



BLAISE PASCAL
PT 2023-2024

DM 10 – à rendre lundi 18 décembre

Électrostatique

Travailler avec vos cours et TD ouverts est **chaudement recommandé** : un DM est un entraînement, pas une évaluation. Réfléchir ensemble est une bonne idée, mais le travail de rédaction doit être individuel. En cas de besoin, **n'hésitez pas à me poser des questions**, à la fin d'un cours, par mail ou via l'ENT.



Flasher ce code pour accéder au corrigé

Ceinture		Travail à réaliser
	Ceinture blanche	Partie A uniquement
	Ceinture jaune	Partie A uniquement
	Ceinture rouge	En entier
	Ceinture noire	En entier

Micro-miroir pour projecteur de cinéma

inspiré de « La physique en applications », Renaud Carpentier

La grande majorité des vidéoprojecteurs modernes, y compris ceux dédiés aux salles de cinéma, utilisent des composants numériques à micro-miroirs (*digital micromirror device*). Un vidéo projecteur de cinéma Full-HD utilise une matrice de 1920×1080 , c'est-à-dire plus de deux millions de micro-miroirs contrôlés indépendamment les uns des autres. Ce problème propose d'étudier le principe de fonctionnement de cette technologie de projection.

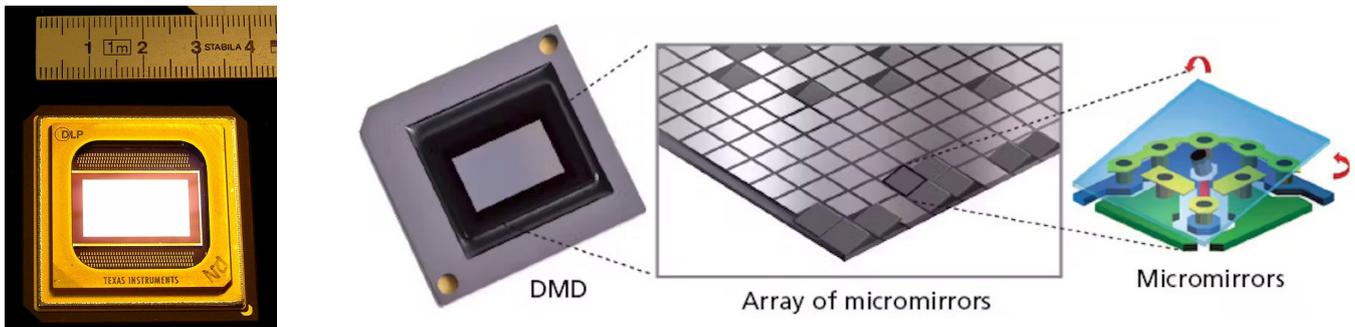


Figure 1 – Matrice de micro-miroirs pour projecteur de cinéma.

La figure 2 représente une vue schéma d'un micro-miroir et de son environnement mécanique, formant un des pixels de l'image finale. L'application d'une tension entre le micro-miroir et les électrodes A ou B permet de contrôler par attraction électrostatique l'orientation du micro-miroir, celui-ci pouvant pivoter autour de la micro-barre de torsion. En contrôlant l'orientation entre deux positions extrêmes « 0 » ou « 1 », la lumière incidente sur le micro-miroir est déviée vers un absorbeur opaque ou vers une lentille de projection. Des niveaux de gris sont accessibles en faisant basculer périodiquement et rapidement le micro-miroir entre les deux positions, le rapport cyclique déterminant le niveau de gris perçu par l'œil. La gestion des couleurs s'effectue de différentes manières, par exemple en utilisant trois sources lumineuses distinctes rouge, verte et bleue éclairant en alternance la matrice de micro-miroirs.

La figure 3 représente la position du micro-miroir à l'équilibre lorsque le système n'est pas alimenté (à gauche) et la position « 1 » lors du fonctionnement. La position « 0 », non représentée, correspond au cas où le micro-miroir est penché du côté de l'électrode B . Les deux lamelles de butée empêchent un contact direct entre le micro-miroir et l'électrode.

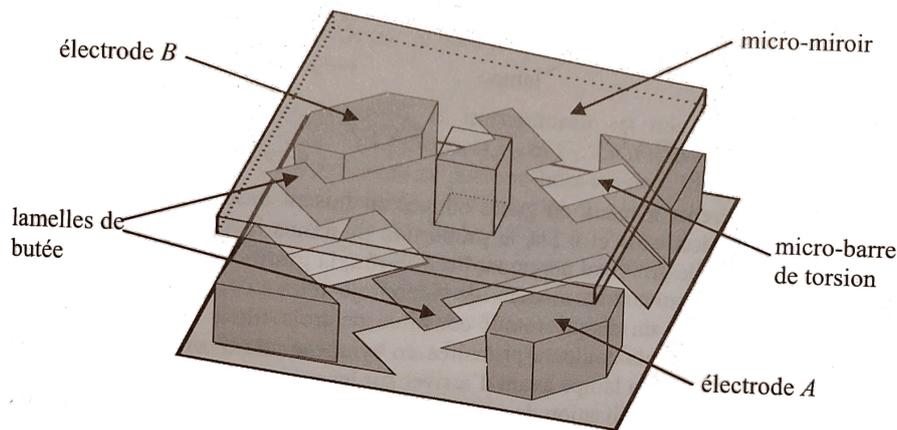


Figure 2 – Vue d'ensemble d'un micro-miroir.

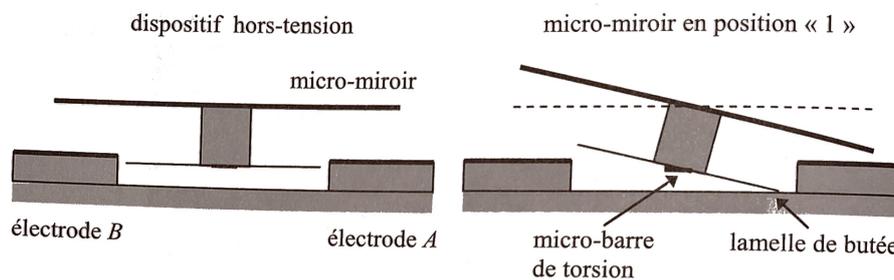


Figure 3 – Modélisation d'un micro-miroir.

A - Force d'attraction électrostatique entre armatures d'un condensateur plan

Lorsqu'une tension U est appliquée entre les deux armatures d'un condensateur, celles-ci acquièrent une charge opposée ... et il apparaît donc une force d'attraction électrostatique entre elles. Il en est de même entre les électrodes et le micro-miroir. Pour l'estimer, raisonnons sur un condensateur plan dont les armatures, de normale \vec{e}_z , ont une surface $S = 50 \mu\text{m}^2$ et sont séparées de $d = 2 \mu\text{m}$ (dimensions typiques d'un micro-miroir). Le milieu les séparant est assimilé au vide. Le plan (P) , situé en $z = d$, porte une charge σ positive alors que le plan (P') , située en $z = 0$ porte une charge opposée.

- 1 - Établir l'expression du champ électrostatique créé par un plan infini de normale \vec{e}_z . Je sais bien que c'est dans le cours, mais je veux que vous vous entraîniez à faire cette démonstration avec rigueur et concision.
- 2 - En déduire l'expression du champ créé par les plans (P) et (P') dans les trois domaines de l'espace $z < 0$, $0 < z < d$ et $z > d$, puis le champ total à l'intérieur du condensateur. On pourra présenter le résultat sous forme de tableau.
- 3 - Exprimer la densité de charge σ en fonction de la tension U aux bornes du condensateur.
- 4 - Exprimer la force électrostatique exercée par le plan (P') sur un élément de surface dS du plan (P) . En déduire que la force totale exercée par le plan (P') sur le plan (P) s'écrit

$$\vec{F} = -\frac{\varepsilon_0 S U^2}{2d^2} \vec{e}_z.$$

B - Mise en mouvement d'un micro-miroir

Lorsque le dispositif est en fonctionnement, le micro-miroir est porté au potentiel V_M et les électrodes aux potentiels respectifs V_A et V_B . On considère qu'il forme avec les deux électrodes A et B deux condensateurs, assimilés à des condensateurs plans de même surface S_0 et de distance inter-armatures respectives d_A et d_B .

Lorsque les forces internes aux deux condensateurs ne sont pas égales, le micro-miroir peut pivoter autour de l'axe orienté (Oz) . On le repère par l'angle algébrique α qu'il forme avec sa position au repos.

- 5 - Montrer que le moment total résultant par rapport à l'axe (Oz) que subit le micro-miroir s'écrit

$$\mathcal{M}_z = \frac{\varepsilon_0 L \cos \alpha S_0}{2} \left[\left(\frac{V_M - V_A}{d_A} \right)^2 - \left(\frac{V_M - V_B}{d_B} \right)^2 \right].$$

