'onde réfléchie sur l'interface huile-eau parcourt une distance géométrique de $2e$ supérieure dans un milieu d'indice n_h , d'où un déphasage $4\pi n_h e / \lambda$... mais elle se réfléchit sur un milieu moins réfringent et n'est donc pas déphasée à la réflexion. Ainsi,

$$\Delta\varphi = \frac{4\pi n_h e}{\lambda} - \pi.$$

L'épaisseur de la couche d'huile est fixée, mais le spectre de la lumière incidente contient de multiples longueurs d'onde. Il y a interférences destructives pour les longueurs d'ondes telles que $\Delta\varphi = \pi + 2k\pi$, k entier, soit

$$\frac{4\pi n_h e}{\lambda} = 2(k+1)\pi \quad \text{donc} \quad \boxed{2n_h e = (k+1)\lambda.}$$

2 Le Soleil est une source de lumière blanche, et le déphasage dépend de la longueur d'onde. Pour certaines de ces longueurs d'onde, les interférences seront constructives : elles seront alors présentes dans le spectre de la lumière observée lorsque l'on regarde la goutte d'huile. Pour d'autres, les interférences seront destructives : elles auront disparu du spectre de la lumière observée. Le spectre de la lumière réfléchie ne contenant plus toutes les longueurs d'onde, elle apparaît colorée.

3 Si la goutte apparaît magenta, alors il y a interférences destructives pour sa couleur complémentaire, à savoir le vert de longueur d'onde $\lambda_{\text{vert}} \simeq 550 \text{ nm}$. Pour $e = e_{\text{min}}$, $k = 1$, donc

$$\boxed{e_{\text{min}} = \frac{\lambda_{\text{vert}}}{2n_h} \simeq 180 \text{ nm} .}$$

Il est impossible de déterminer l'épaisseur exacte, car on ne peut pas connaître l'entier k : elle peut donc également être épaisse de 360 nm, 540 nm etc. Néanmoins si la couche était trop épaisse on verrait apparaître un blanc d'ordre supérieur au lieu d'un reflet nettement coloré (cf. cours sur l'interféromètre de Michelson).

Exercice 7 : Mesure de l'indice optique du méthane

[💡 2 | 🧩 2 | 📌]

1 Notons L_2 la longueur géométrique du bras contenant la cuve, et L_1 celle de l'autre bras. En négligeant l'effet des parois de la cuve, lorsque la cuve contient de l'air, la différence de marche des rayons reçus par la photodiode vaut

$$\delta_{\text{air}} = n_{\text{air}} L_2 - n_{\text{air}} L_1.$$

L'ordre de la frange perçue par la photodiode est donc

$$p_{\text{air}} = \frac{n_{\text{air}}(L_2 - L_1)}{\lambda}$$

Si l'interféromètre est impeccablement réglé, $L_2 = L_1$ donc $\delta_{\text{air}} = 0$, mais ce n'est pas nécessaire pour que l'expérience soit exploitable.

2 Lorsque la cuve contient du méthane, le chemin optique dans le bras 2 est modifié, et

$$\delta_{\text{CH}_4} = n_{\text{air}}(L_2 - \ell) + n_{\text{CH}_4}\ell - n_{\text{air}}L_1,$$

d'où un ordre

$$p_{\text{CH}_4} = \frac{n_{\text{air}}(L_2 - L_1)}{\lambda} + \frac{(n_{\text{CH}_4} - n_{\text{air}})\ell}{\lambda}.$$

3 Comme la cuve est remplie progressivement, alors l'ordre change progressivement également, ce qui explique qu'on observe un défilement de franges (brillantes lorsque l'ordre est entier et sombres lorsqu'il est demi-entier). Puisque 32 franges défilent, alors

$$p_{\text{CH}_4} = p_{\text{air}} + 32$$

Il est nécessaire de savoir au préalable que $n_{\text{air}} > n_{\text{CH}_4}$, sans quoi il est impossible de connaître le signe de la variation d'ordre : a priori, $p_{\text{CH}_4} = p_{\text{air}} \pm 32$.

On peut constater que l'hypothèse de négliger les parois de la cuve n'affecte pas le résultat final. Les prendre en compte rajouterait une différence de marche δ_{paroi} qui serait égale avec et sans méthane, et se simplifierait dans le résultat final.

On en déduit

$$(n_{\text{CH}_4} - n_{\text{air}})\ell = 32\lambda$$

et ainsi

$$n_{\text{CH}_4} = n_{\text{air}} + \frac{32\lambda}{\ell} = 1 + 4,48 \cdot 10^{-4}.$$

On pourrait s'étonner d'un tel nombre de chiffres significatifs sur l'indice n_{CH_4} alors que λ et ℓ n'en comptent que trois. Rappelons que dans une addition ce sont les décimales qui comptent, et pas les chiffres significatifs. Par exemple, il serait aberrant de considérer que $1250,7 + 0,13 = 1,3 \cdot 10^3$ par application de la règle du plus petit nombre de chiffres significatifs ! Il est impossible pour autant de considérer comme résultat $1250,83$ car la dernière décimale est incertaine. Ici, la donnée la moins précise l'est à 10^{-1} près donc le résultat de l'addition doit être donné à la même décimale, soit $1250,8$.