BLAISE PASCAL
PT 2019-2020

TD 6 – Thermodynamique

Transformations infinitésimales en thermodynamique

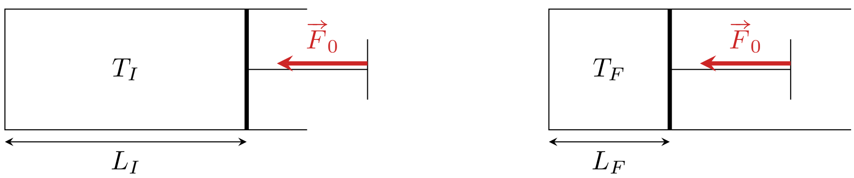
💡 Difficulté d'analyse et compréhension, initiative requise ;
🛠 Difficulté technique et calculatoire ;
☢ Exercice important.

Flasher ce code pour accéder aux corrigés

Révisions de PTSI

Exercice 1 : Échauffement adiabatique d'un gaz par compression [💡 1 | 🛠 0]

Considérons un gaz parfait dans une seringue fermée. Un opérateur appuie brusquement sur le piston de la seringue en exerçant une force $\vec{F}_0$ constante.



1 - Justifier que la transformation peut être considérée comme adiabatique.

2 - Déduire du premier principe la température finale. Commenter.

Exercice 2 : Capacité thermique massique du cuivre [💡 1 | 🛠 0]

Dans un calorimètre dont la valeur en eau[1] vaut $\mu = 41\,\mathrm{g}$, on verse $100\,\mathrm{g}$ d'eau. Une fois l'équilibre thermique atteint, la température mesurée est de $20\,°\mathrm{C}$. On plonge alors un barreau métallique de cuivre de masse $200\,\mathrm{g}$ à une température initiale de $60\,°\mathrm{C}$. À l'équilibre final, la température est de $30\,°\mathrm{C}$. Déterminer la capacité thermique massique du métal.

La capacité thermique massique de l'eau vaut $c_{\mathrm{eau}} = 4{,}18\,\mathrm{kJ\cdot K^{-1}\cdot kg^{-1}}$. On suppose que toutes les capacités thermiques sont constantes dans le domaine de température considéré.

Exercice 3 : De la glace qui fond [💡 2 | 🛠 1 | ☢]

N.B. Le corrigé de l'exercice est très détaillé : n'hésitez pas à le travailler seul pour vous entraîner.

Dans un calorimètre aux parois calorifugées et de capacité thermique négligeable, on introduit une masse $m_{\mathrm{liq}} = 1{,}00\,\mathrm{kg}$ d'eau liquide initialement à $T_1 = 20\,°\mathrm{C}$. On y ajoute une masse $m_{\mathrm{gl}} = 0{,}50\,\mathrm{kg}$ de glace à $T_2 = 0\,°\mathrm{C}$. On suppose que la transformation se fait à pression constante $P_{\mathrm{atm}} = 1\,\mathrm{bar}$.

Données : enthalpie massique de fusion de l'eau $\Delta_{\mathrm{fus}}h = 3{,}3\cdot 10^2\,\mathrm{kJ\cdot kg^{-1}}$ et capacité thermique massique de l'eau liquide $c = 4{,}2\,\mathrm{kJ\cdot K^{-1}\cdot kg^{-1}}$.

1 - On suppose qu'à l'état final l'eau est entièrement sous forme liquide. Déterminer sa température T_{F}. Conclure.

2 - On suppose maintenant qu'à l'état final l'eau est présente sous forme d'un mélange solide et liquide. Que peut-on dire sans calcul sur l'état final ? Déterminer la composition du mélange, c'est-à-dire la masse de chaque phase.

1. Rappel : la valeur en eau d'un calorimètre renseigne sur sa capacité thermique, un calorimètre de valeur en eau μ a par définition la même capacité thermique qu'une masse d'eau liquide μ.

Exercice 4 : Équilibre d'une enceinte à deux compartiments [💡 2 | ✂ 2]

Une enceinte indéformable aux parois calorifugées est séparée en deux compartiments par une cloison d'aire S étanche, diatherme et mobile sans frottement. Les deux compartiments contiennent un même gaz parfait. Dans l'état initial, la cloison est maintenue au milieu de l'enceinte. Le gaz du compartiment 1 est dans l'état (T_0, P_0, V_0) et le gaz du compartiment 2 dans l'état $(T_0, 2P_0, V_0)$. On laisse alors la cloison bouger librement jusqu'à ce que le système atteigne un état d'équilibre.

1 - Déterminer l'état final.

2 - Calculer l'entropie crée.

Donnée : entropie molaire d'un gaz parfait

$$S'_\mathrm{m} - S_\mathrm{m} = \frac{R}{\gamma - 1} \ln \frac{T'}{T} + R \ln \frac{V'}{V} \,.$$

Exercices

Exercice 5 : Démonstration de la loi de Laplace [💡 1 | ✂ 2 | ⊛]

1 - Souvenirs ...
***1.a* -** Rappeler la loi de Laplace en P, V et ses conditions d'application.
***1.b* -** Démontrer les variantes en T, V et en T, P.

L'objectif de l'exercice est de démontrer cette loi par les outils de la thermodynamique différentielle. On raisonne sur n moles de gaz parfait, d'exposant adiabatique γ, soumis seulement aux forces de pression, et qui subit une transformation adiabatique réversible quasi-statique. On rappelle que pour un gaz parfait $C_V = nR/(\gamma - 1)$.

2 - Montrer que

$$\frac{nR}{\gamma - 1} \mathrm{d}T = -P \, \mathrm{d}V \,.$$

3 - En déduire que $V \, \mathrm{d}P = -\gamma P \, \mathrm{d}V$.

4 - Intégrer cette relation par séparation des variables et conclure.

Exercice 6 : Transformation polytropique [💡 2 | ✂ 3]

On s'intéresse à l'évolution d'un gaz parfait subissant une transformation **polytropique**. De telles transformations sont intermédiaires entre des adiabatiques et des isothermes, et se rencontrent en thermodynamique industrielle, par exemple lorsque le système réfrigérant ne permet pas d'éliminer tout le transfert thermique produit par une réaction chimique. Une telle transformation peut être modélisée par la relation

$$\mathrm{d}s = c \, \frac{\mathrm{d}T}{T}$$

où s est l'entropie massique, T la température thermodynamique, et c est une constante appelée la capacité thermique massique vraie de l'évolution.

On note par ailleurs c_P et c_v les capacités thermiques massiques à pression et volume constant du gaz ainsi que $r = R/M$, appelée constante massique du gaz.

1 - Montrer que l'évolution polytropique d'un gaz parfait vérifie (v étant le volume massique)

$$(c - c_V) \frac{\mathrm{d}T}{T} - r \frac{\mathrm{d}v}{v} = 0 \,.$$

2 - En déduire par intégration qu'au cours d'une évolution polytropique $Pv^k = \text{cte}$ où k est une constante qui s'exprime en fonction de c_P, c_V et c.

3 - Réécrire la relation obtenue question 1 en fonction de k. En déduire que le travail massique reçu au cours de l'évolution vaut

$$\delta w = \frac{r}{k - 1} \mathrm{d}T \,.$$

4 - En déduire le transfert thermique reçu par le gaz.

5 - Quelle valeur faut-il donner à k pour que l'évolution polytropique devienne une isobare ? une isochore ? une adiabatique ? une isotherme ? Interpréter.

Exercice 7 : Chauffage isobare d'un gaz parfait [1 | 1]

On considère une enceinte calorifugée, fermée par un piston libre de coulisser sans frottements, contenant un gaz parfait. La pression extérieure est notée p_0. Initialement, le volume de l'enceinte est V_0, la température et la pression du gaz T_0 et p_0.

Il y a dans l'enceinte une résistance, alimentée par un générateur de courant idéal délivrant l'intensité I. La résistance varie avec la température selon la loi $R(T) = R_0 T/T_0$.

1 - Déterminer l'évolution de la température du gaz au cours du temps.

2 - En déduire l'expression de l'évolution du volume au cours du temps.

Annales de concours

Exercice 8 : Bilan d'entropie [oral banque PT | 2 | 2 |]

On dipose d'un litre d'eau à 20 °C que l'on met en contact avec un thermostat à 100 °C pour le vaporiser. Le thermostat évolue de façon réversible.

1 - Calculer la variation d'entropie de l'eau et du thermostat et l'entropie créée.

2 - Reprendre la question si l'opération est réalisée en deux temps en commençant par un thermostat intermédiaire à 60 °C. Comparer les résultats obtenus pour les deux transformations.

Données :

▷ au cours d'une transformation $1 \to 2$, l'entropie d'un liquide de capacité thermique C varie de

$$\Delta S = C \ln \frac{T_2}{T_1} \,.$$

▷ capacité thermique massique de l'eau liquide : $c = 4{,}18\,\mathrm{kJ \cdot K^{-1} \cdot kg^{-1}}$;
▷ enthalpie de vaporisation de l'eau : $\Delta_{\mathrm{vap}} h = 2{,}26 \cdot 10^3\,\mathrm{kJ \cdot kg^{-1}}$.

Exercice 9 : Canon à neige [oral banque PT | 2 | 2 |]

La neige artificielle est obtenue en pulvérisant de fines gouttes d'eau liquide à $T_0 = 10\,°\mathrm{C}$ dans l'air ambiant à $T_\mathrm{a} = -15\,°\mathrm{C}$. Le déplacement dans l'air soumet chaque goutte à une perte thermique que l'on modélise à travers la loi de Newton,

$$\phi = h(T - T_\mathrm{a})S \,,$$

où ϕ est le flux thermique [2] cédé par la goutte d'eau, T sa température, h un coefficient constant et S la surface à travers a lieu l'échange.

1 - En supposant la goutte indéformable de rayon R et à l'équilibre mécanique, établir la relation

$$\mu\, c R \frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}t} = -3h(T - T_\mathrm{a}) \,.$$

2 - En déduire que

$$\frac{T - T_\mathrm{a}}{T_0 - T_\mathrm{a}} = \mathrm{e}^{-t/\tau}$$

en exprimant τ en fonction de μ, R, c et h. En déduire l'instant t_1 au bout duquel la goutte d'eau atteint une température $T_1 = -5{,}0\,°\mathrm{C}$.

3 - Lorsque la goutte atteint T_1, le phénomène de surfusion cesse : la goutte se solidifie partiellement. Calculer la fraction massique x de liquide restant à solidifier en supposant la transformation très rapide et adiabatique.

4 - Au bout de combien de temps la goutte est-elle totalement solidifiée ?

Données :

▷ rayon de la goutte d'eau $R = 0{,}20\,\mathrm{mm}$,
▷ coefficient convectif $h = 65\,\mathrm{W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}}$,
▷ masse volumique de l'eau liquide $\mu = 1{,}0 \cdot 10^3\,\mathrm{kg \cdot m^{-3}}$,
▷ capacité thermique massique de l'eau liquide $c = 4{,}2 \cdot 10^3\,\mathrm{J \cdot kg^{-1}}$,
▷ chaleur latente de fusion de la glace $\ell_\mathrm{fus} = 330\,\mathrm{kJ \cdot kg^{-1}}$.

2. Nous le définirons lors du chapitre sur la conduction thermique : il représente la puissance thermique, c'est-à-dire $\delta Q = \phi\,\mathrm{d}t$.

Exercice 10 : Transformation polytropique [oral banque PT | 3 | 3]

Considérons n moles de gaz parfait, subissant une transformation polytropique réversible, telle que $\delta Q = a\,\mathrm{d}H$.

1 - Montrer qu'il existe un réel k tel que $PV^k = \text{cte}$. Exprimer k en fonction de a et du coefficient isentropique γ.

2 - Déterminer les valeurs de a et k pour les transformations usuelles : isobare, isentropique, isotherme.

Problème ouvert

> *Pour aborder un exercice de type résolution de problème, il peut notamment être utile de faire un schéma modèle, d'identifier et nommer les grandeurs pertinentes, d'utiliser l'analyse dimensionnelle, de proposer des hypothèses simplificatrices, de décomposer le problème en des sous-problèmes simples, etc. Le candidat peut également être amené à proposer des valeurs numériques raisonnables pour les grandeurs manquantes ... et toutes les valeurs données ne sont pas forcément utiles. Le tout est évidemment à adapter à la situation proposée !*

Exercice 11 : Combien de glaçons dans le jus de fruits ? [3 | 1]

Par une chaude journée d'été, vous avez oublié de mettre au frigo le jus de fruits de l'apéritif. Combien de glaçons devez-vous y ajouter pour qu'il soit aussi rafraîchissant ?

Données :
- enthalpie massique de fusion de l'eau : $3{,}3 \cdot 10^2\,\mathrm{kJ \cdot kg^{-1}}$;
- capacité thermique massique de l'eau liquide : $4{,}2\,\mathrm{kJ \cdot K^{-1} \cdot kg^{-1}}$;
- capacité thermique massique de l'eau solide : $2{,}1\,\mathrm{kJ \cdot K^{-1} \cdot kg^{-1}}$;