

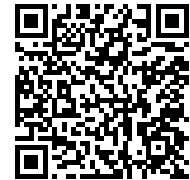


BLAISE PASCAL
PT 2024-2025

DM 2 – à rendre mercredi 18 septembre

Principes thermodynamiques

Travailler avec vos cours et TD ouverts est **chaudemment recommandé** : un DM est un entraînement, pas une évaluation. Réfléchir ensemble est une bonne idée, mais le travail de rédaction doit être individuel. En cas de besoin, **n'hésitez pas à me poser des questions**, à la fin d'un cours, par mail ou via l'ENT.



Flasher ou cliquer pour accéder au corrigé

Ceinture		Travail à réaliser
	Ceinture blanche	Partie B uniquement
	Ceinture jaune	Parties A et B
	Ceinture rouge	Jusqu'à Q14
	Ceinture noire	En entier

Chaudière à micro-cogénération

La cogénération est une technique d'optimisation énergétique visant à produire simultanément chaleur et électricité à partir d'une seule source d'énergie, optimisant ainsi l'efficacité énergétique et maximisant le taux d'utilisation des ressources. On parle de micro-cogénération lorsque les installations sont de petite taille, par exemple à l'échelle d'un bâtiment.

Ce sujet concerne une chaudière à micro-cogénération domestique, qui combine la production d'eau de chauffage et d'électricité en un seul appareil. Cette technologie peut s'avérer particulièrement avantageuse pour les maisons ou les petits immeubles où les besoins en électricité et chauffage sont constants et simultanés. De plus, l'excédent d'électricité peut être vendu au réseau, offrant un revenu supplémentaire.

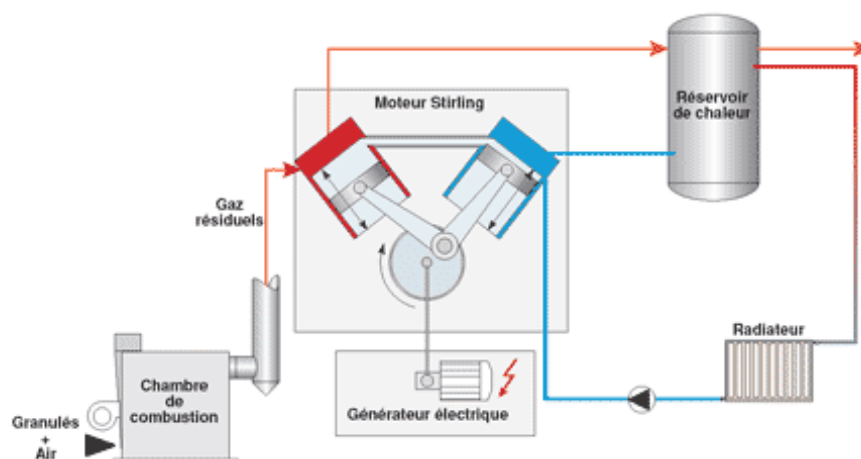


Figure 1 – Schéma de principe d'une chaudière à micro-cogénération. La source primaire d'énergie envisagée ici est constituée de granulés de bois, mais il peut tout aussi bien s'agir de gaz de ville ou de fuel.

Le schéma de principe est représenté figure 1. Dans une chaudière traditionnelle, les fumées issues de la combustion (généralement de gaz ou de fuel) sont directement mises en contact de l'eau du circuit de chauffage au travers d'un échangeur double flux, qui serait situé sur le schéma au niveau du réservoir de chaleur. Dans une chaudière à micro-cogénération s'ajoute une étape supplémentaire : les fumées servent d'abord de source chaude à un moteur de Stirling, dont la source froide est formée par l'eau de retour du circuit de chauffage, qui doit être réchauffée. Ce faisant, les

fumées sont plus froides mais l'eau plus chaude au niveau de l'échangeur du réservoir de chaleur. Le moteur de Stirling produisant de l'énergie électrique, nous allons montrer cela permet d'améliorer notablement le rendement global de l'installation ... et donc de réaliser de substantielles économies d'énergie.

Pour l'ensemble du problème, on considère que la chaudière doit traiter $m = 0,3$ kg d'eau chaque seconde dont la température doit augmenter de $\Delta T_0 = 10$ °C. Concrètement, cela signifie qu'en une seconde 300 g d'eau entrent dans la chaudière et se mélangent dans le réservoir de chaleur où ils sont réchauffés tandis que 300 g en sortent : ce ne sont évidemment pas les mêmes molécules, mais on peut néanmoins raisonner comme s'il s'agissait de la même masse m et la traiter comme un système fermé.

Donnée : capacité thermique massique de l'eau $c = 4,2 \cdot 10^3 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$.

A - Puissance consommée par une chaudière traditionnelle

Considérons dans cette partie une chaudière traditionnelle, sans cogénération. On raisonne sur une durée $\Delta t = 1$ s.

1 - Déterminer le transfert thermique Q_{eau} reçu par la masse m d'eau pour l'échauffer de ΔT_0 . En déduire la puissance \mathcal{P}_{eau} correspondante.

2 - Le rendement de l'échangeur $\eta_{\text{éch}}$ n'est que de 80 % : les fumées ressortent toujours plus chaudes que l'eau, ce qui signifie que l'échange d'énergie n'est pas complet. En déduire la puissance $\mathcal{P}_{\text{c, tradi}}$ consommée par la chaudière.

B - Étude du moteur Stirling

On s'intéresse maintenant au moteur Stirling, dans lequel le gaz caloporteur (à ne pas confondre avec les fumées de combustion) est constitué de n mol de diazote, considéré comme un gaz parfait diatomique d'indice adiabatique $\gamma = 7/5$ et de capacité thermique isochore

$$C_V = \frac{nR}{\gamma - 1}.$$

Le mouvement déphasé des deux pistons du moteur, relativement élaboré et que l'on ne décrira pas ici¹, impose à l'azote le cycle ci-dessous :

- ▷ étape 1-2 : détente isotherme au contact des fumées de combustion à la température $T_c = 700$ °C ;
- ▷ étape 2-3 : refroidissement isochore ;
- ▷ étape 3-4 : compression isotherme au contact de l'eau de retour du chauffage à la température $T_f = 50$ °C ;
- ▷ étape 4-1 : chauffage isochore.

Pour cette partie, on suppose les sources de température constante. On pose $\tau = V_{\text{max}}/V_{\text{min}}$ le taux de compression volumétrique, c'est-à-dire le rapport des volumes extrêmes occupés par le gaz au cours du cycle.

3 - Indiquer dans un tableau la température (T_f ou T_c) et le volume (V_{min} ou V_{max}) pour chacun des quatre points du cycle. En quel point la pression est-elle maximale ? minimale ?

4 - Représenter le cycle dans un diagramme de Watt P, V (pression en ordonnée). Quel élément confirme qu'il s'agit bien du cycle d'un moteur ?

5 - Établir les expressions littérales du travail W_{ij} et du transfert thermique Q_{ij} algébriques reçus par le gaz au cours de chaque étape $i-j$ du cycle.

6 - Que vaut la somme de tous ces travaux et transferts thermiques ? Interpréter.

En première approche, on considère que les transferts thermiques Q_{12} et Q_{41} sont échangés avec la source chaude (fumées de combustion), alors Q_{23} et Q_{34} le sont avec la source froide (eau de retour).

7 - Définir le rendement η_m du moteur de Stirling en fonction des différents travaux et transferts thermiques. Montrer que

$$\eta_m = \frac{(T_c - T_f) \ln \tau}{\frac{1}{\gamma - 1}(T_c - T_f) + T_c \ln \tau}.$$

8 - Le calculer numériquement pour $\tau = 4$ et le comparer au rendement de Carnot, dont on utilisera l'expression sans démonstration.

C - Intérêt de la cogénération

Un moteur Stirling de micro-cogénération produit typiquement une puissance électrique $\mathcal{P}_{\text{élec}} = 2$ kW. On raisonne de nouveau sur $\Delta t = 1$ s, et on rappelle que pendant cette durée la chaudière doit augmenter la température de $m = 0,3$ kg d'eau de $\Delta T_0 = 10$ °C.

1. Pour les curieux, il y a des animations gif bien faites sur Wikipédia.

Apport du moteur Stirling

9 - En supposant la conversion électromécanique parfaite, relier $\mathcal{P}_{\text{elec}}$ au travail algébrique total W reçu par l'azote du moteur Stirling pendant la durée Δt (faites attention au signe! à part ça, il n'y a pas de piège).

10 - En déduire littéralement en fonction de η_m et $\mathcal{P}_{\text{elec}}$ les transferts thermiques $Q_{c,m}$ et $Q_{\text{eau},m}$ respectivement *reçu* par le gaz caloporteur de la part des fumées de combustion et *cédé* à l'eau de retour du circuit de chauffage. Donner les puissances $\mathcal{P}_{c,m}$ et $\mathcal{P}_{\text{eau},m}$ correspondantes et les calculer numériquement.

11 - En raison de l'échange thermique avec le moteur, la température de l'eau de retour du circuit de chauffage passe de T_f à $T_f + \Delta T_m$. Déterminer l'expression et la valeur de ΔT_m .

Apport de l'échangeur

12 - Déterminer la variation de température $\Delta T_{\text{éch}}$ requise dans l'échangeur pour que l'eau atteigne la température voulue en sortie de chaudière.

13 - En déduire la puissance $\mathcal{P}_{\text{eau},\text{éch}}$ que doivent fournir à l'eau les fumées de combustion puis la puissance $\mathcal{P}_{c,\text{éch}}$ que doit fournir la chaudière. On rappelle le rendement de l'échangeur $\eta_{\text{éch}} = 80\%$.

Rendement global

14 - Calculer le rendement total η_{tot} , défini comme le rapport entre la puissance totale (thermique et électrique) fournie par la chaudière et la puissance totale consommée. Comparer à celui d'une chaudière traditionnelle n'impliquant qu'un échangeur.

Une autre grandeur pertinente pour quantifier l'intérêt de la cogénération est l'économie par rapport aux sources séparées, où l'on considère que les puissances thermique \mathcal{P}_{eau} et électrique $\mathcal{P}_{\text{elec}}$ seraient produites par deux sources complètement indépendantes, typiquement une chaudière traditionnelle et une centrale nucléaire.

15 - Rappeler l'ordre de grandeur du rendement thermodynamique d'une centrale nucléaire REP comme le sont les centrales françaises (cherchez-le si vous ne savez pas ... et retenez-le!). En déduire la puissance \mathcal{P}_{nuc} nécessaire à la production de $\mathcal{P}_{\text{elec}}$.

16 - Calculer en pourcentage l'économie d'énergie primaire réalisée grâce à la cogénération.