Mouvements circulaires

*Travailler avec vos cours et TD ouverts est **chaudement recommandé** : un DM est un entraînement, pas une évaluation. Réfléchir ensemble est une bonne idée, mais le travail de rédaction doit être individuel. En cas de besoin, **n'hésitez pas à me poser des questions**, idéalement à la fin d'un cours ou éventuellement par mail.*

Ceinture		Travail à réaliser
	Ceinture blanche	Questions 1 à 7
	Ceinture jaune	Questions 1 à 7
	Ceinture rouge	Questions 1 à 10
	Ceinture noire	En entier

Flasher ou cliquer pour accéder au corrigé

Rallye automobile

On modélise une voiture de rallye automobile par un point matériel M de masse $m = 1500\,\mathrm{kg}$. Les deux parties de ce sujet s'intéressent à sa trajectoire, d'abord la possibilité d'un décollage sur une route en ligne droite puis d'un dérapage dans un virage. Dans tout le problème, la motorisation du véhicule est modélisée par une force $\overrightarrow{F}$ colinéaire à la vitesse du véhicule et les frottements de l'air sont négligés compte tenu des courtes distances mises en jeu.

A - Dérapage en virage

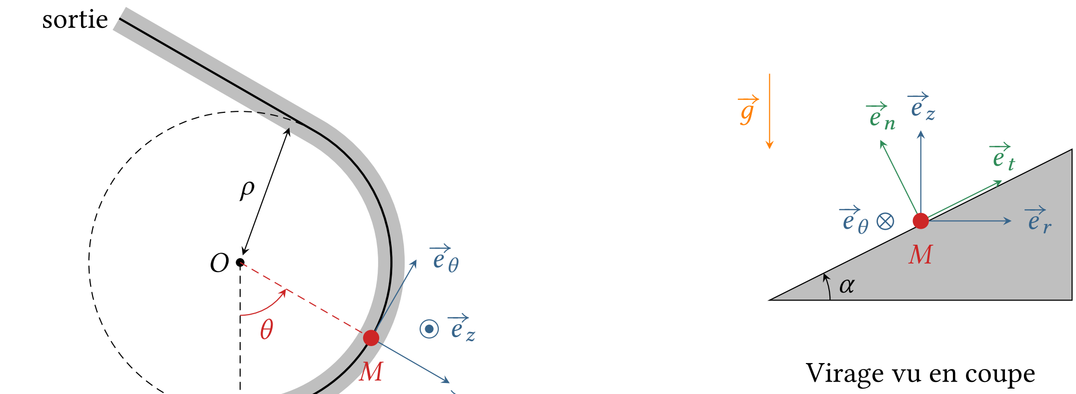


Figure 1 – Schéma du virage suivi par la voiture.

Étudions le mouvement de la voiture dans un virage décrit par un arc de cercle de rayon $\rho = 20\,\mathrm{m}$, voir figure 1. La route est **dans un premier temps supposée plane** ($\alpha = 0$), et on travaille dans la base cylindrique $(O, \vec{e}_r, \vec{e}_\theta, \vec{e}_z)$.

1 - Établir l'expression de l'accélération $\vec{a}$ de la voiture en fonction uniquement du rayon ρ du virage, de la vitesse v du véhicule et de sa dérivée temporelle.

2 - Le virage est parcouru à vitesse v constante. En déduire les expressions des forces de motorisation $\vec{F}$ et de réaction $\vec{R}$, exercée par la route sur le véhicule.

> *Dans le bilan on prendra nulle la composante de $\vec{R}$ colinéaire à la vitesse. En effet, si l'on considère la voiture comme système, alors le moteur est un élément intérieur et ce n'est donc pas lui qui exerce la « force de motorisation » dont il est question, puisque le PFD appliqué à un solide ne fait intervenir que les forces extérieures. La seule possibilité est que cette force soit exercée par la route elle-même. Ainsi, la composante de $\vec{R}$ colinéaire à la vitesse est déjà prise en compte par la force $\vec{F}$. Sur le plan mécanique, le moteur fait tourner les roues, mais puisque celles-ci ne glissent pas sur la route (sauf exception), c'est que la route exerce sur chaque roue une force dont on peut facilement comprendre qu'elle est dirigée vers l'avant du véhicule : la somme de ces quatre forces est notre force $\vec{F}$.*
>
> 

3 - La voiture dérape si les composantes normale R_n et tangentielle R_t de la force $\vec{R}$ sont telles que $|R_t| > \lambda\,|R_n|$ avec $\lambda = 0{,}8$. Déterminer la vitesse maximale $v_{\max}$ à laquelle la voiture peut parcourir le virage sans déraper. La calculer numériquement.

On tient compte désormais de l'inclinaison du virage d'un angle $\alpha \neq 0$ par rapport à l'horizontale, mais on continue à supposer plane la trajectoire de la voiture, qui reste « à hauteur constante » dans le virage.

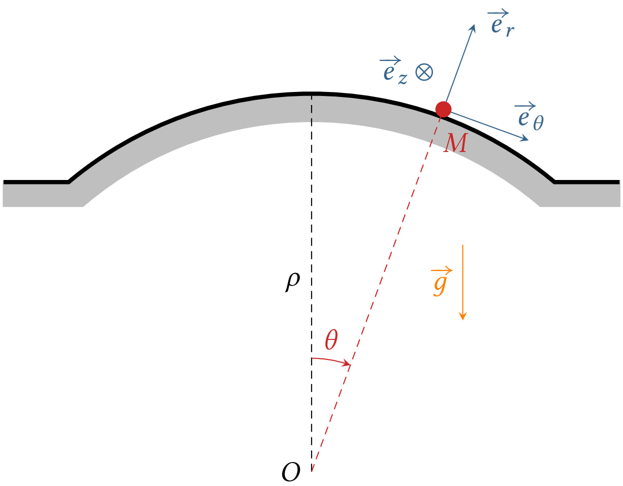
4 - Établir l'expression de la force $\vec{R}$ dans cette nouvelle configuration dans la base inclinée $(\vec{e}_t, \vec{e}_\theta, \vec{e}_n)$.

5 - Analyser le signe de R_t en fonction de v. Pour quelles vitesses la voiture risque-t-elle *potentiellement* de déraper vers l'extérieur ?

6 - Établir la vitesse maximale admissible pour que la voiture parcoure le virage sans déraper vers l'extérieur.

7 - En déduire que si l'inclinaison est suffisante, la voiture ne dérapera jamais vers l'extérieur, quelle que soit la vitesse à laquelle elle aborde le virage. Déterminer l'angle critique α_c.

B - Décollage sur une route bosselée



On considère désormais une situation différente : la voiture évolue sur une route rectiligne mais bosselée, et on s'intéresse à son mouvement dans une bosse modélisée par un arc de cercle de rayon $\rho = 100\,\mathrm{m}$ et d'ouverture angulaire $\pi/3$. On travaille dans le repère polaire $(O, \vec{e}_r, \vec{e}_\theta)$, dont l'origine est située au centre du cercle modélisant la bosse. On a ainsi $\theta \in [-\pi/6, +\pi/6]$. La force de motorisation F est supposée constante.

8 - Relier les forces de motorisation $\overrightarrow{F}$ et de réaction $\overrightarrow{R}$ exercée par la route sur le véhicule à la position angulaire θ de la voiture et ses dérivées.

9 - Montrer que

$$||\overrightarrow{R}|| = 3mg\cos\theta - 2F\theta + \mathrm{cte}\,.$$

On pourra penser à multiplier par $\dot\theta$ l'une des relations établies à la question précédente.

10 - La voiture attaque la bosse à l'angle $\theta = -\pi/6$ avec une vitesse initiale v_0. Déterminer la constante et conclure sur l'expression de R.

11 - Montrer que la voiture décolle de la bosse si la vitesse v_0 est supérieure à une valeur seuil. Peut-elle décoller dès son entrée dans la bosse ? Ne pas décoller du tout ? On pourra raisonner sur une représentation graphique. Déterminer la vitesse seuil $v_{0\,\mathrm{min}}$