BLAISE PASCAL
PT 2018-2019

TD 8 – Thermodynamique industrielle

Description des écoulements stationnaires

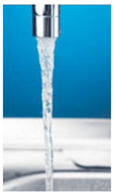
Flasher ce code pour accéder aux corrigés

Exercices

Exercice 1 : Profondeur de la Seine à Rouen [♦◊◊]

Le débit moyen de la Seine à Rouen est de l'ordre de $300\,\mathrm{m^3\cdot s^{-1}}$ pour une vitesse de courant typique de $3\,\mathrm{km\cdot h^{-1}}$. La largeur du fleuve est d'environ $200\,\mathrm{m}$. Estimer sa profondeur.

Exercice 2 : Robinet [♦◊◊]



Lorsque de l'eau coule d'un robinet ouvert, on constate que le diamètre du filet d'eau rétrécit à mesure qu'il s'éloigne du robinet.

1 - Expliquer qualitativement le phénomène.

2 - Des mesures sur une photographie montrent qu'après une chute de $20\,\mathrm{cm}$, le diamètre du jet passe de $d_1 = 78$ pixels à $d_2 = 45$ pixels. En quelle proportion la vitesse a-t-elle varié ?

Exercice 3 : Tornade [♦♦◊]

Le champ des vitesses au sein d'une tornade peut être modélisé simplement en coordonnées cylindriques par

$$\vec{v}(r) = \begin{cases} \omega r\,\vec{e}_\theta & \text{si} \quad r \leq a \\ \dfrac{K}{r}\,\vec{e}_\theta & \text{si} \quad r \geq a \end{cases}$$

avec ω et K deux constantes.

1 - Sachant que le champ des vitesses ne présente pas de discontinuité, déterminer K.

2 - Représenter le champ des vitesses en traçant la fonction $v(r)$ puis en traçant quelques vecteurs vitesse le long d'une droite passant par l'origine. Préciser l'allure des lignes de courant.

3 - Montrer que l'écoulement de l'air est incompressible.

4 - Cet écoulement est-il tourbillonnaire ?

Donnée : en coordonnées sphériques et pour un champ $\vec{A} = \vec{A}(r)$ ne dépendant que de r,

▷ $\operatorname{div} \vec{A} = \dfrac{1}{r}\dfrac{\partial(rA_r)}{\partial r}$

▷ $\overrightarrow{\operatorname{rot}}\,\vec{A} = -\dfrac{\partial A_z}{\partial r}\,\vec{e}_\theta + \dfrac{1}{r}\dfrac{\partial(rA_\theta)}{\partial r}\,\vec{e}_z$

Exercice 4 : Houle [♦♦◊]

La hauteur d'eau de la houle peut être modélisée comme une sinusoïde

$$h = h(x) = H\cos(\omega t - kx)$$

associée au champ de vitesse dans l'eau

$$\vec{v}(x,y,z) = H\omega\,\mathrm{e}^{kz}\left[\cos(kx-\omega t)\vec{u}_x + \sin(kx-\omega t)\vec{u}_z\right]$$

où l'axe x est sa direction de propagation et l'axe z un axe vertical ascendant dont l'origine est choisie au niveau moyen de la mer. Par définition, le nombre d'onde k est relié à la longueur d'onde la houle par $k = 2\pi/\lambda$.

1 - De quel type d'onde s'agit-il ? Dans quelle direction se propage-t-elle ?

2 - Représenter graphiquement le champ de vitesse à l'instant $t = 0$ en $x = 0$ (qui correspond au sommet d'une vague), $x = \lambda/4$ et $x = \lambda/2$ (creux d'une vague).

3 - L'écoulement est-il compressible ou non ?

4 - L'écoulement est-il tourbillonnaire ou irrotationnel ?

Exercice 5 : Résistance hydraulique d'une conduite [♦♦◊]

On considère une conduite cylindrique de longueur L et de rayon R dans laquelle se trouve un fluide homogène et incompressible de viscosité η et de masse volumique μ. On impose à l'aide d'une pompe une différence de pression ΔP entre les deux extrémités de la conduite, ce qui entraîne un écoulement du fluide appelé **écoulement de Poiseuille**.

On admet qu'en coordonnées cylindriques le champ des vitesses $\vec{v} = v(r)\vec{e}_z$ dans la conduite est solution de l'équation différentielle

$$\frac{\eta}{r}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}r}\left(r\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}r}\right) = -\frac{\Delta P}{L}\,.$$

1 - Établir l'expression de $v(r)$ et représenter le profil de vitesse.

2 - Déterminer le débit volumique dans la conduite.

3 - On appelle résistance hydraulique $R_\mathrm{H} = \Delta P/D_\mathrm{v}$. Justifier cette dénomination par analogie avec d'autres phénomènes connus, puis exprimer R_H en fonction des données du problème.

4 - On dipose de deux conduites identiques. Comparer les débits volumiques si les conduites sont placées en série ou en parallèle.

Annales de concours

Exercice 6 : Glissement sur un plan incliné lubrifié [oral banque PT, ♦♦◊]

On étudie le glissement d'un solide de masse M sur un plan incliné d'un angle α. Ce plan est lubrifié par une fine couche (épaisseur e) d'un fluide visqueux (viscosité η) sur laquelle glisse le solide, voir figure 1.

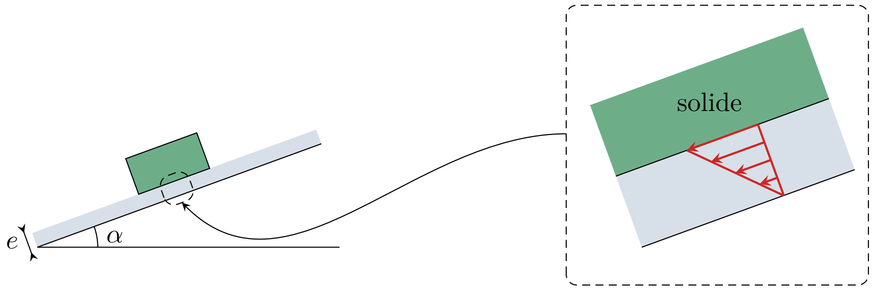


Figure 1 – **Glissement d'un solide sur un plan incliné lubrifié.** La figure de droite représente en zoom le champ des vitesses dans la couche de lubrifiant.

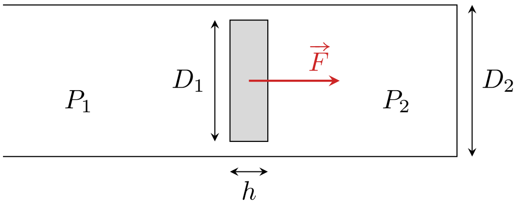
1 - Proposer un paramétrage adapté à la situation.

2 - Donner l'expression du champ de vitesse dans la couche de lubrification en fonction de la vitesse V du solide le long du plan incliné.

3 - En déduire l'expression de la force de frottement subie par le solide.

4 - Établir l'équation différentielle vérifiée par la vitesse V du solide et en déduire la vitesse limite qu'il atteint.

Exercice 7 : Déplacement d'un piston à huile [oral banque PT, ♦♦♦]



On considère un piston formé d'un cylindre plein (diamètre D_1, épaisseur h) coulissant dans un cylindre creux (diamètre $D_2 > D_1$). Le fluide à l'intérieur du piston est de l'huile de masse volumique μ et de viscosité η. On suppose $P_2 = 2P_1$. Un opérateur appuie de manière quasi-statique sur le piston avec une force F.

1 - Estimer simplement le gradient de pression GP dans l'interstice.

2 - On admet que la vitesse débitante du fluide dans l'interstice s'écrit $v_\mathrm{d} = \alpha\,\mathrm{GP}/\eta$, où α est une constante dépendant uniquement des diamètres. Déterminer le débit volumique de fuite.

3 - Estimer la force de frottement visqueux sur le piston.

4 - En déduire la force que doit exercer l'opérateur pour pouvoir pousser le piston.