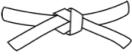


# Bilan d'énergie électrique

Travailler avec vos cours et TD ouverts est **chaudement recommandé** : un DM est un entraînement, pas une évaluation. Réfléchir ensemble est une bonne idée, mais le travail de rédaction doit être individuel. En cas de besoin, **n'hésitez pas à me poser des questions**, idéalement à la fin d'un cours ou éventuellement par mail.

Ceinture		Travail à réaliser
	Ceinture blanche	Questions 1 à 5
	Ceinture jaune	Questions 1 à 7
	Ceinture rouge	Questions 1 à 11
	Ceinture noire	Questions 1 à 12

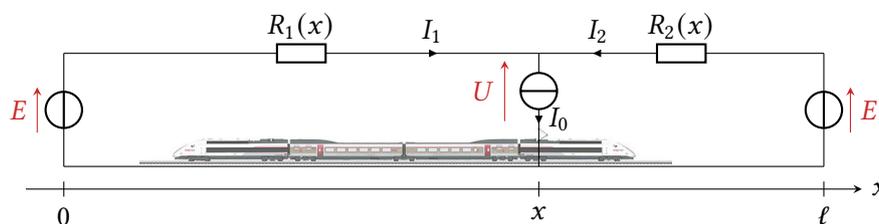


Flasher ou cliquer pour accéder au corrigé

## Alimentation électrique d'un TGV

La puissance électrique nécessaire au fonctionnement d'un TGV est apportée par des sous-stations électriques régulièrement réparties le long de la voie, espacées d'une distance  $\ell \simeq 50$  km. Cet exercice a pour but d'estimer le rendement énergétique de ce dispositif d'alimentation, c'est-à-dire la proportion d'énergie fournie par les sous-stations réellement reçue par la rame.

Les sous-stations sont modélisées par des sources idéales de tension, imposant une tension constante<sup>1</sup>  $E = 25$  kV entre le rail et la caténaire (le câble électrique au dessus des voies). Les moteurs d'un TGV roulant à vitesse constante se comportent du point de vue électrique comme une source idéale de courant  $I_0 = 400$  A orienté de la caténaire vers le rail. Compte tenu de la distance séparant deux sous-stations, la résistance de la caténaire ne peut être négligée : on note  $R_1(x)$  et  $R_2(x)$  celle des deux portions de caténaire de part et d'autre de la motrice. En revanche, les rails peuvent être assimilés à de simples fils de résistance nulle.



**Figure 1 – Schéma de principe du dispositif d'alimentation du TGV.** Bien que représentée au dessus pour plus de lisibilité, la source de courant  $I_0$  modélise le moteur du TGV et se trouve donc « à l'intérieur ».

1. Les sous-stations imposent en réalité une tension sinusoïdale dont  $E$  serait la valeur efficace, mais cela ne change rien à l'étude que nous allons mener.

## A - Étude du circuit

On note  $R = R_1(x) + R_2(x)$  la résistance totale de la caténaire, proportionnelle à la longueur  $\ell$  du câble, et on définit la résistance par unité de longueur (résistance par mètre de câble)  $\rho = R/\ell = 1,2 \cdot 10^{-4} \Omega \cdot \text{m}^{-1}$ .

1 - Exprimer les résistances  $R_1(x)$  et  $R_2(x)$  en fonction de  $\rho$ ,  $x$  et  $\ell$  puis de  $R$ ,  $x$  et  $\ell$ .

2 - Exprimer  $I_1$  et  $I_2$  en fonction de  $I_0$ ,  $R_1$  et  $R_2$ . En déduire que

$$I_1 = \left(1 - \frac{x}{\ell}\right) I_0 \quad \text{et} \quad I_2 = \frac{x}{\ell} I_0.$$

3 - Exprimer  $U$  en fonction de  $x$  notamment.

4 - Exprimer les puissances  $\mathcal{P}_{\text{TGV}}$  reçue par la motrice,  $\mathcal{P}_{\text{cat}}$  dissipée par effet Joule dans la caténaire, et  $\mathcal{P}_{\text{alim}}$  fournie par les sous-stations d'alimentation. Les résultats seront donnés en fonction de  $x$ ,  $R$ ,  $I_0$  et  $E$ .

5 - Identifier une relation entre ces trois puissances et l'expliquer physiquement.

## B - Rendement du dispositif

Le TGV roule à vitesse constante  $v = 300 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ . Il passe la sous-station se trouvant en  $x = 0$  à l'instant  $t = 0$ .

6 - À quel instant le TGV atteint-il la deuxième sous-station en  $x = \ell$  ?

7 - Montrer que la puissance dissipée par effet Joule dans la caténaire à un instant  $t$  quelconque vaut

$$\mathcal{P}_{\text{cat}}(t) = RI_0^2 \frac{vt(\ell - vt)}{\ell^2}.$$

8 - Montrer que le travail électrique total  $W_{\text{cat}}$  dissipé dans la caténaire pendant le passage du train sur ce tronçon vaut

$$W_{\text{cat}} = \frac{1}{6} RI_0^2 \frac{\ell}{v}.$$

9 - Déterminer le travail électrique total  $W_{\text{alim}}$  fourni par les sous-stations d'alimentation.

10 - En déduire sans calcul compliqué le travail électrique  $W_{\text{TGV}}$  reçu par la motrice du TGV.

11 - Proposer une définition du rendement du dispositif. Le calculer numériquement sous forme de pourcentage. Commenter.

## C - Distance entre sous-stations

12 - La motrice d'un TGV tolère que la tension à ses bornes varie de sa valeur nominale  $E = 25 \text{ kV}$  de  $\pm 20\%$ , et peut appeler en phase d'accélération un courant allant jusqu'à  $2I_0 = 800 \text{ A}$ . Justifier la distance entre sous-stations.