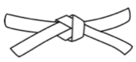
BLAISE PASCAL
PT 2024-2025

DM 1 – à rendre mercredi 11 septembre

Remise en route

Travailler avec vos cours et TD ouverts est **chaudement recommandé** : un DM est un entraînement, pas une évaluation. Réfléchir ensemble est une bonne idée, mais le travail de rédaction doit être individuel. En cas de besoin, **n'hésitez pas à me poser des questions**, à la fin d'un cours, par mail ou via l'ENT.

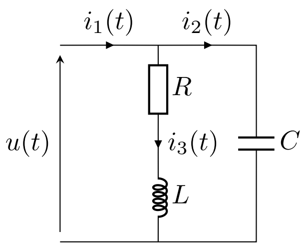
Ceinture		Travail à réaliser
	Ceinture blanche	I et II obligatoires, III facultatif
	Ceinture jaune	I et II obligatoires, III facultatif
	Ceinture rouge	I et III obligatoires, II facultatif
	Ceinture noire	I et III obligatoires, II facultatif

Flasher ou cliquer pour accéder au corrigé

Pour le moment, choisissez librement votre ceinture en fonction de ce que vous estimez être votre niveau de compétence en physique, sans avoir peur d'être ambitieux.

- ▷ *Ceinture blanche : 3/2 qui rencontrait d'importantes difficultés en PTSI (p.ex. 5 derniers du concours blanc), cette ceinture ne concerne que très peu d'étudiants ;*
- ▷ *Ceinture jaune : 3/2 s'estimant fragile à moyen (p.ex. deuxième moitié de classe au concours blanc), 5/2 qui rencontrait d'importantes difficultés en 3/2 ;*
- ▷ *Ceinture rouge : 3/2 s'estimant moyen à plutôt à l'aise (p.ex. première moitié de classe au concours blanc), 5/2 s'estimant fragile à moyen en 3/2 ;*
- ▷ *Ceinture noire : 3/2 très à l'aise (p.ex. top 5 au concours blanc), 5/2 s'estimant moyen à très l'aise en 3/2.*

I - Autour des impédances complexes



Considérons le circuit ci-contre, alimenté par une tension $u(t)$ sinusoïdale d'amplitude $U = 10\,\mathrm{V}$, de fréquence $f = 500\,\mathrm{Hz}$ et de phase initiale nulle. On prend $L = 0{,}30\,\mathrm{H}$ et $R = 600\,\Omega$.

1 - Donner l'expression mathématique littérale de $u(t)$ en fonction de U et f notamment. Définir la pulsation ω.

2 - Montrer que l'admittance équivalente de ce dipôle s'écrit

$$\underline{Y} = \frac{R}{R^2 + (L\omega)^2} + \mathrm{j}\omega\left(C - \frac{L}{R^2 + (L\omega)^2}\right).$$

3 - Pour quelle valeur de C le courant i_1 et la tension u sont-ils en phase ? Donner l'expression littérale et la calculer numériquement. On suppose cette valeur pour le reste de l'exercice.

4 - Déterminer littéralement et numériquement les amplitudes I_1, I_2 et I_3 des courants $i_1(t)$, $i_2(t)$ et $i_3(t)$.

5 - La relation $i_1(t) = i_2(t) + i_3(t)$ est-elle valable ? De même pour $I_1 = I_2 + I_3$? Expliquer.

II - Étude expérimentale d'un filtre RL

Pour déterminer expérimentalement les caractéristiques d'une bobine, il est possible de l'associer avec une résistance R pas trop élevée et d'étudier le filtre ainsi formé. On prend $R = 50\,\Omega$, et on mesure la tension de sortie aux bornes de cette résistance. On relève le diagramme de Bode de la figure 1.

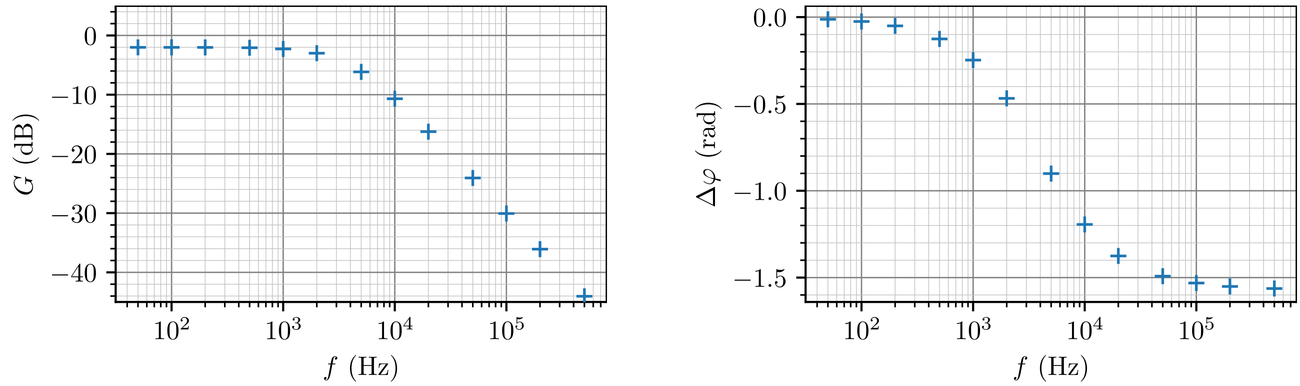


Figure 1 – **Diagramme de Bode en gain et en phase du filtre étudié.**

6 - On modélise dans un premier temps la bobine par une bobine idéale d'inductance L. Faire un schéma du montage et établir la fonction de transfert sous la forme

$$\underline{H} = \frac{H_0}{1 + \mathrm{j}\dfrac{\omega}{\omega_\mathrm{c}}}\,,$$

avec H_0 et ω_c à exprimer en fonction de R et L.

7 - Déterminer le gain dans la limite basse fréquence. Justifier que le modèle utilisé n'est pas cohérent avec les résultats expérimentaux.

De par la grande longueur de fil enroulé sur lui-même, une bobine réelle possède également une résistance interne, ce qui permet d'expliquer l'insuffisance du modèle précédent [1]. La bobine « réelle » se modélise ainsi par l'association série d'une bobine idéale d'inductance L et d'une résistance r.

8 - Refaire un schéma équivalent du montage, et établir la fonction de transfert réelle. Identifier de nouveau H_0 et ω_c.

9 - Établir l'équation des deux asymptotes du gain dans les limites haute et basse fréquence. Attention, on cherche l'équation de *l'asymptote*, qu'il ne faut pas confondre avec *la limite*. Montrer qu'elles se coupent en $\omega = \omega_\mathrm{c}$.

10 - En déduire les valeurs de L et r. Ne pas confondre fréquence et pulsation !

III - Étude d'un filtre

PT A 2021

> *Cet extrait donne une idée de ce qui peut être demandé aux écrits de la banque PT sur le filtrage de PTSI. Il s'inscrit au sein d'une grande partie d'électronique sur les oscillateurs à ALI, chapitre que nous étudierons un peu plus tard.*
>
> *Rappelons si nécessaire la méthode pour le tracé d'un diagramme de Bode :*
>
> ❶ *Étudier séparément les limites basse et haute fréquence ;*
> ❷ *Pour chaque limite,* ***commencer*** *par calculer la fonction de transfert équivalente en ne conservant que les termes dominants du numérateur et du dénominateur ;*
> ❸ ***Dans un second temps****, calculer le module et l'argument de ces équivalents pour obtenir les équations des asymptotes ;*
> ❹ *Pour un deuxième ordre, l'allure du diagramme réel est précisée en calculant explicitement la valeur en $\omega = \omega_0$ (ce qui ne nécessite pas de nouveau calcul ici puisque cela a été fait à la question précédente).*
>
> *Inverser les étapes ❷ et ❸, c'est-à-dire calculer le module et l'argument en toute généralité avant de les simplifier, conduit à des calculs inutilement compliqués.*

1. Même si ce n'est pas le cas ici car la résistance R est assez faible, il est néanmoins souvent pertinent de la négliger devant les autres résistances du montage et de modéliser la bobine par une bobine idéale. Choisir par exemple $R = 1\,\mathrm{k}\Omega$ rendrait l'effet de la résistance interne complètement négligeable … mais le but de l'exercice est de la mesurer.

C.II.1. Étude du filtre

Sur la Figure F9 on donne le schéma d'un filtre. On note $\underline{H}_F(\omega)$ sa fonction de transfert.

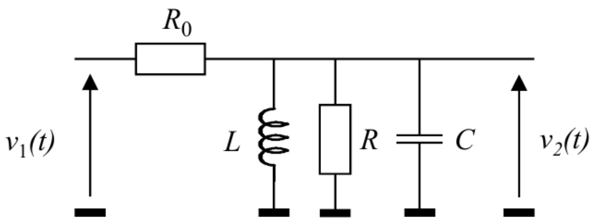


Figure F9. Schéma du filtre.

Q45. Déterminer l'expression de $\underline{H}_F(\omega)$ et la mettre sous la forme $\underline{H}_F = \dfrac{H_0}{1 + jQ_F\left[x - \dfrac{1}{x}\right]}$ avec

$x = \dfrac{\omega}{\omega_0}$, ω_0 étant la pulsation propre du filtre.

Expliciter littéralement Q_F, H_0 et la fréquence caractéristique f_0.

Q46. Donner l'expression reliant le facteur de qualité, la fréquence propre et la bande passante à - 3 dB.

On choisit $R_0 = 470\,\Omega$, $R = 120\,\Omega$, $L = 50\,\mu\text{H}$ et $C = 50\,\text{nF}$ de sorte que : $H_0 \approx 0{,}2$, $f_0 \approx 100\,\text{kHz}$ et $Q_F \approx 3$.

Q47. Faire une représentation graphique approchée du gain en décibel G_{dB} en fonction de $\log(x)$; préciser quelques valeurs sur ce graphe. Faire apparaitre sur ce graphe la "bande passante à - 3 dB".

On donne les valeurs numériques $\log 2 \simeq 0{,}3$ et $\log 3 \simeq 0{,}5$.