BLAISE PASCAL
PT 2018-2019

TD 9 – Thermodynamique industrielle

Bilans d'énergie des écoulements en conduite

Flasher ce code pour accéder aux corrigés

Exercices

Exercice 1 : Écritures du théorème de Bernoulli [♦◇◇]

Parmi les écritures ci-dessous du théorème de Bernoulli, indiquer lesquelles sont justes, lesquelles sont fausses, et pourquoi. Pour chaque écriture juste, préciser sa dimension (pression, énergie massique, puissance, etc.). On note les pertes de charge $\Delta p > 0$ (homogène à une pression) ou $\Delta h > 0$ (homogène à une hauteur).

1 - $\dfrac{p_\mathrm{s}}{\rho} + \dfrac{1}{2}v_\mathrm{s}^2 + gz_\mathrm{s} = \dfrac{p_\mathrm{e}}{\rho} + \dfrac{1}{2}v_\mathrm{e}^2 + gz_\mathrm{e}$

2 - $p_\mathrm{s} + \dfrac{1}{2}\rho v_\mathrm{s}^2 + gz_\mathrm{s} = p_\mathrm{e} + \dfrac{1}{2}\rho v_\mathrm{e}^2 + gz_\mathrm{e}$

3 - $\left(\dfrac{p_\mathrm{s}}{\rho} + \dfrac{1}{2}v_\mathrm{s}^2 + gz_\mathrm{s}\right) - \left(\dfrac{p_\mathrm{e}}{\rho} + \dfrac{1}{2}v_\mathrm{e}^2 + gz_\mathrm{e}\right) = -\Delta p$

4 - $D_\mathrm{m}\left(\dfrac{p_\mathrm{s}}{\rho} + \dfrac{1}{2}v_\mathrm{s}^2 + gz_\mathrm{s}\right) - D_\mathrm{m}\left(\dfrac{p_\mathrm{e}}{\rho} + \dfrac{1}{2}v_\mathrm{e}^2 + gz_\mathrm{e}\right) = \mathcal{P}_\mathrm{i}$

5 - $\left(\dfrac{p_\mathrm{s}}{\rho} + \dfrac{1}{2}v_\mathrm{s}^2 + gz_\mathrm{s}\right) - \left(\dfrac{p_\mathrm{e}}{\rho} + \dfrac{1}{2}v_\mathrm{e}^2 + gz_\mathrm{e}\right) = -g\,\Delta h$

6 - $\left(\dfrac{p_\mathrm{s}}{\rho} + \dfrac{1}{2}v_\mathrm{s}^2 + z_\mathrm{s}\right) - \left(\dfrac{p_\mathrm{e}}{\rho} + \dfrac{1}{2}v_\mathrm{e}^2 + z_\mathrm{e}\right) = w_\mathrm{i}$

7 - $D_\mathrm{m}\left(\dfrac{p_\mathrm{s}}{\rho} + \dfrac{1}{2}v_\mathrm{s}^2 + gz_\mathrm{s}\right) - D_\mathrm{m}\left(\dfrac{p_\mathrm{e}}{\rho} + \dfrac{1}{2}v_\mathrm{e}^2 + gz_\mathrm{e}\right) = w_\mathrm{i}$

8 - $\left(\dfrac{p_\mathrm{s}}{\rho g} + \dfrac{v_\mathrm{s}^2}{2g} + z_\mathrm{s}\right) - \left(\dfrac{p_\mathrm{e}}{\rho g} + \dfrac{v_\mathrm{e}^2}{2g} + z_\mathrm{e}\right) = -\Delta h$

9 - $D_\mathrm{m}\left(\dfrac{p_\mathrm{s}}{\rho} + \dfrac{1}{2}v_\mathrm{s}^2 + gz_\mathrm{s}\right) - D_\mathrm{m}\left(\dfrac{p_\mathrm{e}}{\rho} + \dfrac{1}{2}v_\mathrm{e}^2 + gz_\mathrm{e}\right) = D_\mathrm{m} g\,\Delta h$

10 - $D_V\left(p_\mathrm{s} + \dfrac{1}{2}\rho v_\mathrm{s}^2 + \rho g z_\mathrm{s}\right) - D_V\left(p_\mathrm{e} + \dfrac{1}{2}\rho v_\mathrm{e}^2 + \rho g z_\mathrm{e}\right) = \mathcal{P}_\mathrm{i} - D_V\,\Delta p$

11 - $\left(p_\mathrm{s} + \dfrac{1}{2}\rho v_\mathrm{s}^2 + \rho g z_\mathrm{s}\right) - \left(p_\mathrm{e} + \dfrac{1}{2}\rho v_\mathrm{e}^2 + \rho g z_\mathrm{e}\right) = \rho w_\mathrm{i}$

Exercice 2 : Débitmètre de Venturi [♦◇◇]

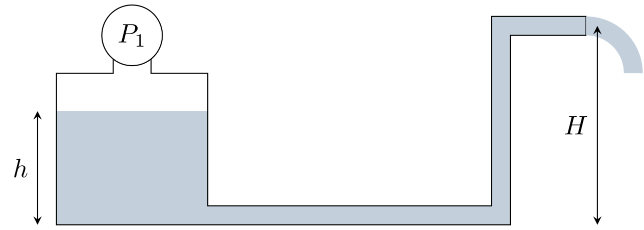
Un débitmètre de Venturi est un dispositif, représenté figure 1, qui permet de mesurer le débit d'un écoulement permanent incompressible dans une conduite. Il s'agit d'imposer un rétrécissement de section et de mesurer grâce à un manomètre différentiel la différence de pression entre deux prises de pression placées en amont et au cœur du resserrement de section.

Figure 1 – Débitmètre de Venturi.

1 - Comment évolue la vitesse débitante entre les deux sections S_1 et S_2 où sont placées les prises de pression ? En déduire le signe de $\Delta p = p_1 - p_2$.

2 - Exprimer le débit volumique dans la conduite en fonction notamment de Δp et du rapport des sections.

Exercice 3 : Écoulement forcé [♦◇◇]



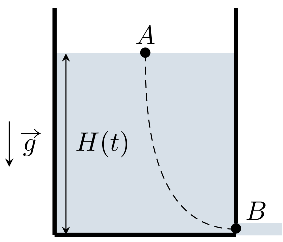
Au sein d'une installation industrielle, on doit pomper de l'eau dans une citerne posée sur le sol, pour l'éjecter dans l'atmosphère, à une hauteur $H = 5\,\mathrm{m}$ au dessus du sol, avec un débit minimal $Q = 5\,\mathrm{L\cdot s^{-1}}$ dans une conduite de diamètre $D = 5\,\mathrm{cm}$. On note $\Delta h = 0{,}5\,\mathrm{m}$ la perte de charge totale exprimée en hauteur équivalente.

1 - Déterminer la vitesse débitante U en sortie de la conduite.

2 - Une première installation met l'eau sous pression grâce à de l'air comprimé. Déterminer la pression P_1 minimale que doit pouvoir imposer le dispositif pour vider la citerne entièrement.

3 - Une seconde installation remplace l'air comprimé par une pompe : le dessus de la citerne est donc laissé à l'air libre. Déterminer la puissance $\mathcal{P}$ minimale de la pompe.

Exercice 4 : Vidange d'un réservoir [♦♦◇]



Soit un réservoir cylindrique de section S, initialement rempli d'eau avec une hauteur H_0. On perce au point B, au fond de ce réservoir, un orifice de section $s \ll S$, par lequel il se vide. On suppose étudier la vidange dans une approximation de régime quasi-stationnaire.

1 - Montrer que $v_B \gg v_A$.

2 - En appliquant la relation de Bernoulli, montrer que le débit volumique sortant du cylindre s'exprime par $D_V = s\sqrt{2gH(t)}$.

3 - Établir l'équation différentielle en $H(t)$ qui régit la vidange du réservoir.

4 - En déduire le temps T nécessaire pour vider intégralement le réservoir.

5 - En fonction de la façon dont l'orifice est percé, on peut observer des écarts significatifs aux relations établies précédemment. Quelle peut en être l'origine ?

Exercice 5 : Alimentation d'un robinet par un récupérateur d'eau de pluie [♦♦◇]

On dispose d'un récupérateur d'eau de pluie relié à un robinet situé à une distance $L = 30\,\mathrm{m}$ par une conduite en cuivre de diamètre $D = 15\,\mathrm{mm}$. Le robinet est situé à $h = 1\,\mathrm{m}$ au dessus du sol. L'installation est équipée d'une pompe qui permet de garantir un débit suffisant pour remplir un arrosoir de 15 L en 30 s. On suppose le récupérateur d'eau rempli jusqu'à une hauteur $H = 1{,}50\,\mathrm{m}$ au dessus du sol.

On tient compte d'une perte de charge régulière dans la conduite, donnée par la perte de pression

$$\Delta p = \lambda \frac{\mu L V^2}{2D}\,.$$

Le coefficient de perte de charge λ dépend à la fois du nombre de Reynolds de l'écoulement et des rugosités de la conduite, qui sont pour le cuivre de hauteur caractéristique $e = 1{,}5\,\mathrm{\mu m}$.

Données : masse volumique $\mu = 1{,}0 \cdot 10^3\,\mathrm{kg\cdot m^{-3}}$; viscosité $\eta = 1{,}0 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{Pa\cdot s}$.

1 - Calculer la vitesse débitante V dans la conduite et le nombre de Reynolds de l'écoulement, défini par

$$Re = \frac{\mu V D}{\eta}\,.$$

2 - En utilisant l'abaque donnée figure 2, déterminer le coefficient de perte de charge λ puis la valeur numérique de la chute de pression Δp.

3 - En déduire la puissance indiquée que la pompe doit fournir à l'eau pour maintenir le débit.

4 - La pompe a un rendement de 60 %, en déduire la puissance électrique consommée lorsque le robinet est ouvert.

5 - Les valeurs obtenues ici sont en fait sous-estimées. Quel phénomène négligé ici permet de l'expliquer ?

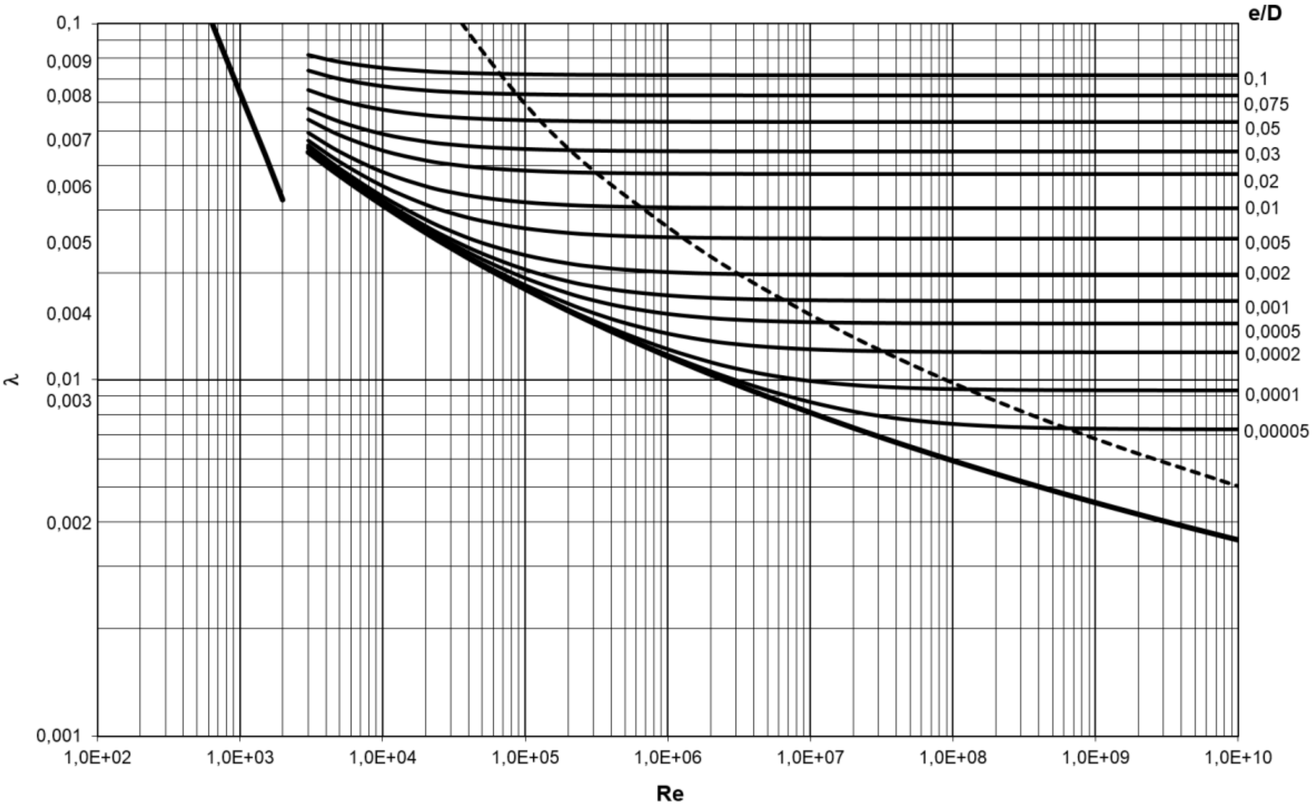


Figure 2 – Abaque de Moody.

Annales de concours

Exercice 6 : Alimentation d'une maison depuis un château d'eau [écrit PT 2015, ♦♦◊]

On s'intéresse à une alimentation domestique en eau via un château d'eau. Le château d'eau est modélisé par un réservoir ouvert sur l'atmosphère, haut de $H = 20\,\mathrm{m}$ et de section maximale $S_0 = 25\,\mathrm{m}^2$, voir figure 1. Ce réservoir débouche sur une canalisation horizontale de section $s = 1{,}0 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m}^2$. Cette canalisation alimente une installation domestique qui comporte un robinet ouvrant sur l'air atmosphérique par une ouverture de même section s.

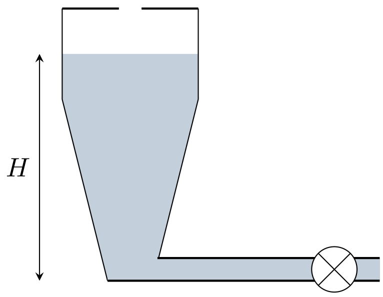


Figure 3 – Schéma général.

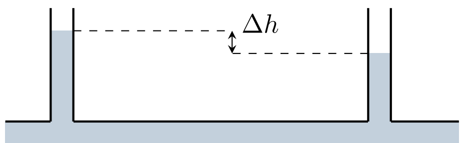


Figure 4 – Mesure de perte de charge.

1 - Justifier que la vitesse d'écoulement de l'eau au niveau de la surface libre est négligeable devant la vitesse dans la canalisation.

2 - Calculer numériquement le vitesse de l'eau en sortie du robinet en négligeant les pertes de charge.

3 - Calculer numériquement le débit volumique.

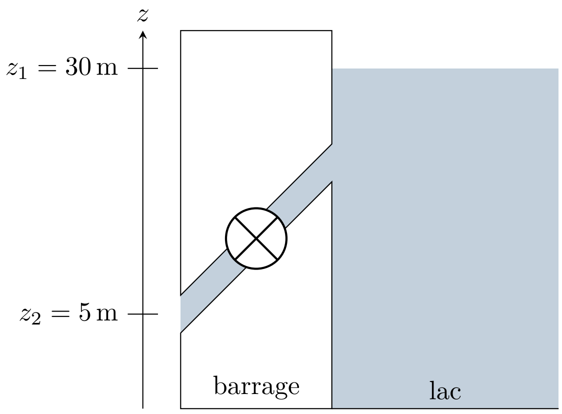
4 - La canalisation horizontale est le lieu d'une perte de charge régulière. Expliquer ce que cela signifie et en donner les causes. Exprimer le théorème de Bernoulli en introduisant un coefficient K caractéristique de cette perte de charge.

5 - Sur la canalisation horizontale on place deux tubes verticaux remplis d'eau séparés de $10\,\mathrm{m}$. On mesure une différence de hauteur d'eau $\Delta h = 2{,}0\,\mathrm{cm}$, voir figure 4. En déduire la perte de charge linéaire due au tuyau d'alimentation.

6 - Quelle est désormais la vitesse de l'eau en sortie du robinet situé à $1{,}0\,\mathrm{km}$ du chateau d'eau ?

7 - On souhaite retrouver la vitesse déterminée au début de l'exercice. On installe pour cela une pompe. Déterminer la puissance qu'elle doit fournir.

Exercice 7 : Production d'énergie hydroélectrique [oral banque PT, ♦♦◊]



L'eau d'un lac de retenue d'un barrage s'écoule par une conduite où se trouve une turbine. La conduite a un diamètre de sortie $D = 2{,}5\,\mathrm{m}$ et le débit volumique vaut $Q_{\mathrm{vol}} = 25\,\mathrm{m}^3\cdot\mathrm{s}^{-1}$.

1 - Définir physiquement la notion de débit volumique.

2 - Donner sans calcul la vitesse à la surface du lac. Calculer la vitesse en sortie de la conduite.

3 - En appliquant la relation de Bernoulli, calculer la puissance maximale disponible sur la turbine.

4 - Le rendement est en pratique de 60 %, ce qui donne une puissance en sortie de turbine de 3,5 MW. Commenter les écarts et quantifier ce phénomène.

Exercice 8 : Décollement du toit d'une cabane [oral banque PT, ♦♦◊]

On étudie l'écoulement de l'air au dessus d'un obstacle de hauteur H. On suppose l'écoulement laminaire, et on admet que l'obstacle n'a pas d'effet sur l'écoulement pour une altitude $z > 3H/2$.

Figure 5 – **Schéma de la situation.**

1 - Pour le tube de champ de vitesse représenté à gauche de la figure 5, donner deux équations reliant P_1, V_1, S_1 et P_2, V_2, S_2.

2 - Représenter les lignes de champ de vitesse autour de l'obstacle.

3 - Calculer la vitesse du vent au niveau de l'obstacle.

4 - L'obstacle est une cabane couverte d'un toit plat de masse M. À partir de quelle vitesse le vent peut-il soulever le toit ?