



BLAISE PASCAL  
PT 2024-2025

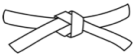



DM 8 – à rendre mercredi 27 novembre

# Théorème de Bernoulli

Travailler avec vos cours et TD ouverts est **chaudement recommandé** : un DM est un entraînement, pas une évaluation. Réfléchir ensemble est une bonne idée, mais le travail de rédaction doit être individuel. En cas de besoin, **n'hésitez pas à me poser des questions**, à la fin d'un cours, par mail ou via l'ENT.



Flasher ou cliquer pour accéder au corrigé

Ceinture		Travail à réaliser
	Ceinture blanche	En entier
	Ceinture jaune	En entier
	Ceinture rouge	En entier
	Ceinture noire	En entier

## Vidange d'un ballon d'eau chaude

PT B 2024

⚠️ ⚠️ ⚠️ **Attention ! Au concours, les applications numériques sont sans calculatrice ... entraînez-vous !**  
Comme au concours, détaillez les calculs numériques intermédiaires sur votre copie.

La pompe à chaleur précédemment étudiée sert à chauffer de l'eau (contenue dans le ballon de stockage présent dans le schéma du document 1). Cette eau via un circulateur (une pompe) est envoyée dans un tuyau serpentant dans le plancher de la maison.

19. Rappeler la relation de Bernoulli dans le cadre d'un écoulement parfait stationnaire, homogène et incompressible d'un fluide soumis à la seule force de pesanteur. On travaillera par la suite dans ce cadre.

Un technicien doit intervenir sur le ballon de stockage d'eau. Pour cela il doit le vidanger complètement. On considère ce ballon comme un cylindre de rayon  $R$  et de hauteur  $H$ . Il est complètement rempli sur une hauteur  $H_0$  ( $H_0 < H$ ). Un trou en son sommet permet le contact à l'atmosphère. Un tuyau de vidange est placé en son centre sur sa partie basse de rayon  $r$  permettant de vidanger à l'atmosphère l'eau du ballon. On négligera le volume occupé par les tuyaux de la pompe à chaleur.

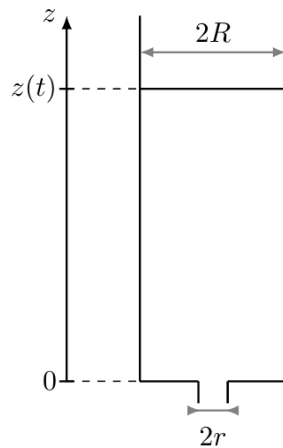
Le technicien ouvre le robinet de vidange à  $t = 0$ . On cherche à estimer le temps que prendra la vidange totale du ballon.

On a représenté le ballon à un instant  $t$  quelconque de la vidange. La surface libre est alors repérée par la coordonnée  $z(t)$ . À l'instant  $t = 0$  de la vidange  $z(0) = H_0$ .

20. Montrer que l'on peut mettre la vitesse  $v_0$  de l'eau au niveau du robinet de vidange sous la forme :

$$v_0 = -\frac{R^2}{r^2} \frac{dz}{dt}$$

21. En appliquant la relation de Bernoulli, déterminer la vitesse  $v_0$  en fonction de de la hauteur de liquide notée  $z(t)$ , de l'accélération de la pesanteur notée  $g$  et de la vitesse de la surface libre à l'altitude  $z$  notée  $v_z$ .



22. Le ballon est tel que  $R = 0,50$  m et  $r = 5,0$  mm. Quelle simplification de la relation précédente peut-on en tirer ?
23. En déduire, dans le cas de cette simplification, l'expression de la fonction  $z(t)$  que l'on exprimera en fonction de  $g$ ,  $r$ ,  $R$ ,  $H_0$  et  $t$ .
24. Déterminer alors l'expression littérale du temps nécessaire à la vidange complète du ballon.
25. Effectuer l'application numérique. On prendra  $g = 10 \text{ m s}^{-2}$  et  $H_0 = 2,0$  m.

Le plancher chauffant est alimenté par l'eau du ballon. On désire connaître la puissance de la pompe (ou circulateur) pour assurer le bon fonctionnement de l'installation.

26. À l'aide du document 4, estimer la puissance du circulateur à utiliser pour compenser les pertes de charges linéiques.
27. On préconise pour cette installation une puissance de 15 W. Comment expliquer la différence avec le résultat de la question précédente ?
28. Quel type de pose préconiserez-vous pour un confort d'utilisation du plancher chauffant optimal. Justifier.

#### DOCUMENT 4

Caractéristiques du plancher chauffant :

- tuyaux en polyéthylène réticulé ;
- contraintes mécaniques maximales : pression : 6,0 bar à 50 °C, 10,0 bar à 5 °C ;
- température maximale supportée : 110 °C ;
- masse volumique de l'eau :  $1000 \text{ kg m}^{-3}$  ;
- débit volumique de l'eau :  $6,0 \text{ L min}^{-1}$  ;
- longueur totale pour le plancher chauffant de la maison 120 mètres linéaires ;
- pertes de charges linéiques : 35 mm/m ;
- types de pose (en escargot à gauche et en serpentín à droite) :

