Principes thermodynamiques

Chaudière à micro-cogénération

A - Puissance consommée par une chaudière traditionnelle

1 Procédons à un bilan d'enthalpie pour la masse m d'eau,

$$\boxed{\Delta H \underset{\substack{\uparrow \\ \text{1er P}}}{=} Q_{\text{eau}} \underset{\substack{\uparrow \\ \text{Joule}}}{=} mc\,\Delta T_0 = 12{,}6\,\text{kJ}\,.}$$

Par définition,

$$\boxed{\mathcal{P}_{\text{eau}} = \frac{Q_{\text{eau}}}{\Delta t} = 12{,}6\,\text{kW}\,.}$$

> *Attention à la conversion des unités de températures : augmenter la température de 10 °C revient à l'augmenter de 10 K.*

2 Les fumées recueillent toute l'énergie libérée par la combustion et n'en cèdent que dans l'échangeur. Par définition du rendement,

$$\eta_{\text{éch}} = \frac{\mathcal{P}_{\text{eau}}}{\mathcal{P}_{\text{c,tradi}}} \qquad \text{soit} \qquad \boxed{\mathcal{P}_{\text{c,tradi}} = \frac{\mathcal{P}_{\text{eau}}}{\eta_{\text{éch}}} = 15{,}8\,\text{kW}\,.}$$

B - Étude du moteur Stirling

3 Par lecture de l'énoncé,

Point	1	2	3	4
Température	T_c	T_c	T_f	T_f
Volume	$V_{\min}$	$V_{\max}$	$V_{\max}$	$V_{\min}$

D'après l'équation d'état des gaz parfaits,

$$P = \frac{nRT}{V} \qquad \text{d'où} \qquad \boxed{\begin{cases} P_{\min} = P_3 \\ P_{\max} = P_1 \end{cases}}$$

4 Dans le diagramme de Watt, une isochore est évidemment verticale alors qu'une isotherme est une hyperbole, d'après l'équation d'état des gaz parfaits. On en déduit le tracé de la figure 1. Le cycle est parcouru en sens horaire, ce qui est caractéristique d'un fonctionnement moteur.

5 • **Étape 1-2 :** s'agissant d'une isotherme,

$$W_{12} = -\int P\,\mathrm{d}V \underset{\substack{\uparrow \\ \text{GP}}}{=} -\int \frac{nRT_c}{V}\,\mathrm{d}V = -nRT_c \int_{V_{\min}}^{V_{\max}} \frac{\mathrm{d}V}{V} \qquad \text{soit} \qquad W_{12} = -nRT_c \ln\frac{V_{\max}}{V_{\min}}$$

et finalement

$$\boxed{W_{12} = -nRT_c \ln\tau\,.}$$

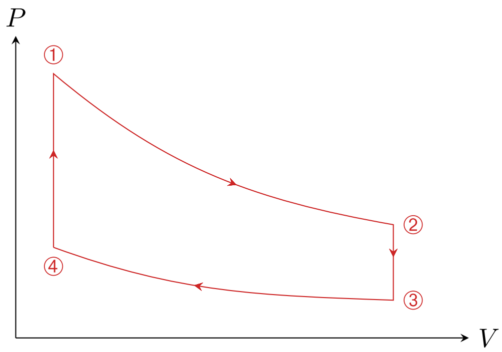

Figure 1 – **Représentation du cycle Stirling en diagramme de Watt.**

Procédons à un bilan d'énergie interne pour le gaz,

$$\Delta_{12}U \underset{\text{1er P}}{\underset{\uparrow}{=}} W_{12} + Q_{12} \underset{\text{isoT}}{\underset{\uparrow}{=}} C_V \times 0 \qquad \text{d'où} \qquad \boxed{Q_{12} = +nRT_\mathrm{c} \ln \tau\,.}$$

- **Étape 2-3 :** s'agissant d'une isochore,

$$\boxed{W_{23} = 0}$$

Le bilan d'énergie interne conduit à

$$\Delta_{23}U \underset{\text{1er P}}{\underset{\uparrow}{=}} \cancel{W_{23}} + Q_{23} \underset{\text{Joule}}{\underset{\uparrow}{=}} C_V (T_\mathrm{f} - T_\mathrm{c}) \qquad \text{d'où} \qquad \boxed{Q_{23} = \frac{nR}{\gamma - 1}(T_\mathrm{f} - T_\mathrm{c})\,.}$$

- **Étape 3-4 :** les calculs sont analogues à l'étape 1-2, mais le volume varie cette fois de V_max à V_min. Par conséquent,

$$\boxed{W_{34} = +nRT_\mathrm{f} \ln \tau \qquad \text{et} \qquad Q_{34} = -nRT_\mathrm{f} \ln \tau\,.}$$

- **Étape 4-1 :** les calculs sont analogues à l'étape 2-3, mais la température varie cette fois de T_f à T_c, d'où

$$\boxed{W_{41} = 0 \qquad \text{et} \qquad Q_{41} = \frac{nR}{\gamma - 1}(T_\mathrm{c} - T_\mathrm{f})}$$

$\boxed{6}$ On constate de manière immédiate que les travaux et transferts thermiques sont deux à deux opposés, donc **leur somme est nulle**. L'énergie interne étant une fonction d'état, ce n'est rien de plus que la traduction du premier principe pour un cycle complet du moteur :

$$\Delta U \underset{\text{1er P}}{\underset{\uparrow}{=}} \sum_{\text{étapes } ij} Q_{ij} + W_{ij} \underset{\text{cycle}}{\underset{\uparrow}{=}} 0\,.$$

$\boxed{7}$ Par définition, le rendement du moteur est égal à (l'opposée) du rapport entre la somme des travaux et des transferts thermiques échangés avec la source chaude, la source froide étant considérée gratuite. Ainsi,

$$\begin{aligned} \eta_\mathrm{m} &= -\frac{W_{12} + W_{34}}{Q_{12} + Q_{41}} \\ &= -\frac{-\cancel{nR}T_\mathrm{c} \ln \tau + \cancel{nR}T_\mathrm{f} \ln \tau}{\cancel{nR}T_\mathrm{c} \ln \tau + \dfrac{\cancel{nR}}{\gamma - 1}(T_\mathrm{c} - T_\mathrm{f})} \end{aligned}$$

$$\boxed{\eta_\mathrm{m} = +\frac{(T_\mathrm{c} - T_\mathrm{f}) \ln \tau}{T_\mathrm{c} \ln \tau + \dfrac{1}{\gamma - 1}(T_\mathrm{c} - T_\mathrm{f})}\,.}$$

$\boxed{8}$ Numériquement,

$$\boxed{\eta_\mathrm{m} = 0{,}30}$$

alors que le rendement de Carnot vaut

$$\boxed{\eta_{\mathrm{C}} = 1 - \frac{T_{\mathrm{f}}}{T_{\mathrm{c}}} = 0{,}67\,.}$$

On trouve $\eta_{\mathrm{m}} < \eta_{\mathrm{C}}$, ce qui est logique car les phases de chauffage et refroidissement (2-3 et 4-1) sont irréversibles, car elles sont isochores et non pas adiabatiques.

> *Attention à la conversion des unités de températures : pour diviser des températures, il est absolument les convertir en Kelvin :*
> $$\frac{50}{700} = 0{,}7 \neq \frac{50+273}{700+273} = 0{,}33\,!$$

C - Intérêt de la cogénération

Pour bien visualiser les échanges énergétiques entre les différentes parties du dispositif, rien ne vaut un diagramme des échanges : il est représenté figure 2 ... et même s'il n'apparaît pas sur votre copie, il me semble incontournable de le faire au brouillon.

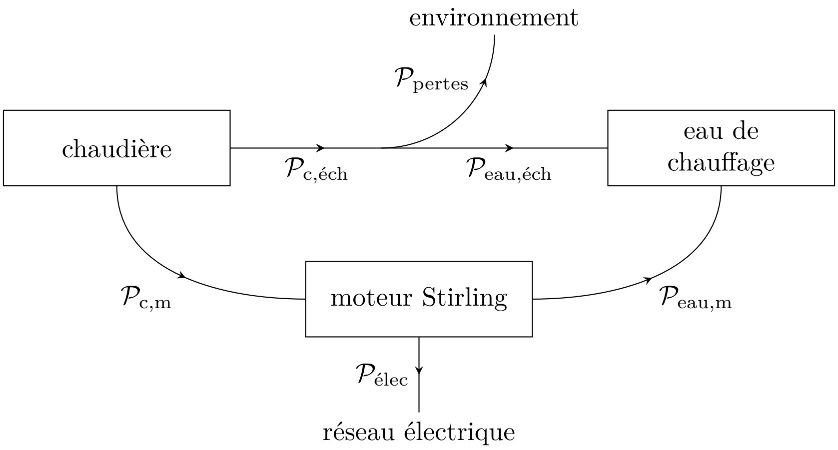

Figure 2 – Diagramme des échanges de la chaudière à micro-cogénération.

Attention par ailleurs à distinguer les rendements : le rendement du moteur n'est pas égal à celui de l'échangeur, ni à celui du dispositif complet.

Apport du moteur Stirling

9 Le rendement de la conversion électromécanique étant de 1, le travail électrique *cédé* par le moteur est l'opposé du travail mécanique reçu par le gaz, donc

$$\boxed{W = -\mathcal{P}_{\mathrm{élec}}\,\Delta t\,.}$$

10 Par définition du rendement,

$$\eta_{\mathrm{m}} = -\frac{W}{Q_{\mathrm{c,m}}} = \frac{\mathcal{P}_{\mathrm{élec}}\,\Delta t}{Q_{\mathrm{c,m}}} \qquad \text{d'où} \qquad \boxed{\begin{cases} Q_{\mathrm{c,m}} = \dfrac{\mathcal{P}_{\mathrm{élec}}\,\Delta t}{\eta_{\mathrm{m}}} \\ \mathcal{P}_{\mathrm{c,m}} = \dfrac{\mathcal{P}_{\mathrm{élec}}}{\eta_{\mathrm{m}}} = 6{,}6\,\mathrm{kW} \end{cases}}$$

Un bilan d'énergie interne pour le gaz caloporteur sur un cycle complet du moteur s'écrit

$$\Delta U \underset{\substack{\uparrow \\ \text{1er P}}}{=} W + Q_{\mathrm{c,m}} - Q_{\mathrm{eau,m}} \underset{\substack{\uparrow \\ \text{cycle}}}{=} 0$$

Par conséquent,

$$-\mathcal{P}_{\mathrm{élec}}\,\Delta t + \frac{\mathcal{P}_{\mathrm{élec}}\,\Delta t}{\eta_{\mathrm{m}}} - Q_{\mathrm{eau,m}} = 0 \qquad \text{d'où} \qquad \boxed{\begin{cases} Q_{\mathrm{eau,m}} = \dfrac{1-\eta_{\mathrm{m}}}{\eta_{\mathrm{m}}}\mathcal{P}_{\mathrm{élec}}\,\Delta t \\ \mathcal{P}_{\mathrm{eau,m}} = \dfrac{1-\eta_{\mathrm{m}}}{\eta_{\mathrm{m}}}\mathcal{P}_{\mathrm{élec}} = 4{,}6\,\mathrm{kW} \end{cases}}$$

11 Procédons à un bilan d'enthalpie pour l'eau de retour du circuit de chauffage lors de la phase au contact du moteur, qui lui cède $Q_{\text{eau,m}}$:

$$\Delta H_{\text{eau,m}} \underset{\text{Joule}}{\underset{\uparrow}{=}} mc\,\Delta T_{\text{m}} \underset{\text{1er P}}{\underset{\uparrow}{=}} Q_{\text{eau,m}} \qquad \text{d'où} \qquad \boxed{\Delta T_{\text{m}} = \frac{Q_{\text{eau,m}}}{mc} = 3{,}6\,°\text{C}\,.}$$

Apport de l'échangeur

12 La température de l'eau doit augmenter au total de ΔT_0, donc

$$\boxed{\Delta T_{\text{éch}} = \Delta T_0 - \Delta T_{\text{m}} = 6{,}4\,°\text{C}\,.}$$

13 Pendant la durée Δt, les fumées cèdent à l'eau $\mathcal{P}_{\text{eau,éch}}\,\Delta t$ pour faire augmenter sa température de $\Delta T_{\text{éch}}$. Le bilan d'enthalpie pour l'eau lors de la phase au contact des fumées s'écrit

$$\Delta H_{\text{eau}} \underset{\text{Joule}}{\underset{\uparrow}{=}} mc\,\Delta T_{\text{éch}} \underset{\text{1er P}}{\underset{\uparrow}{=}} \mathcal{P}_{\text{eau,éch}}\,\Delta t = \eta_{\text{éch}}\,\mathcal{P}_{\text{c,éch}}\,\Delta t$$

d'où on déduit

$$\boxed{\mathcal{P}_{\text{c,éch}} = \frac{mc\,\Delta T_{\text{éch}}}{\eta_{\text{éch}}\,\Delta t} = 10\,\text{kW}\,.}$$

> *Il y avait malheureusement une erreur d'énoncé, où j'ai écrit $\mathcal{P}_{c,éch}$ au lieu de $\mathcal{P}_{eau,éch}$ ... désolé pour la confusion que ça a pu engendrer chez certains.*

Rendement global

14 La puissance totale consommée par la chaudière à cogénération vaut

$$\mathcal{P}_{\text{c,cogé}} = \mathcal{P}_{\text{c,m}} + \mathcal{P}_{\text{c,éch}} = 16{,}6\,\text{kW}\,.$$

Le rendement vaut donc

$$\boxed{\eta_{\text{tot}} = \frac{\mathcal{P}_{\text{eau}} + \mathcal{P}_{\text{élec}}}{\mathcal{P}_{\text{c,m}} + \mathcal{P}_{\text{c,éch}}} = \frac{\mathcal{P}_{\text{eau,m}} + \mathcal{P}_{\text{eau,éch}} + \mathcal{P}_{\text{élec}}}{\mathcal{P}_{\text{c,m}} + \mathcal{P}_{\text{c,éch}}} = 0{,}88\,.}$$

Le rendement de la chaudière traditionnelle est égal à celui de l'échangeur, et ne vaut donc que 0,80 : la chaudière à micro-cogénération permet donc de récupérer davantage d'énergie pour la même combustion réalisée.

15 Une centrale nucléaire REP a un rendement de l'ordre de 33 %, somme toute assez proche du moteur de Stirling envisagé ... et très classique pour un cycle moteur « réel ». Générer la puissance $\mathcal{P}_{\text{élec}}$ nécessite donc une puissance

$$\boxed{\mathcal{P}_{\text{nucl}} = \frac{\mathcal{P}_{\text{élec}}}{\eta_{\text{REP}}} = 6{,}0\,\text{kW}\,.}$$

16 Si on utilisait des sources séparées, la puissance totale consommée aurait été

$$\mathcal{P}_{\text{sép}} = \mathcal{P}_{\text{nucl}} + \mathcal{P}_{\text{c,tradi}} = 21{,}8\,\text{kW}\,.$$

Avec une chaudière à micro-cogénération, produire la même quantité d'électricité et de chaleur ne consomme que 16,6 kW. En utilisant une chaudière à micro-cogénération, le pourcentage d'énergie primaire économisée est donc

$$\frac{21{,}8 - 16{,}6}{16{,}6} = 30\,\%\,,$$

ce qui est considérable.