



BLAISE PASCAL
PT 2024-2025





DM 16 – à rendre mercredi 26 mars

Interféromètre de Michelson

Travailler avec vos cours et TD ouverts est **chaudemment recommandé** : un DM est un entraînement, pas une évaluation. Réfléchir ensemble est une bonne idée, mais le travail de rédaction doit être individuel. En cas de besoin, **n'hésitez pas à me poser des questions**, à la fin d'un cours, par mail ou via l'ENT.



Flasher ou cliquer pour accéder au corrigé

Ceinture		Travail à réaliser
	Ceinture blanche	Partie I : questions 1 à 5
	Ceinture jaune	Partie I : questions 1 à 5 ; Partie II : questions G1 et G2
	Ceinture rouge	Partie I en entier ; Partie II : questions G1 et G2
	Ceinture noire	Parties I et II en entier

Les deux parties de ce sujet abordent deux applications d'un même dispositif, directement dérivé de l'interféromètre de Michelson : un interféromètre à chute de coin de cube. Cependant, les deux parties sont totalement indépendantes l'une de l'autre.

I - Gravimètre à chute de coin de cube

inspiré Centrale TSI 2021 et oral banque PT

La gravimétrie est l'étude des variations locales du champ de pesanteur terrestre. Les applications sont très diverses, notamment pour caractériser un aquifère (roche poreuse contenant une nappe phréatique), une cavité (marnière, grotte, etc.) ou encore un glacier. Elle a aussi permis de découvrir des cratères d'impact de météorite anciens rendus invisibles à cause de l'érosion. Les gravimètres modernes procèdent généralement par mesure du temps de chute d'un objet dans le vide : le temps de parcours d'une distance donnée permet d'accéder directement à la valeur de l'accélération de la pesanteur g .

Le gravimètre représenté figure 1 permet une mesure extrêmement précise de g . Il s'agit d'un interféromètre constitué d'une lame séparatrice \mathcal{S} et de deux trièdres rétroreflecteurs identiques. Chaque trièdre est « en coin de cube », c'est-à-dire constitué de trois miroirs plans deux à deux orthogonaux, ce qui permet de renvoyer tout rayon incident dans la direction d'où il vient. Le trièdre \mathcal{T}_F est fixe et l'autre \mathcal{T}_M est mobile. Le dispositif est éclairé par un laser de longueur d'onde $\lambda_0 = 638 \text{ nm}$. Les deux faisceaux réfléchis par les deux trièdres interfèrent, et une photodiode enregistre l'intensité lumineuse au centre de la figure d'interférences.

1 - Les deux faisceaux lumineux reçus par la photodiode sont supposés avoir la même intensité I_0 . Rappeler la formule de Fresnel, donnant l'intensité lumineuse I en fonction du déphasage $\Delta\varphi$ entre les deux faisceaux.

2 - Justifier que, à une constante additive près, le déphasage a pour expression

$$\Delta\varphi = \frac{4\pi}{\lambda_0} z(t).$$

3 - À l'instant initial, le trièdre \mathcal{T}_M est lâché sans vitesse initiale depuis l'altitude $z = 0$. Exprimer $z(t)$ à un instant quelconque.

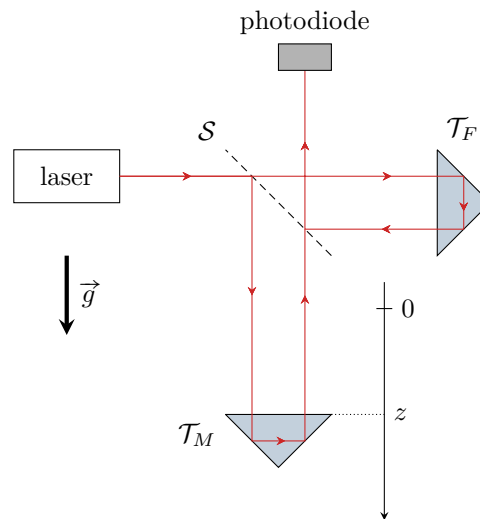
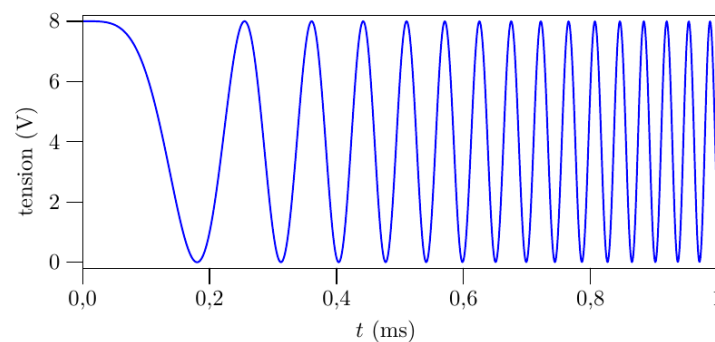


Figure 1 – Gravimètre à chute de coin de cube.

Figure 2 – Tension image de l'intensité lumineuse captée par la photodiode. Simulation obtenue en supposant $z(0) = 0$ et $\dot{z}(0) = 0$.

4 - Une simulation numérique de la tension détectée dans ces hypothèses est représentée figure 2. Expliquer qualitativement l'allure de cette courbe.

5 - De combien a varié l'ordre d'interférence entre le début et la fin de l'acquisition? Justifier. En déduire la valeur de g déduite de la courbe.

En pratique, il est difficile de connaître avec précision la position et la vitesse du coin de cube à l'instant $t = 0$: la courbe réellement obtenue a alors l'allure de la figure 3. On emploie alors une méthode basée sur la mesure des ordres d'interférence p_1, p_2, p_3 à trois instants t_1, t_2 et t_3 .

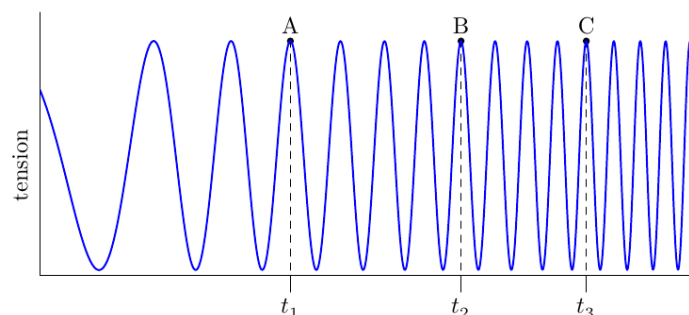


Figure 3 – Tension image de l'intensité lumineuse captée par la photodiode. Courbe réelle, obtenue pour des conditions initiales quelconques.

6 - On note maintenant $z(0) = z_0$ et $\dot{z}(0) = v_0$. Exprimer $z(t)$ avec ces nouvelles conditions initiales.

7 - En déduire que

$$g = \lambda_0 \frac{(p_3 - p_1)(t_2 - t_1) - (p_2 - p_1)(t_3 - t_1)}{(t_3 - t_1)(t_2 - t_1)(t_3 - t_2)}.$$

TROISIEME PARTIE

DOUBLE INTERFEROMETRE DE MICHELSON : LAMBDA METRE

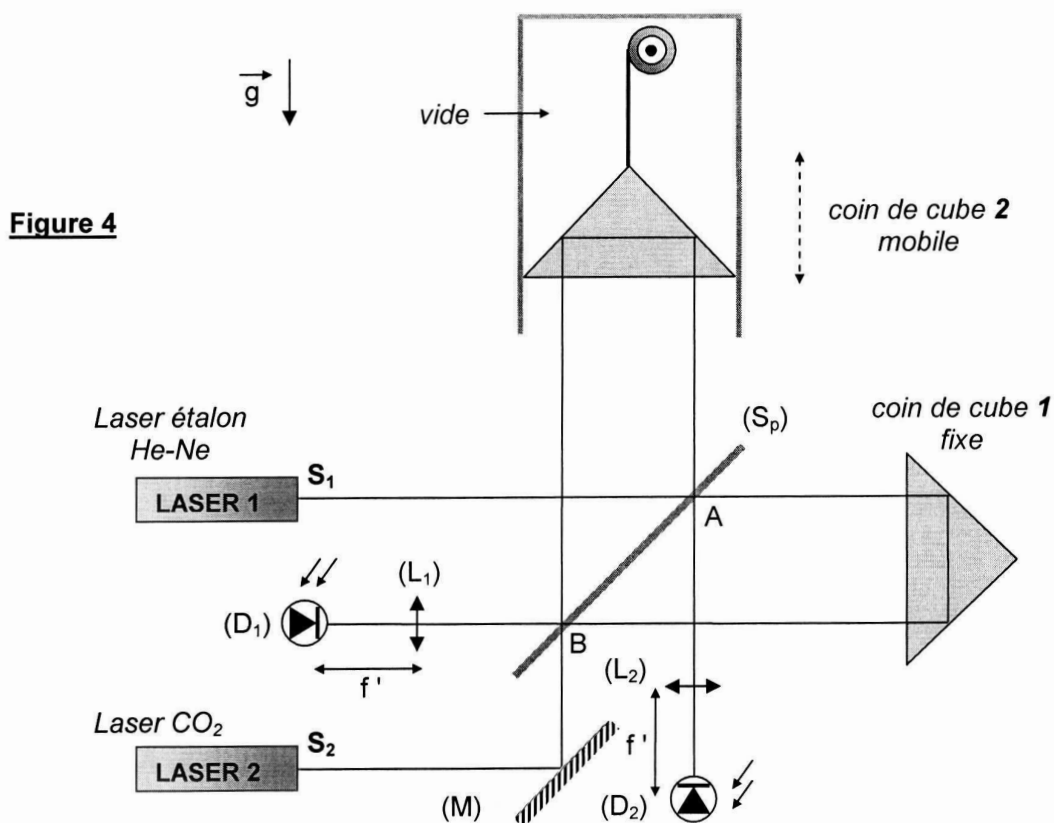
Le *lambdamètre* (figure 4) a été élaboré pour mesurer rapidement la longueur d'onde d'un laser stabilisé. Il se présente comme un double interféromètre de Michelson qui compare la longueur d'onde inconnue d'un laser stabilisé avec la longueur d'onde connue d'un laser de référence : le laser Hélium-Néon stabilisé sur la raie d'absorption "i" de l'iode à $\lambda_0 = 632,8 \text{ nm}$.

Le *lambdamètre* ne nécessite qu'une séparatrice (S_p), deux coins de cube identiques et un miroir réglable (M). Tous les angles de réflexion sont égaux à $\pi/4$.

Les "coins de cube" sont des réflecteurs qui ont la propriété de renvoyer la lumière dans la même direction que celle de réception. Ils sont en verre d'indice $n = 1,5$ et les trois angles au sommet font chacun 90° avec une précision meilleure que la seconde d'arc. Un rayon lumineux tombant sur une des trois faces du coin va se réfléchir trois fois successivement et donc se décaler faiblement en position pour ressortir parallèlement à sa direction incidente.

Le coin de cube 2 est mobile, il se déplace verticalement dans une enceinte où le vide est réalisé. Il est suffisamment lourd pour rendre les frottements négligeables lors de la translation. Il est attaché à la poulie d'un moteur pas à pas par l'intermédiaire d'un fil et guidé dans un tube en inox. Les concepteurs ont cherché à se rapprocher le plus possible de la chute libre.

Les longueurs de cohérence du laser étalon et du laser CO_2 stabilisé sont respectivement de l'ordre de 300 m et 30 km.



Données : $3160556 \times 0,6328 = 2$; $\sqrt{0,2} = 0,45$

G1*a. Le rayon issu du laser 1 arrive en A sur la lame semi-réfléchissante : représenter sur un schéma les chemins optiques des deux rayons qui vont interférer.

L'anneau central de la figure d'interférences est détecté par la photodiode (D_1).

G1*b. Le rayon issu du laser 2 arrive en B sur la lame semi-réfléchissante : représenter sur un schéma les trajets optiques des deux rayons qui vont interférer.

L'anneau central de la figure d'interférences est détecté par la photodiode (D_2).

G1*c. Comparer les différences de marche pour les lasers 1 et 2 respectivement aux centres (D_1) et (D_2) des deux figures d'interférences.

Le laser 1 est le laser étalon de longueur d'onde $\lambda_1 = 632,8 \text{ nm}$. Le laser 2 est un laser CO_2 stabilisé dont la longueur d'onde λ_2 est à déterminer. Lors de la chute du coin de cube 2, un compteur évalue à $p_1 = 3160556$ le nombre de scintillements détectés par (D_1) et, dans le même temps, $p_2 = 188679$ scintillements sont détectés par (D_2).

G2. A l'aide de ces mesures, évaluer λ_2 (en μm).

G3. Citer deux avantages de l'utilisation des coins de cubes pour le fonctionnement du lambdamètre. Pourquoi le vide a-t-il été établi sur la longueur de déplacement du coin de cube ? Commenter le pouvoir de résolution du double interféromètre ainsi constitué.

G4. Calculer la hauteur de chute e du coin de cube mobile. Comparer à la longueur de cohérence des lasers et commenter.

G5. Déterminer la durée t_{chute} de la chute supposée libre du coin de cube, sachant que l'intensité du champ de pesanteur est $g = 10 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$. Commenter.

C6. Le comptage des franges s'effectue à la frange près. En considérant que la longueur d'onde étalon λ_1 est connue sans incertitude, indiquer l'incertitude relative sur l'évaluation de λ_2 . Commenter.

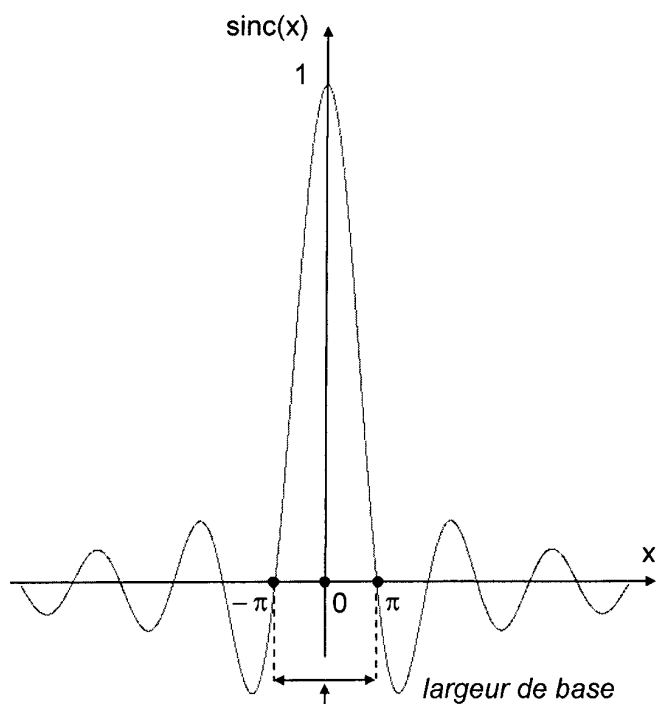
ANNEXES

Formules trigonométriques :

$$\cos a + \cos b = 2 \cos \left[\frac{a+b}{2} \right] \cos \left[\frac{a-b}{2} \right]$$

$$\sin a - \sin b = 2 \cos \left[\frac{a+b}{2} \right] \sin \left[\frac{a-b}{2} \right]$$

$$2 \cos a \cdot \cos b = \cos(a+b) + \cos(a-b)$$



FIN DE L'ÉPREUVE