



BLAISE PASCAL  
PT 2024-2025

DM 16 – à rendre mercredi 26 mars

Correction

# Interféromètre de Michelson

## I - Gravimètre à chute de coin de cube

*inspiré Centrale TSI 2021 et oral banque PT*

- 1 Les interférences de deux ondes de même intensité produisent une intensité

$$I = 2I_0 (1 + \cos \Delta\varphi) .$$

- 2 Le dispositif est analogue à un interféromètre de Michelson en lame d'air. L'épaisseur de la lame d'air  $e$  est directement reliée à la position  $z(t)$  du trièdre mobile,

$$e = z(t) + \text{cte} .$$

Ainsi, au centre de la figure d'interférences,

$$\delta = 2z(t) + \text{cte}$$

ce qui donne en supposant la constante nulle

$$\Delta\varphi = \frac{4\pi}{\lambda_0} z(t) .$$

- 3 Le coin de cube est en chute libre unidimensionnelle, dans le vide donc soumis uniquement à son poids. Par application du TRC au coin de cube dans le référentiel terrestre, galiléen sur la durée de l'expérience, on a

$$\ddot{z}(t) = g \quad \text{donc} \quad \dot{z}(t) = gt + \dot{z}(\theta) \quad \text{et} \quad z(t) = \frac{1}{2}gt^2 + \dot{z}(\theta)t .$$

- 4 Le déphasage entre les deux ondes augmente au cours du temps, mais de façon non linéaire. Ainsi, une frange brillante est observable est chaque fois qu'il atteint un multiple de  $2\pi$ . En raison de l'accélération due à la chute, les instants auxquels ces valeurs sont atteintes sont de plus en plus rapprochés, à cause du terme en  $t^2$ .

*Attention à ne pas confondre, l'abscisse est ici le temps : il n'est donc absolument pas question d'interfrange, qui décrirait des variations d'intensité lumineuse en fonction d'une position sur l'écran. De toute façon, un Michelson en lame d'air (ou un équivalent comme ici) produit des anneaux qui ne sont pas régulièrement espacés.*

- 5 L'ordre d'interférences varie de 1 entre deux franges brillantes consécutives. Ici, il varie d'un peu plus de 15 entre le début et la fin de l'acquisition, car on voit défiler 15 franges brillantes « et un peu plus » car l'éclairement n'est pas maximal en fin d'acquisition. Ainsi,

$$p_{\text{fin}} \simeq p_{\text{init}} + 15 \quad \text{soit} \quad \frac{2z_{\text{fin}}}{\lambda_0} \simeq 0 + 15 \quad \text{et} \quad \frac{gt_{\text{fin}}^2}{\lambda_0} \simeq 15$$

et finalement

$$g \simeq 15 \frac{\lambda_0}{t_{\text{fin}}^2} = 9,6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} .$$

- 6 En reprenant le calcul issu du PFD avec des conditions initiales non nulles, on obtient

$$z(t) = \frac{1}{2}gt^2 + v_0t + z_0 .$$

L'énoncé posait  $z_0 = 0$  mais c'est une erreur, l'idée étant justement que la position initiale ne peut pas être connue avec précision.

**7** Pas facile à première vue de savoir comment partir ! Ainsi, comme toujours dans ces cas là, on écrit ce que l'on sait qui puisse relier les différents termes présents dans le résultat, en l'occurrence le lien entre  $z$  et  $p$ , et on oriente le calcul pour chercher à faire disparaître les termes inconnus, qui n'apparaissent pas dans le résultat final.

À partir de l'expression donnée du déphasage, on a  $p = 2z/\lambda$  soit  $z = p\lambda/2$ . Ainsi, aux trois points considérés,

$$\begin{cases} z(t_1) = \frac{1}{2}gt_1^2 + v_0t_1 + z_0 = \frac{p_1\lambda}{2} \\ z(t_2) = \frac{1}{2}gt_2^2 + v_0t_2 + z_0 = \frac{p_2\lambda}{2} \\ z(t_3) = \frac{1}{2}gt_3^2 + v_0t_3 + z_0 = \frac{p_3\lambda}{2} \end{cases}$$

On constate que le résultat final ne fait apparaître ni  $z_0$ , ni  $v_0$  : une piste pour orienter le calcul est donc de les éliminer progressivement. Puisque le résultat fait intervenir  $p_3 - p_1$  et  $p_2 - p_1$ , on soustrait la première ligne aux deux suivantes, ce qui donne

$$\begin{cases} \frac{1}{2}g(t_2^2 - t_1^2) + v_0(t_2 - t_1) = \frac{(p_2 - p_1)\lambda}{2} \\ \frac{1}{2}g(t_3^2 - t_1^2) + v_0(t_3 - t_1) = \frac{(p_3 - p_1)\lambda}{2} \end{cases}$$

Cherchons ensuite à éliminer la vitesse initiale  $v_0$ , en divisant par la différence des temps et en reconnaissant une identité remarquable,

$$\begin{cases} \frac{1}{2}g(t_2 + t_1) + v_0 = \frac{(p_2 - p_1)\lambda}{2(t_2 - t_1)} \\ \frac{1}{2}g(t_3 + t_1) + v_0 = \frac{(p_3 - p_1)\lambda}{2(t_3 - t_1)} \end{cases}$$

Pour éliminer la vitesse, soustrayons enfin la première ligne à la deuxième :

$$\frac{1}{2}g[(t_3 + t_1) - (t_2 + t_1)] = \frac{(p_3 - p_1)\lambda}{2(t_3 - t_1)} - \frac{(p_2 - p_1)\lambda}{2(t_2 - t_1)}$$

Il ne reste plus qu'à isoler  $g$  dans le calcul,

$$\frac{1}{2}g(t_3 - t_2) = \frac{\lambda(p_3 - p_1)(t_2 - t_1) - (p_2 - p_1)(t_3 - t_1)}{(t_3 - t_1)(t_2 - t_1)}$$

ce qui donne bien le résultat voulu,

$$g = \lambda \frac{(p_3 - p_1)(t_2 - t_1) - (p_2 - p_1)(t_3 - t_1)}{(t_3 - t_1)(t_2 - t_1)(t_3 - t_2)}.$$

## II - Double interféromètre de Michelson : lambdamètre

E3a PSI 2009

**G.1.a** **G.1.b** Les rayons du laser 1 aboutissent forcément sur la diode D1 et ceux du laser 2 sur la diode D2.

Ceux qui interfèrent sont représentés figure 1.

**G.1.c** Dans les deux cas, les deux rayons qui interfèrent passent tous les deux par les points A et B, et l'un passe par le coin de cube 1, l'autre par le coin de cube 2. Les différences de marche obtenues au centre des deux figures d'interférences sont donc **égales**.

**G.2** Chaque scintillement correspond à une variation de la différence de marche égale à une longueur d'onde. La différence de marche étant la même pour les deux lasers,

$$\Delta\delta = p_1\lambda_1 = p_2\lambda_2 \quad \text{d'où} \quad \lambda_2 = \frac{p_1}{p_2}\lambda_1 = 10,60 \mu\text{m}.$$

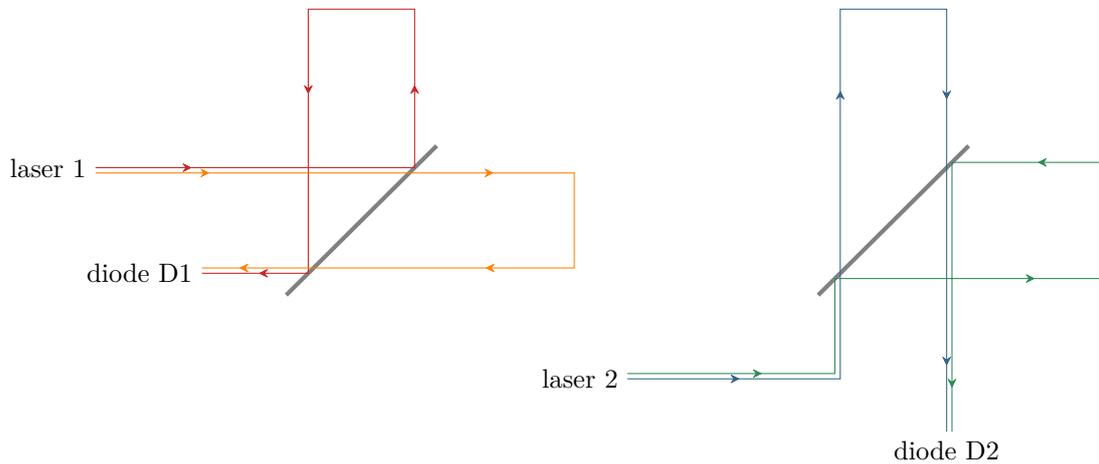


Figure 1 – Tracé des rayons issus des deux lasers.

**G.3** Le rayon réfléchi sur un coin de cube en ressort forcément parallèle à sa direction incidente : le réglage est donc bien plus facile que pour le parallélisme d'un miroir, ce qui est très important car le coin de cube est translaté sur une grande distance. En outre, on peut sans doute imaginer le coin de cube plus facile à fabriquer qu'un miroir ? Établir le vide permet d'éviter les frottements, qu'il serait complexe à prendre en compte de manière précise et augmenteraient l'incertitude de mesure. Le pouvoir de résolution est **très élevé** : vu les ordres de grandeur (et donc les nombres de chiffres significatifs) de  $p_1$  et  $p_2$ , le pouvoir de résolution n'est contraint quasiment que par la précision avec laquelle  $\lambda_1$  est connu.

**G.4** La différence de marche est liée à la hauteur de chute  $h$  du coin de cube par  $\Delta = 2h$ , soit

$$h = \frac{\Delta}{2} = \frac{p_1 \lambda_1}{2} = 1 \text{ m} \ll \Delta_c.$$

On obtient ainsi des interférences bien contrastées tout au long de l'expérience.

**G.5** Considérons l'axe ( $Oz$ ) vertical vers le bas, et le coin de cube lâché sans vitesse initiale depuis le point  $z = 0$ . Le TRC appliqué au coin de cube dans le référentiel terrestre donne

$$\ddot{z} = g \quad \text{d'où} \quad \dot{z} = gt + 0 \quad \text{et} \quad z = \frac{1}{2}gt^2 + 0.$$

Il atteint la hauteur de chute  $h$  au bout d'un temps  $t_{\text{chute}}$  tel que

$$t_{\text{chute}}^2 = \frac{2h}{g} \quad \text{soit} \quad t_{\text{chute}} = \sqrt{\frac{2h}{g}} = 0,45 \text{ s}.$$

En plus d'être précise, la mesure est également **très rapide** !

**G.6** **Difficile** Compte tenu des valeurs de  $p_1$  et  $p_2$ , toutes deux connues à une unité près, c'est la mesure de  $p_2$  qui constitue la source d'incertitude prédominante. D'après la question G.2,

$$\lambda_2 = \frac{p_1}{p_2} \lambda_1.$$

Puisque  $p_2$  est connu avec une incertitude relative  $\Delta p_2/p_2 = 1/188\,679 \simeq 5 \cdot 10^{-6}$ , alors l'incertitude relative sur  $\lambda_2$  est donc du même ordre de grandeur.

*De manière plus précise, l'incertitude sur un produit est liée à celle des facteurs par*

$$\frac{\Delta \lambda_2}{\lambda_2} = \sqrt{\left(\frac{\Delta p_2}{p_2}\right)^2 + \left(\frac{\Delta p_1}{p_1}\right)^2 + \left(\frac{\Delta \lambda_1}{\lambda_1}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{1}{p_2}\right)^2 + \left(\frac{1}{p_1}\right)^2}.$$

*Compte tenu des ordres de grandeur, on peut ainsi approximer*

$$\frac{\Delta \lambda_2}{\lambda_2} \simeq \frac{1}{p_2} \simeq 5 \cdot 10^{-6}$$

*Dans une épreuve de la banque PT, je pense que la formule de l'incertitude sur un produit serait rappelée par l'énoncé.*