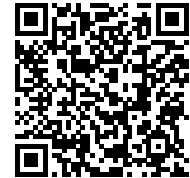






# Statique des fluides

## Thermodynamique différentielle

Travailler avec vos cours et TD ouverts est **chaudement recommandé** : un DM est un entraînement, pas une évaluation. Réfléchir ensemble est une bonne idée, mais le travail de rédaction doit être individuel. En cas de besoin, **n'hésitez pas à me poser des questions**, à la fin d'un cours, par mail ou via l'ENT.



Flasher ou cliquer pour accéder au corrigé

Ceinture		Travail à réaliser
	Ceinture blanche	Facultatif, mais si vous le rendez les parties B et C doivent être traitées
	Ceinture jaune	Facultatif, mais si vous le rendez les parties B et C doivent être traitées
	Ceinture rouge	Facultatif, mais si vous le rendez le sujet doit être traité en entier
	Ceinture noire	Facultatif, mais si vous le rendez le sujet doit être traité en entier

### Effet de foehn en montagne

*adapté ATS 2022*

Lorsqu'un courant aérien rencontre un relief large, il s'élève, se détend et se refroidit, puis en redescendant sur l'autre versant il se comprime et se réchauffe. Dans certaines conditions qui brisent la symétrie (formation de nuages ou précipitations sur un des versants seulement), l'air redescendant peut arriver en bas avec une température significativement plus élevée qu'elle ne l'était en bas de l'autre versant : ce vent chaud et sec est appelé **foehn**. Il est très courant dans les vallées alpines ou pyrénéennes, ainsi que dans d'autres régions du monde où il est nommé différemment.

L'air est considéré comme un gaz parfait de masse molaire  $M = 29 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$  et d'indice adiabatique (rapport des capacités thermiques à pression constante et à volume constant)  $\gamma = 1,4$ . On note  $R = 8,3 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$  la constante des gaz parfaits, et  $g = 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$  l'intensité de la pesanteur. On choisit un axe  $z$  orienté vers le haut, et on note  $p(z=0) = p_0 = 1,0 \text{ bar}$  la pression atmosphérique au niveau du sol.

Le candidat est invité à proposer des arrondis pertinents dans le calcul des valeurs numériques.

#### A - Gradient adiabatique sec

On cherche dans un premier temps à modéliser les variations de température avec l'altitude. Raisonnons sur un petit volume d'air  $\mathcal{V}$ , fermé, situé à l'altitude  $z$ , schématisé figure 1. Ce volume d'air est initialement à l'équilibre mécanique et thermique avec le reste de l'atmosphère : sa masse volumique, sa pression et sa température valent respectivement  $\rho(z)$ ,  $p(z)$  et  $T(z)$ . Ce volume d'air s'élève brusquement d'une petite hauteur  $dz$ , entraînant des variations de température et de pression  $dT$  et  $dp$ . On suppose l'élévation adiabatique réversible.

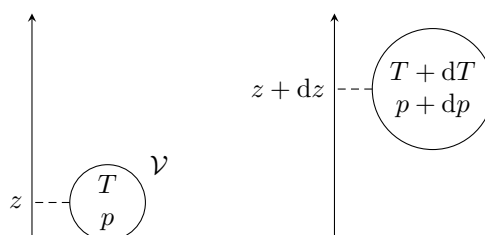


Figure 1 – Élévation d'un petit volume d'air.

1 - En raisonnant à partir d'une identité thermodynamique, montrer que les variations de température et pression  $dT$  et  $dp$  sont reliées par

$$(1 - \gamma) \frac{dp}{p} + \gamma \frac{dT}{T} = 0.$$

2 - En déduire que

$$\frac{dT}{dz} = \frac{\gamma - 1}{\gamma} \frac{M}{R\rho(z)} \frac{dp}{dz}.$$

3 - On suppose l'atmosphère en équilibre mécanique. Rappeler la relation entre le gradient de pression  $dp/dz$  et la masse volumique  $\rho(z)$  de l'atmosphère, puis établir une expression de  $dT/dz$  faisant intervenir uniquement  $\gamma$ ,  $M$ ,  $g$  et  $R$ .

4 - Calculer<sup>1</sup> la valeur numérique approchée de  $dT/dz$  en  $\text{K} \cdot \text{km}^{-1}$ . Cette valeur est appelée *gradient adiabatique sec* et donne la variation de température par kilomètre d'altitude dans l'hypothèse où les mouvements d'air dans l'atmosphère sont isentropiques.

## B - Effet des précipitations

On suppose maintenant que la masse d'air possède une certaine humidité lorsqu'elle est au niveau du sol, et qu'en s'élevant la vapeur d'eau contenue dans l'air va se condenser sous forme liquide. On souhaite évaluer l'effet thermique de cette liquéfaction. On raisonne sur un système isolé constitué d'une masse  $m_{\text{air}}$  d'air et d'une masse  $m_{\text{vap}}$  de vapeur d'eau, très inférieure à  $m_{\text{air}}$ .

Données :

- ▷ enthalpie massique de vaporisation de l'eau :  $L_{\text{vap}} = 2,3 \cdot 10^6 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1}$  ;
- ▷ capacité thermique massique à pression constante de l'air :  $c_p = 1,0 \cdot 10^3 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$  (dans les conditions considérées ici).

On suppose que la masse  $m_{\text{vap}}$  de vapeur d'eau se liquéfie, à température et pression constantes, et que les seuls échanges thermiques qui ont lieu prennent place entre l'eau et l'air du système.

5 - En effectuant un bilan thermodynamique<sup>2</sup> sur le système {eau}, exprimer le transfert thermique reçu par la masse d'air lors de cette transformation.

6 - En déduire que la liquéfaction entraîne une variation de température de l'air de

$$\Delta T = \frac{r L_{\text{vap}}}{c_p} \quad \text{avec} \quad r = \frac{m_{\text{vap}}}{m_{\text{air}}}.$$

Justifier physiquement le signe de  $\Delta T$ .

Le rapport  $r = m_{\text{vap}}/m_{\text{air}}$  est appelé *humidité absolue* de l'air, souvent exprimée en gramme par kilogramme. Par exemple une humidité absolue de  $20 \text{ g} \cdot \text{kg}^{-1}$  signifie 20 g de vapeur d'eau par kilogramme d'air sec, soit  $r = 20 \cdot 10^{-3}$ .

L'*humidité relative de l'air*  $\varphi$  est un autre paramètre mesuré par les météorologues, définie comme le rapport entre la pression partielle de l'eau et sa pression de vapeur saturante à la température considérée  $\varphi = p_{\text{H}_2\text{O}}/p_{\text{sat}}(T)$ . Elle s'exprime souvent en pourcentage, et elle dépend de l'humidité absolue et de la température. Le diagramme psychrométrique représenté figure 2 permet d'obtenir l'humidité absolue  $r$  en connaissant la température  $T$  de l'air et son humidité relative  $\varphi$ .

7 - Exploiter la figure 2 pour donner la valeur de  $r$  à  $20^\circ\text{C}$  et 70 % d'humidité relative. En déduire la valeur numérique de  $\Delta T$ .

## C - Effet de foehn

On s'intéresse enfin à l'effet de foehn. On considère d'abord un cas où l'atmosphère est sèche. On se place dans le modèle de la partie A : la température varie avec l'altitude avec un gradient constant,

$$\frac{dT}{dz} = -10 \text{ K} \cdot \text{km}^{-1}.$$

À cause du vent, une parcelle d'air s'élève de manière adiabatique réversible le long d'une montagne dont le sommet  $B$  est à l'altitude  $h = 1000 \text{ m}$ , voir figure 3a. On prend par exemple  $T_A = 15^\circ\text{C}$ .

8 - Quelle est la température  $T_B$  de la parcelle d'air en  $B$  ?

---

1. Sans calculatrice !  
2. Rappel : faire un diagramme des échanges est toujours une bonne idée pour y voir clair et limiter les risques de se tromper, notamment sur les signes !

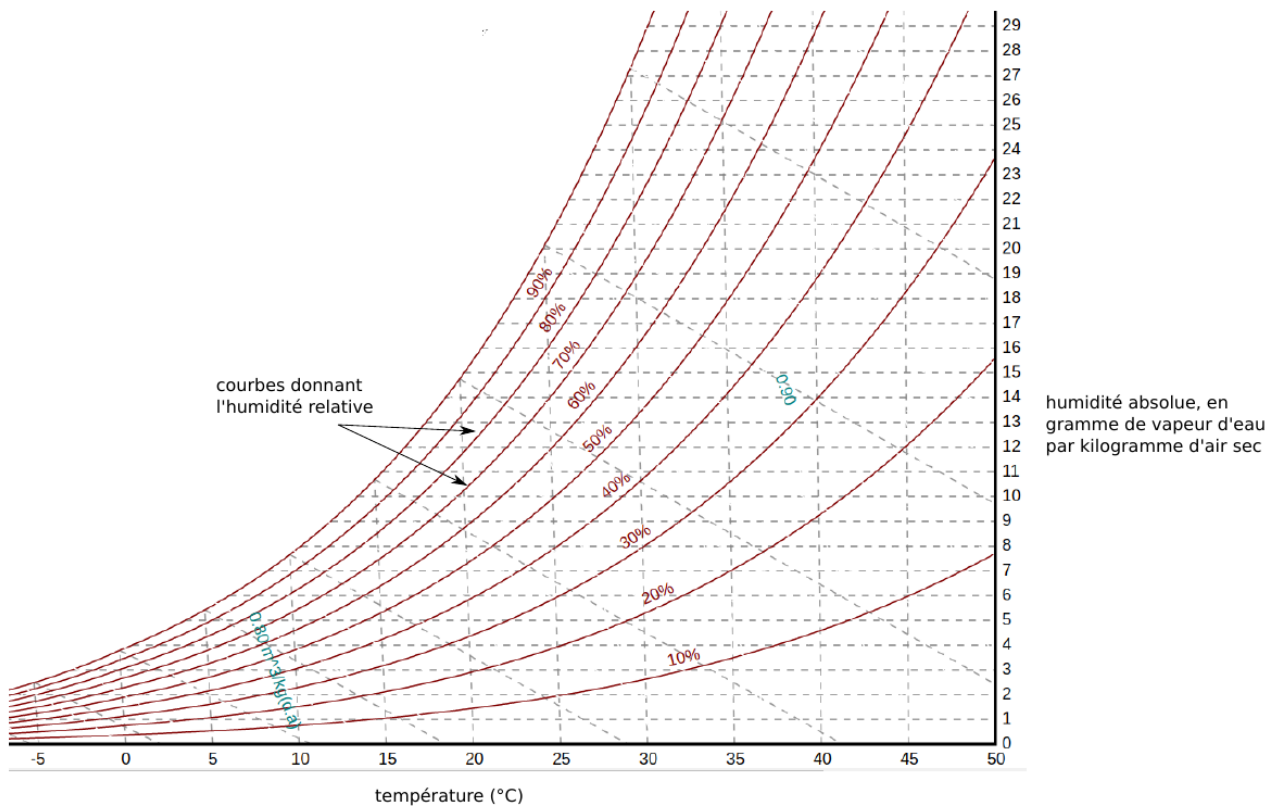


Figure 2 – Diagramme psychrométrique de l'eau.

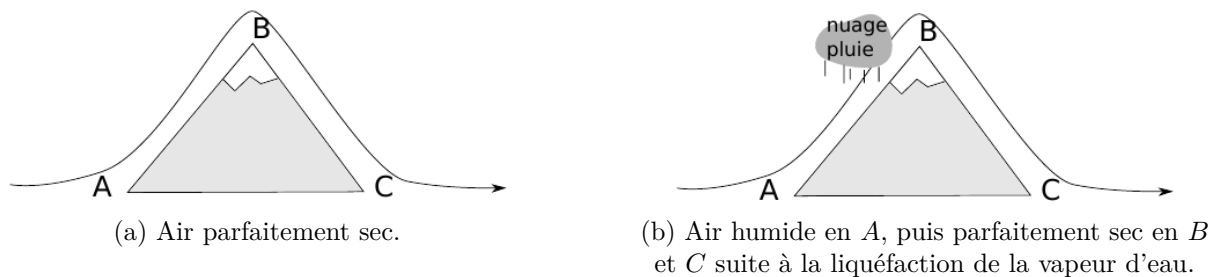


Figure 3 – Élévation d'une parcelle d'air le long d'une montagne.

9 - La parcelle d'air redescend ensuite sur l'autre flanc de la montagne jusqu'au point  $C$ , de même altitude que  $A$ . Quelle est la valeur de la température  $T_C$  de la parcelle d'air en  $C$ ? Commenter.

On se place ensuite dans le cas où l'air en  $A$  est humide. En montant sur le flanc de la montagne, sa température chute et la vapeur d'eau qu'il contient se liquéfie. On suppose qu'une fois en  $B$ , cette vapeur d'eau s'est totalement liquéfiée et a été évacuée sous forme de nuage ou de pluie. L'air est alors sec au point  $B$  et effectue sa descente jusqu'en  $C$ , voir figure 3b.

10 - Estimer la valeur de la température en  $C$ . Commenter.