BLAISE PASCAL
PT 2019-2020

Chapitre 9 – Thermodynamique *Supports de cours*

Conduction thermique

Au programme

Extrait du programme officiel : partie 1 « Thermodynamique et mécanique des fluides », bloc 7 « Transfert d'énergie par conduction thermique ».

Le bloc 7 aborde l'étude de la conduction thermique dans les solides à l'aide de bilans infinitésimaux, la loi de Newton étant introduite pour faire le lien avec la thermodynamique industrielle. On se limite à l'étude de problèmes unidimensionnels.

Notions et contenus	Capacités exigibles
Densité de flux thermique.	Définir et algébriser la puissance thermique échangée à travers une interface.
Loi de Fourier.	Lier la non-uniformité de la température à l'existence d'un flux thermique et interpréter son sens. Citer des ordres de grandeur de conductivité thermique dans le domaine de l'habitat.
Bilan enthalpique.	Établir une relation différentielle entre la température et le vecteur densité de flux thermique.
Équation de la chaleur sans terme source.	Établir l'équation de la diffusion thermique. Interpréter qualitativement l'irréversibilité du phénomène. Lier le temps et la longueur caractéristiques d'un phénomène de diffusion au coefficient de diffusion thermique par une analyse dimensionnelle.
Analogie électrique dans le cas du régime stationnaire.	Définir la résistance thermique. Exploiter l'analogie lors d'un bilan thermique.
Loi de Newton.	Exploiter la loi de Newton fournie pour prendre en compte les échanges conducto-convectifs en régime stationnaire.

En **gras**, les points devant faire l'objet d'une approche expérimentale.

Au concours

- ▷ Écrit : épreuve A 2014 ; épreuves B 2015, 2016 et 2018. Les trois derniers sujets restent dans le cadre d'une dimension cartésienne.
- ▷ Oral : très souvent, c'est l'un des chapitres pour lesquels mon stock d'exercices est le plus fourni :)

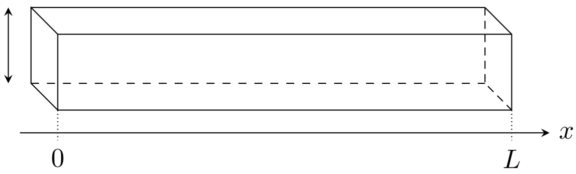
Plan du cours

Étienne Thibierge, 31 octobre 2019, www.etienne-thibierge.fr

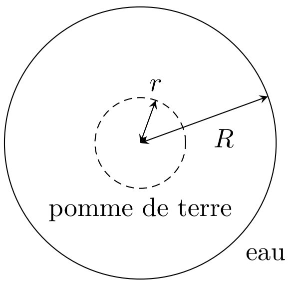
Exercices de cours

Exercice C1 : Des flux thermiques dans tous les sens

1 - On considère une barre à section carrée de côté a. On impose $T(x=0) > T(x=L)$, et le régime stationnaire est supposé atteint. On suppose la température uniforme dans toute section de la barre mais dépendant de x, $T = T(x)$.

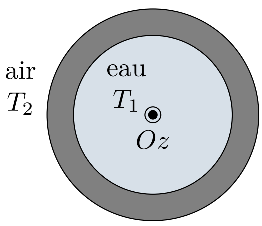


***1.a* -** Justifier que $\overrightarrow{j}_{\text{th}} = j_x(x)\,\overrightarrow{e}_x$. Quel est le sens de $\overrightarrow{j}$? Le signe de j_x ?
***1.b* -** Prévoir le signe du flux thermique $\phi_{\text{e}}(x=0)$ entrant dans la barre par la face située en $x = 0$. L'exprimer en fonction de j_x.
***1.c* -** Mêmes questions pour le flux thermique sortant de la barre par cette même face $\phi_{\text{s}}(x=0)$.
***1.d* -** Mêmes questions pour le flux thermique entrant dans la barre par la face située en $x = L$.
***1.e* -** Mêmes questions pour le flux thermique sortant de la barre par cette même face.
***1.f* -** Comment les réponses aux questions précédentes sont elles modifiées si $T(x=0) < T(x=L)$?



2 - Considérons maintenant une pomme de terre, modélisée par une sphère isotrope de rayon R, en train de cuire dans de l'eau bouillante.
***2.a* -** Indiquer le sens réel du vecteur densité de courant thermique. L'exprimer dans la base adéquate, en précisant le signe de la composante.
***2.b* -** Prévoir le sens du flux thermique à l'interface entre la pomme de terre et l'eau. L'exprimer.
***2.c* -** On considère une sphère de rayon $r < R$ interne à la pomme de terre. Prévoir le sens du flux thermique au travers de cette sphère et l'exprimer.

Exercice C2 : Densité de flux thermique dans une canalisation



On s'intéresse à un tuyau de chauffage en cuivre, de rayon intérieur R_1 et extérieur R_2. La température de l'eau qui circule dans le tuyau est T_1 et celle de l'air environnant $T_2 < T_1$. La température au sein du tuyau est donnée par

$$T(r) = T_1 + \frac{T_2 - T_1}{\ln(R_2/R_1)} \ln \frac{r}{R_1}\,.$$

Indiquer sans calcul la direction et le sens du vecteur densité de flux thermique au travers de la paroi du tuyau, et le calculer.

Donnée : en coordonnées cylindriques, $\overrightarrow{\text{grad}}\, T = \dfrac{\partial T}{\partial r}\overrightarrow{e}_r + \dfrac{1}{r}\dfrac{\partial T}{\partial \theta}\overrightarrow{e}_\theta + \dfrac{\partial T}{\partial z}\overrightarrow{e}_z\,.$

Exercice C3 : Temps et longueur de diffusion

1 - Un étourdi oublie sa cuillère dans l'eau de cuisson des pâtes. Jusqu'à quelle hauteur le manche va-t-il chauffer pendant la cuisson ? Corollaire : risque-t-il de se brûler en la retirant quand les pâtes seront cuites ?

Donnée : diffusivité du fer $D \sim 2 \cdot 10^{-5}\,\mathrm{m^2 \cdot s^{-1}}$.

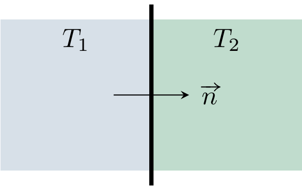
2 - Combien de temps (dans une unité adaptée !) faut-il pour que les variations de température se fassent ressentir dans une cave enterrée à 2 m de profondeur ?

Donnée : diffusivité du sol $D \sim 3 \cdot 10^{-7}\,\mathrm{m^2 \cdot s^{-1}}$.

Exercice C4 : Résistance thermique d'une canalisation

Calculer la résistance thermique d'une canalisation cylindrique de rayon interne et externe $R_1 < R_2$ et de longueur totale L, faite dans un matériau de conductivité λ. On suppose que dans la conduite la température ne dépend que de la coordonnée cylindrique r. On note T_1 la température intérieure et T_2 la température extérieure à la canalisation.

Exercice C5 : Résistance thermique de contact



Considérons l'interface entre deux milieux de températures respectives T_1 et T_2. Le vecteur densité de courant thermique est donné par la loi de Newton,

$$\vec{j} = h(T_1 - T_2)\vec{n}\,.$$

Calculer la résistance thermique d'une aire S de cette interface.

Exercice C6 : Double vitrage

Un double vitrage est constitué de deux vitres en verre séparées d'une couche d'air, toutes supposées de même surface S et de même épaisseur e.

1 - Schématiser le dispositif. Justifier qu'il s'agit d'une association en série.

2 - Calculer le rapport entre la résistance thermique du double vitrage et celle d'un simple vitrage de même épaisseur totale $3e$. Commenter.

3 - D'après ce modèle, comment peut-on améliorer simplement performance du double vitrage ? Quel problème se pose en pratique ?

4 - Les normes de construction des bâtiments dits passifs ou à énergie positive recommandent plutôt l'usage du triple vitrage. Quel phénomène, négligé dans les questions précédentes, permet de l'expliquer ?

Données : conductivités thermiques de l'air $\lambda_a = 3 \cdot 10^{-2}\,\mathrm{W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}}$ et du verre $\lambda_v = 1\,\mathrm{W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}}$.

Exercice C7 : Fenêtre dans un mur

Un mur en béton, de dimensions $5\,\mathrm{m} \times 3\,\mathrm{m}$, de résistance thermique $R_0 = 2 \cdot 10^{-2}\,\mathrm{K \cdot W^{-1}}$ est percé d'une fenêtre carrée de côté $20\,\mathrm{cm}$ en vitrage simple de résistance thermique $R = 8 \cdot 10^{-2}\,\mathrm{K \cdot W^{-1}}$.

1 - Comment expliquer que la résistance thermique du mur soit plus faible que celle de la fenêtre, alors que le béton est un meilleur isolant thermique que le verre ?

2 - Calculer la proportion de surface du mur occupée par la fenêtre.

3 - Calculer la résistance thermique totale. Quelle proportion des pertes thermiques est imputable à la fenêtre ?

Documents

Document 1 : Modes de transferts thermiques

On appelle **transfert thermique** ou **chaleur échangée** l'énergie échangée par le système par contact avec l'extérieur, résultant d'interactions microscopiques désordonnées. On distingue trois modes de transfert thermique.

▷ **Conduction** au sein d'un solide ou d'un liquide immobile : les molécules du solide, globalement fixes, se communiquent de l'énergie de proche en proche par collisions.

> ***Exemple :*** *Une habitation se refroidit par conduction thermique au travers des murs.*

▷ **Convection** au sein d'un fluide en mouvement : le fluide se déplace au niveau macroscopique, reçoit de l'énergie dans les zones chaudes et en cède aux zones froides.

> ***Exemple :*** *Aérer une habitation la refroidit car l'air intérieur, plus chaud, est remplacé par de l'air plus froid venu de l'extérieur ... et d'ailleurs on peut sentir le courant d'air.*

▷ **Rayonnement** électromagnétique : un corps chaud brille, c'est-à-dire qu'il envoie de l'énergie sous forme d'ondes électromagnétiques, qui est absorbée par les autres corps.

> ***Exemple :*** *C'est évidemment par rayonnement que le Soleil réchauffe la Terre.*

Dans le cas du rayonnement, le transfert a lieu dans les deux sens (la Terre rayonne elle aussi de l'énergie vers le Soleil), mais globalement le solide chaud cède plus d'énergie que le froid.

En règle générale, les trois modes de transfert thermique coexistent mais ils n'ont pas tous la même importance. En particulier, les transferts thermiques par convection sont généralement beaucoup plus efficaces que la conduction dès qu'ils sont possibles.

Document 2 : Ordres de grandeur

Matériau	Conductivité λ ($\mathrm{W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}}$)	Diffusivité D ($\mathrm{m^2 \cdot s^{-1}}$)
Cuivre	$4 \cdot 10^{2}$	$1 \cdot 10^{-4}$
Zinc	$1 \cdot 10^{2}$	$4 \cdot 10^{-5}$
Béton	1	$5 \cdot 10^{-7}$
Verre	0,9	$5 \cdot 10^{-7}$
Humus	0,5	$1 \cdot 10^{-7}$
Laine de verre	$5 \cdot 10^{-2}$	$6 \cdot 10^{-7}$
Polystyrène expansé	$4 \cdot 10^{-2}$	$2 \cdot 10^{-6}$
Eau (*)	0,6	$1 \cdot 10^{-7}$
Air (*)	$3 \cdot 10^{-2}$	$2 \cdot 10^{-5}$

(*) La conductivité thermique décrit uniquement les transferts thermiques par conduction, qui sont très souvent dominés par la convection dans les fluides. Ces valeurs sont donc à utiliser avec précaution, uniquement dans le cas où il n'y a pas de mouvement au sein du fluide.

Les conductivités thermiques dépendent faiblement de la température : à notre niveau, cette dépendance sera considérée comme négligeable.

Document 3 : Résolution numérique de l'équation de diffusion à une dimension

On résout numériquement l'équation de diffusion pour un mur unidimensionnel,

$$\frac{\partial T}{\partial t} = D \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \,.$$

Les données numériques choisies sont $e = 1\,\mathrm{m}$, $D = 0{,}1\,\mathrm{m^2 \cdot min^{-1}}$. La température dans le mur est supposée uniformément égale à $20\,°\mathrm{C}$, et on impose un échelon de température en $x = 0$ à l'instant initial. La température en $x = e$ est maintenue constante.

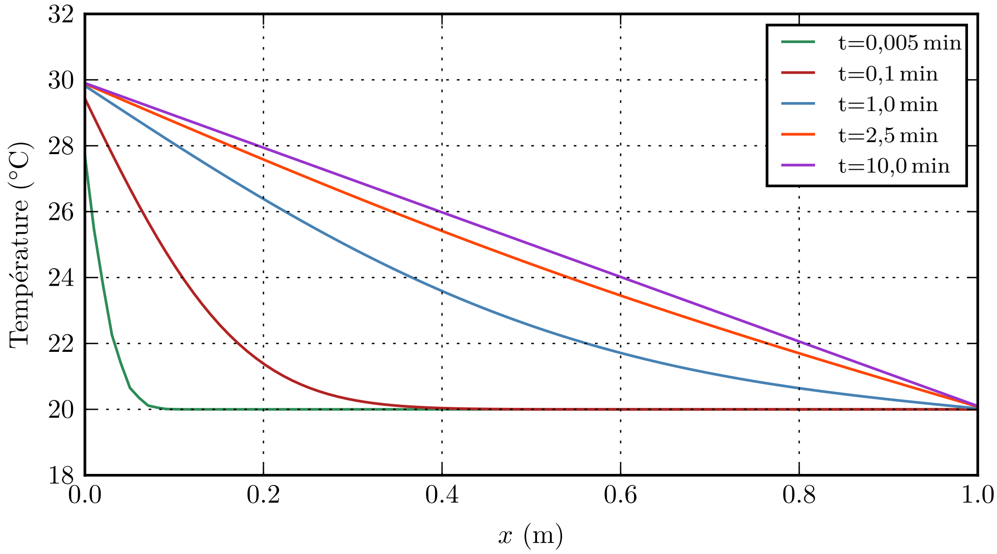
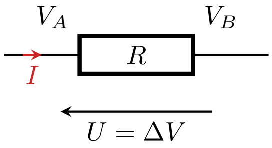
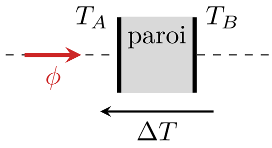


Figure 1 – Profil de température au sein du mur à différents instants.

Document 4 : Analogies entre conduction électrique et conduction thermique

Nous expliquerons dans le cours d'électromagnétisme que le transport de charges électriques dans un conducteur ohmique peut être décrire par un vecteur $\vec{j}_{\text{élec}}$ appelé vecteur densité de courant électrique dont le flux est l'intensité du courant. Les analogies formelles sont très fortes entre les deux domaines.

Conduction électrique	Conduction thermique
	
Intensité électrique $I = \iint_S \vec{j}_{\text{élec}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{d}S}$	Flux thermique $\phi = \iint_S \vec{j}_{\text{th}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{d}S}$
Loi des nœuds $I_\text{e} = I_\text{s} = I$	Conservation du flux $\phi_\text{e} = \phi_\text{s} = \phi$
Tension = différence de potentiel $U = \Delta V = V_A - V_B$	Différence de température $\Delta T = T_A - T_B$
Loi d'Ohm locale (mésoscopique) $\vec{j}_{\text{élec}} = -\gamma\, \overrightarrow{\text{grad}}\, V$	Loi de Fourier $\vec{j}_{\text{th}} = -\lambda\, \overrightarrow{\text{grad}}\, T$
Loi d'Ohm globale (macroscopique) $U = RI$ (convention récepteur)	Résistance thermique $\Delta T = R_{\text{th}}\, \phi$ (convention récepteur)