BLAISE PASCAL
PT 2020-2021

TD 13 – Thermodynamique

Transformations infinitésimales en thermodynamique

- Difficulté d'analyse et compréhension, initiative requise ;
- Difficulté technique et calculatoire ;
- Exercice important.

Flasher ce code pour accéder aux corrigés

Questions de cours

13.1 - Établir l'expression des capacités thermiques d'un gaz parfait en fonction de R et γ.

13.2 - Établir l'expression de l'entropie d'une phase condensée.

13.3 - En partant d'une identité thermodynamique, montrer sur l'exemple de la transition liquide-gaz qu'un changement d'état se fait toujours au profit de la phase de plus petit potentiel chimique.

Exercice 1 : Chauffage isobare d'un gaz parfait — 1 | 1

▷ *Transitoire thermique.*

On considère une enceinte calorifugée, fermée par un piston libre de coulisser sans frottements, contenant un gaz parfait. La pression extérieure est notée p_0. Initialement, le volume de l'enceinte est V_0, la température et la pression du gaz T_0 et p_0.

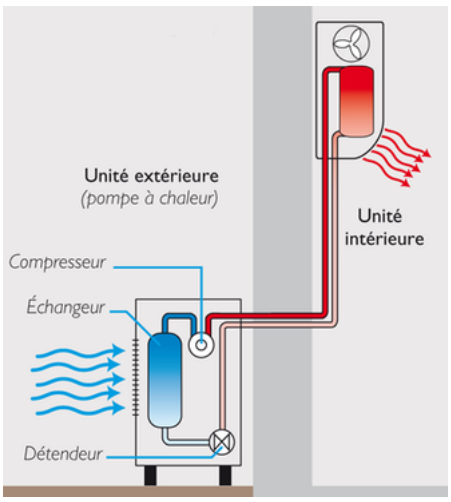
Il y a dans l'enceinte une résistance, alimentée par un générateur de courant idéal délivrant l'intensité I. La résistance varie avec la température selon la loi $R(T) = R_0 T / T_0$.

1 - Déterminer l'évolution de la température du gaz au cours du temps.

2 - En déduire l'expression de l'évolution du volume au cours du temps.

Exercice 2 : Chauffage par une pompe à chaleur — 2 | 2

▷ *Transitoire thermique ;*
▷ *Machine thermique.*



Une pompe à chaleur (abrégée PAC) est une machine thermique permettant d'effectuer un transfert thermique effectif de sens opposé au sens naturel, c'est-à-dire « du froid vers le chaud ». Dans une PAC, un fluide caloporteur est en écoulement dans un circuit passant alternativement à l'extérieur et à l'intérieur de la maison à chauffer. Rappelons que dans ce contexte l'extérieur de la maison est qualifié de « source froide » et l'intérieur de « source chaude ». À l'extérieur de la maison, le fluide reçoit une puissance thermique $\mathcal{P}_\mathrm{f} > 0$ ainsi qu'une puissance mécanique $\mathcal{P}_\mathrm{m} > 0$ au sein du compresseur, et à l'intérieur il reçoit une puissance thermique algébrique $\mathcal{P}_\mathrm{c} < 0$, ce qui revient à dire que le fluide restitue un transfert thermique à l'intérieur de la maison.

Cet exercice s'intéresse à l'évolution de la température intérieure T_c lorsque la PAC est mise en marche alors que la température extérieure T_f est constante.

Hypothèses de travail :

- ▷ Puissance du compresseur $\mathcal{P}_\mathrm{m} = \mathrm{cte}$;
- ▷ Le démarrage de la PAC est de durée négligeable : celle-ci est toujours supposée en régime permanent ;
- ▷ Les pertes thermiques au travers des murs de la maison sont également négligées ;
- ▷ Toutes les évolutions thermodynamiques de la PAC sont considérées réversibles.

1 - Par application des principes de la thermodynamique au fluide caloporteur de la PAC pendant une durée infinitésimale $\mathrm{d}t$, établir deux relations entre les puissances échangées et les températures des sources.

2 - Établir une relation supplémentaire en appliquant le premier principe à l'intérieur de la maison, de capacité thermique totale C, incluant l'air, les murs, le mobilier, etc.

3 - En déduire que la température T_c de la source chaude vérifie la relation

$$\left(1 - \frac{T_\mathrm{f}}{T_\mathrm{c}}\right) \frac{\mathrm{d}T_\mathrm{c}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathcal{P}_\mathrm{m}}{C} \, .$$

4 - En déduire la durée de chauffage τ nécessaire pour que la température intérieure s'élève de T_0 à $T_0 + \Delta T$.

Exercice 3 : Canon à neige

oral banque PT | 2 | 2 |

- ▷ *Transitoire thermique ;*
- ▷ *Changement d'état.*

La neige artificielle est obtenue en pulvérisant de fines gouttes d'eau liquide à $T_0 = 10\,°\mathrm{C}$ dans l'air ambiant à $T_\mathrm{a} = -15\,°\mathrm{C}$. Le déplacement dans l'air soumet chaque goutte à une perte thermique que l'on modélise à travers la loi de Newton,

$$\phi = h(T - T_\mathrm{a})S \, ,$$

où ϕ est le flux thermique cédé par la goutte d'eau, T sa température, h un coefficient constant et S la surface à travers a lieu l'échange.

1 - En supposant la goutte indéformable de rayon R et à l'équilibre mécanique, établir la relation

$$\mu\, c R \frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}t} = -3h(T - T_\mathrm{a}) \, .$$

2 - En déduire que

$$\frac{T - T_\mathrm{a}}{T_0 - T_\mathrm{a}} = \mathrm{e}^{-t/\tau}$$

en exprimant τ en fonction de μ, R, c et h. En déduire l'instant t_1 au bout duquel la goutte d'eau atteint une température $T_1 = -5{,}0\,°\mathrm{C}$.

3 - Lorsque la goutte atteint T_1, le phénomène de surfusion cesse : la goutte se solidifie partiellement. Calculer la fraction massique x de liquide restant à solidifier en supposant la transformation très rapide et adiabatique.

4 - Au bout de combien de temps la goutte est-elle totalement solidifiée ?

Données :

- ▷ rayon de la goutte d'eau $R = 0{,}20\,\mathrm{mm}$,
- ▷ coefficient conducto-convectif $h = 65\,\mathrm{W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}}$,
- ▷ masse volumique de l'eau liquide $\mu = 1{,}0 \cdot 10^3\,\mathrm{kg \cdot m^{-3}}$,
- ▷ capacité thermique massique de l'eau liquide $c = 4{,}2 \cdot 10^3\,\mathrm{J \cdot kg^{-1}}$,
- ▷ chaleur latente de fusion de la glace $\ell_\mathrm{fus} = 330\,\mathrm{kJ \cdot kg^{-1}}$.

Exercice 4 : Démonstration de la loi de Laplace

1 | 2 |

- ▷ *Gaz parfait ;*
- ▷ *Manipulation des différentielles.*

1 - Rappeler la loi de Laplace en P, V et ses conditions d'application. Retrouver les variantes en T, V et en T, P.

L'objectif de l'exercice est de démontrer cette loi par les outils de la thermodynamique différentielle. On raisonne sur n moles de gaz parfait, d'exposant adiabatique γ, soumis seulement aux forces de pression, et qui subit une transformation adiabatique réversible quasi-statique. On rappelle que pour un gaz parfait $C_V = nR/(\gamma - 1)$.

2 - Montrer que

$$\frac{nR}{\gamma - 1}\mathrm{d}T = -P\,\mathrm{d}V\,.$$

3 - En déduire que $V\,\mathrm{d}P = -\gamma P\,\mathrm{d}V$.

4 - Intégrer cette relation par séparation des variables et conclure.

Exercice 5 : Transformation polytropique

2 | 3

- ▷ *Gaz parfait ;*
- ▷ *Identité thermodynamique ;*
- ▷ *Manipulation des différentielles.*

On s'intéresse à l'évolution d'un gaz parfait subissant une transformation **polytropique**. De telles transformations sont intermédiaires entre des adiabatiques et des isothermes, et se rencontrent en thermodynamique industrielle, par exemple lorsque les transferts thermiques imparfaits ne suffisent pas à évacuer toute l'énergie libérée par une réaction chimique. Une telle transformation peut être modélisée par la relation

$$\mathrm{d}s = c\,\frac{\mathrm{d}T}{T}$$

où s est l'entropie massique, T la température thermodynamique, et c est une constante appelée la capacité thermique massique vraie de l'évolution.

On note par ailleurs c_P et c_v les capacités thermiques massiques à pression et volume constant du gaz ainsi que $r = R/M$, appelée constante massique du gaz.

1 - Montrer que l'évolution polytropique d'un gaz parfait vérifie (v étant le volume massique)

$$(c - c_V)\frac{\mathrm{d}T}{T} - r\frac{\mathrm{d}v}{v} = 0\,.$$

2 - En déduire par intégration qu'au cours d'une évolution polytropique $Pv^k = \text{cte}$ où k est une constante qui s'exprime en fonction de c_P, c_V et c.

3 - Réécrire la relation obtenue question 1 en fonction de k. En déduire que le travail massique reçu au cours de l'évolution vaut

$$\delta w = \frac{r}{k-1}\mathrm{d}T\,.$$

4 - En déduire le transfert thermique reçu par le gaz.

5 - Quelle valeur faut-il donner à k pour que l'évolution polytropique devienne une isobare ? une isochore ? une adiabatique ? une isotherme ? Interpréter.

Exercice 6 : Transformation polytropique

oral banque PT | 3 | 3

- ▷ *Gaz parfait ;*
- ▷ *Manipulation des différentielles.*

Considérons n moles de gaz parfait, subissant une transformation polytropique réversible, telle que $\delta Q = a\,\mathrm{d}H$.

1 - Montrer qu'il existe un réel k tel que $PV^k = \text{cte}$. Exprimer k en fonction de a et du coefficient isentropique γ.

2 - Déterminer les valeurs de a et k pour les transformations usuelles : isobare, isentropique, isotherme.