

Instruments d'optique

Vous êtes invités à porter une attention particulière à la rédaction et au soin de votre copie. Les numéros des questions doivent être mis en évidence et les résultats encadrés.

Travailler avec cours et TD ouverts est **chaudement recommandé** : il s'agit d'un entraînement, pas d'une évaluation. Utiliser votre calculatrice, Geogebra ou encore Python est **possible**, et peut parfois vous aider.

Travailler en groupe est **autorisé** mais le travail de rédaction doit être individuel. En cas de besoin, **n'hésitez pas à me poser des questions**, à la fin d'un cours ou par mail. Je rappelle également qu'un travail de groupe est un travail à plusieurs, et pas le travail d'une personne recopié plusieurs fois.

De la lunette astronomique à la lunette terrestre

Une lunette astronomique est un instrument d'optique composé d'un objectif, modélisable par une lentille L_1 de grande focale, et d'un oculaire, modélisable par une lentille L_2 de courte focale. Il s'agit d'un instrument d'optique adapté à l'observation à l'œil d'objets lointains, mais elle a l'inconvénient de renverser les images. Pour observer des objets terrestres, il faut les redresser. Cela est rendu possible par l'ajout d'une troisième lentille L_3 convergente entre l'objectif et l'oculaire, appelée « véhicule ». Les focales sont telles que $f'_1 \gg f'_3 > f'_2$.

Dans un premier temps, on suppose que la position du véhicule est connue, donnée par

$$\overline{F'_1 O_3} = \frac{3}{2} f'_3.$$

On considère un objet AB à l'infini vu sous un angle α et tel que A se trouve sur l'axe optique.

1 - Construisons l'image finale par la lunette terrestre en procédant pas à pas.

1.a - Placer sur un schéma l'objectif et le véhicule, ainsi qu'un rayon issu de B passant par O_1 . Identifier l'angle α .

1.b - Construire les images intermédiaires $A_1 B_1$ par l'objectif, puis $A_2 B_2$ par le véhicule.

1.c - Pourquoi souhaite-t-on que l'image finale se forme à l'infini ? En déduire la position à donner à l'oculaire en fonction des images intermédiaires.

1.d - Placer l'oculaire sur le **même** schéma et tracer l'image finale.

2 - Exprimer $\overline{O_3 O_2}$ en fonction de f'_2 et f'_3 .

3 - Déterminer le grandissement transversal $\gamma = \overline{A_2 B_2} / \overline{A_1 B_1}$ du véhicule.

4 - On note α' l'angle sous lequel est vue l'image finale en sortie de la lunette terrestre. Identifier α' sur le schéma. Montrer que le grossissement $G = \alpha' / \alpha$ de la lunette terrestre vaut

$$G = -\frac{f'_1 \gamma}{f'_2}.$$

Commenter son signe : l'image finale est-elle droite ou renversée ?

Pour les questions qui suivent, **la position du véhicule n'est plus supposée connue**.

5 - Quelle doit être la valeur de γ pour observer un objet avec le même grossissement (au signe près) que s'il n'y avait pas de véhicule ? Déterminer les positions du véhicule et de l'oculaire pour être dans cette condition.

6 - On appelle encombrement de la lunette la distance $O_1 O_2$. Exprimer en fonction de f'_3 l'encombrement supplémentaire de la lunette terrestre par rapport à la lunette astronomique.

Instruments d'optique

De la lunette astronomique à la lunette terrestre

1 Voir figure 1. L'image finale doit se former à l'infini car la position qui permet une observation à l'œil sans fatigue. Pour cela, il faut que le plan focal objet de l'oculaire se trouve sur l'image intermédiaire formée par le véhicule : on a donc $F_2 = A_2$.

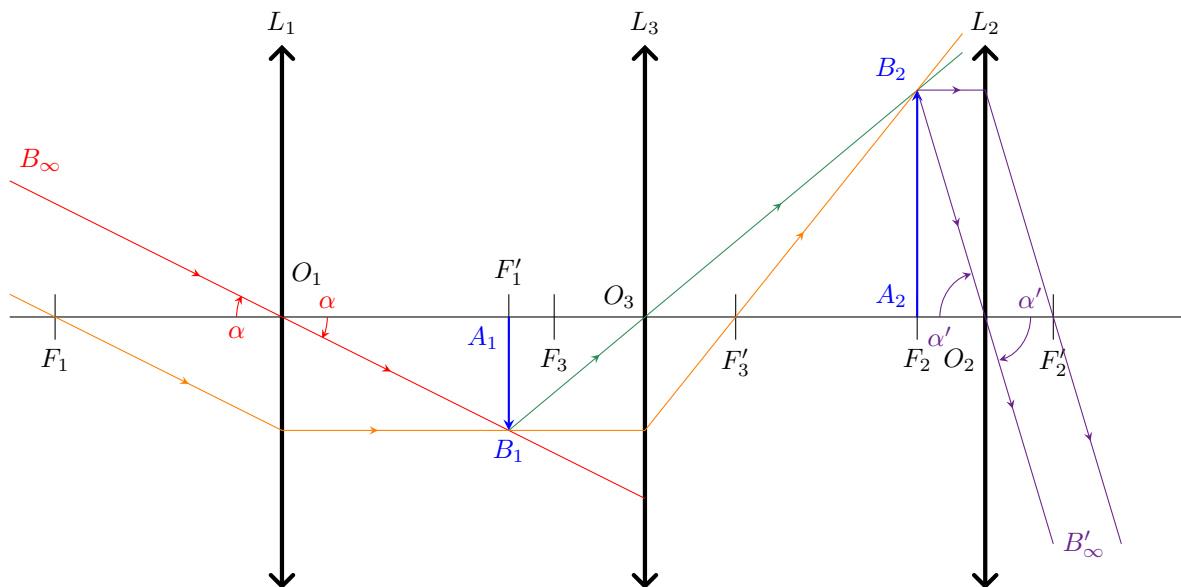


Figure 1 – Formation des images dans une lunette terrestre. Pour des raisons de lisibilité, la marche de certains rayons dans la lunette n'est pas complète. Version couleur sur le site de la classe.

2 Compte tenu de la question précédente, le foyer principal objet de l'oculaire doit coïncider avec l'image intermédiaire formée par le véhicule. Déterminons cette position avec une relation de conjugaison, par exemple celle avec origine au centre :

$$\frac{1}{\overline{O_3A_2}} - \frac{1}{\overline{O_3A_1}} = \frac{1}{f'_3} \quad \text{soit} \quad \frac{1}{\overline{O_3F_2}} - \frac{1}{\overline{O_3F'_1}} = \frac{1}{f'_3} \quad \text{donc} \quad \frac{1}{\overline{O_3F_2}} + \frac{2}{3f'_3} = \frac{1}{f'_3}$$

Finalement,

$$\frac{1}{\overline{O_3F_2}} = \frac{1}{f'_3} - \frac{2}{3f'_3} = \frac{1}{3f'_3} \quad \text{d'où} \quad \overline{O_3F_2} = 3f'_3.$$

On en déduit enfin

$$\boxed{\overline{O_3O_2} = 3f'_3 + f'_2.}$$

3 D'après la relation de grandissement avec origine au centre,

$$\gamma = \frac{\overline{O_3A_2}}{\overline{O_3A_1}} \quad \text{soit} \quad \boxed{\gamma = \frac{3f'_3}{-\frac{3}{2}f'_3} = -2.}$$

4 Voir figure 1 pour l'identification de α' . Dans l'approximation des petits angles,

$$\alpha' \simeq \tan \alpha' = \frac{\overline{A_2B_2}}{\overline{O_2F_2}} = -\frac{\overline{A_2B_2}}{f'_2}.$$

De même,

$$\alpha \simeq \tan \alpha = \frac{\overline{A_1 B_1}}{\overline{O_1 F'_1}} = \frac{\overline{A_1 B_1}}{f'_1}.$$

Or par définition du grandissement $\overline{A_2 B_2} = \gamma \overline{A_1 B_1}$, d'où

$$\alpha' = -\frac{\gamma \overline{A_1 B_1}}{f'_2} = -\frac{\gamma \alpha f'_1}{f'_2}$$

ce qui permet d'identifier $G = \alpha'/\alpha$ en

$$G = -\frac{\gamma f'_1}{f'_2}.$$

Comme $\gamma < 0$ alors $G > 0$: l'image finale est droite.

Attention à la façon dont vous traitez les signes dans les questions de ce type. Ils ne doivent surtout pas apparaître par hasard ou par magie pour tomber sur le bon résultat ! Vérifiez le signe des angles (ce qui implique de les orienter sur le schéma), le signe des grandeurs algébriques, et déduisez-en s'il faut mettre un signe – ou non.

5 Il faut évidemment avoir $\gamma' = -1$. La relation de grandissement indique

$$\gamma' = \frac{\overline{O_3 F_2}}{\overline{O_3 F'_1}} = -1 \quad \text{soit} \quad \overline{O_3 F_2} = -\overline{O_3 F'_1}.$$

D'après la relation de conjugaison, on en déduit

$$\frac{1}{\overline{O_3 F_2}} - \frac{1}{\overline{O_3 F'_1}} = \frac{1}{f'_3} \quad \text{soit} \quad \frac{1}{\overline{O_3 F_2}} + \frac{1}{\overline{O_3 F_2}} = \frac{1}{f'_3}$$

et ainsi

$$\overline{O_3 F_2} = 2f'_3 \quad \text{et} \quad \overline{O_3 F'_1} = -2f'_3.$$

On en déduit

$$\overline{O_1 O_3} = f'_1 + 2f'_3 \quad \text{et} \quad \overline{O_3 O_2} = 2f'_3 + f'_2.$$

Ne pas donner la position des lentilles par rapport aux images intermédiaires : penser plutôt en termes de fabrication de la lunette.

6 Dans une lunette astronomique on a simplement $\overline{O_1 O_2} = f'_1 + f'_2$, alors qu'avec le véhicule on a maintenant $\overline{O_1 O_2} = f'_1 + f'_2 + 4f'_3$. L'encombrement supplémentaire induit par le véhicule est donc de $4f'_3 = 7,2$ cm, ce qui demeure relativement faible à l'échelle de l'instrument.