

# Lois de l'électrocinétique

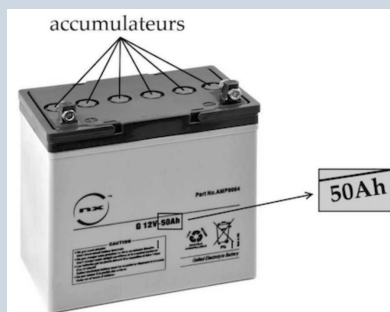
Vous êtes invités à porter une attention particulière à la rédaction et au soin de votre copie. Les numéros des questions doivent être mis en évidence et les résultats encadrés.

Travailler avec cours et TD ouverts est **chaudement recommandé** : il s'agit d'un entraînement, pas d'une évaluation. Utiliser votre calculatrice, Geogebra ou encore Python est **possible**, et peut parfois vous aider.

Travailler en groupe est **autorisé** mais le travail de rédaction doit être individuel. En cas de besoin, **n'hésitez pas à me poser des questions**, à la fin d'un cours ou sur Slack. Je rappelle également qu'un travail de groupe est un travail à plusieurs, et pas le travail d'une personne recopié plusieurs fois.

## Recharge d'une batterie au plomb

### Document 1 : Constitution et fonctionnement d'une batterie au plomb



Une batterie au plomb est un ensemble de six accumulateurs identiques (cellules électrochimiques plomb – acide sulfurique) réunis dans un même boîtier, voir photo ci-contre. Une batterie met en œuvre une conversion entre énergie chimique et énergie électrique, processus pouvant avoir lieu dans les deux sens. Ainsi, une batterie présente un caractère générateur durant sa décharge et un caractère récepteur durant sa recharge. Ce type de batterie est largement utilisé dans l'industrie, dans l'équipement des véhicules automobiles ou pour stocker de l'énergie produite par intermittence, par exemple de l'énergie solaire ou éolienne.

La figure 1 représente la caractéristique statique d'une batterie chargée à 50 %. Elle a l'allure typique en droite décroissante. Cependant, cette caractéristique dépend du pourcentage de charge de la batterie. En effet, lorsque la batterie débite, sa force électromotrice  $E$  diminue progressivement, comme indiqué figure 2.

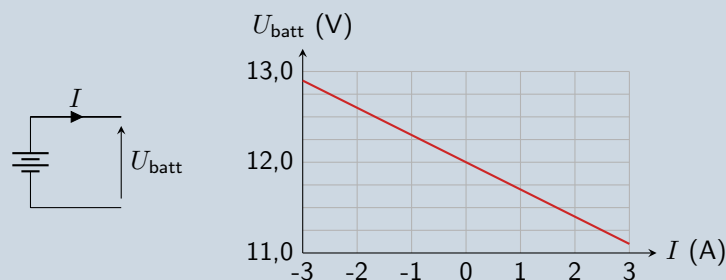


Figure 1 – Caractéristique statique d'une batterie au plomb chargée à 50 %.

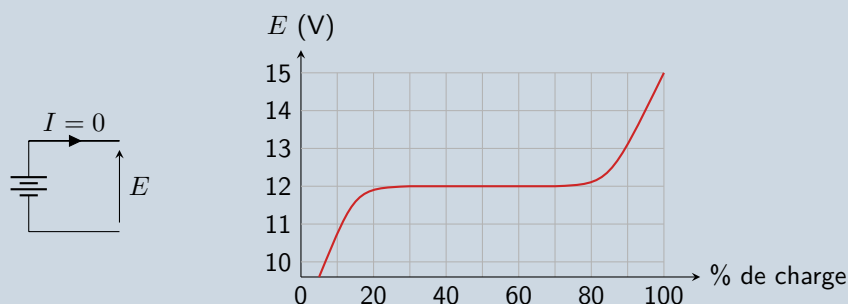


Figure 2 – Tension à vide d'une batterie au plomb en fonction de son pourcentage de charge.

1 - Donner la représentation Thévenin équivalente à la batterie et rappeler sans démonstration sa loi de comportement courant-tension. Déterminer la valeur numérique de la tension à vide  $E$  et celle de la résistance interne de la batterie  $r$ .

Étudions le processus de recharge d'une batterie. Pour simplifier, on suppose qu'elle est complètement déchargée (pourcentage de charge nul) à l'instant  $t = 0$  et que sa tension à vide vaut alors  $E(t=0) = 0$ . Conformément à la figure 2,  $E$  augmente au fur et à mesure de la charge.

La recharge est effectuée grâce à une source électrique modélisée par un générateur de force électromotrice  $E_0 = 16 \text{ V}$  constante et de résistance interne négligeable. Elle est branchée au sein du montage représenté figure 3, où les deux résistors  $R_1 = 3,0 \Omega$  et  $R_2 = 5,0 \Omega$  sont placés pour contrôler la charge de la batterie.

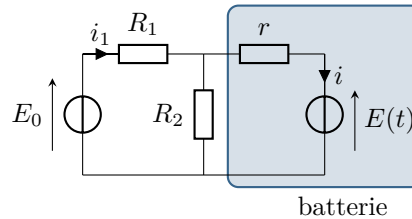


Figure 3 – Montage utilisé pour la recharge d'une batterie au plomb.

2 - Montrer que

$$(rR_1 + rR_2 + R_1R_2)i = R_2E_0 - (R_1 + R_2)E.$$

3 - Justifier que la recharge de la batterie cesse si  $i$  s'annule, et ce quels que soient la valeur de  $E$  et le pourcentage réel de charge. En déduire la valeur de  $E$  pour laquelle la recharge cesse. À quel pourcentage de charge des accumulateurs de la batterie cela correspond-il ?

4 - Il est évidemment préférable que la recharge s'arrête (et donc que  $i$  s'annule) lorsque la batterie est chargée à 100 %. Quelle doit être alors la valeur de  $E$  ? On souhaite conserver  $R_1 = 3,0 \Omega$ . Quelle valeur faut-il donner à  $R_2$  ?

On cherche enfin à déterminer la durée nécessaire pour augmenter le pourcentage de charge de la batterie de 20 à 80 %.

5 - Justifier que la charge de 20 à 80 % se fait à courant  $i = I_{\text{ch}}$  constant. Pour  $R_2 = 45 \Omega$ , simplifier l'expression de  $I_{\text{ch}}$  en tenant compte des valeurs de résistances. Calculer sa valeur numérique.

6 - Sur la batterie photographiée dans le document, il est indiqué « capacité 50 Ah », qu'il faut lire 50 ampère heure. À quelle grandeur physique cette capacité est-elle homogène ?

7 - En déduire le temps de charge  $\Delta t$  nécessaire pour passer de 20 à 80 % de charge.

# Lois de l'électrocinétique

## Recharge d'une batterie au plomb

1 Le modèle de Thévenin équivalent est représenté figure 4. Sa loi de comportement s'écrit

$$U = E - rI.$$

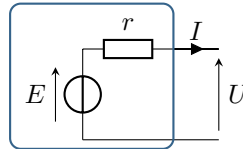


Figure 4 – Modèle de Thévenin équivalent à la batterie.

Sur la caractéristique,  $U = E$  lorsque  $I = 0$ , ce qui permet de lire directement

$$E = 12 \text{ V},$$

ce qui est de plus en accord avec l'autre figure du document. De plus, d'après la loi de comportement,

$$r = \frac{E - U}{I} = \frac{12 - 11,1}{3} \quad \text{soit} \quad r = 0,3 \Omega.$$

2 Raisonnons avec les notations de la figure 5.

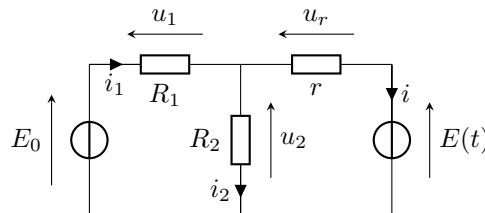


Figure 5 – Montage utilisé pour la recharge d'une batterie au plomb.

*Il est souvent plus simple (et donc plus rentable) de partir de la loi des nœuds et d'appliquer ensuite les lois des mailles aux petites mailles.*

Loi des nœuds :

$$i_1 = i_2 + i$$

Loi d'Ohm :

$$\frac{u_1}{R_1} = \frac{u_2}{R_2} + i$$

Loi des mailles :

$$\frac{E_0 - E - u_r}{R_1} = \frac{u_r + E}{R_2} + i$$

Loi d'Ohm :

$$\frac{E_0 - E - ri}{R_1} = \frac{ri + E}{R_2} + i$$

On n'a maintenant plus que les grandeurs voulues : il ne reste qu'à manipuler l'équation. Pour la mettre sous la forme cherchée, on la multiplie par  $R_1 R_2$ ,

$$R_2 E_0 - R_2 E - r R_2 i = R_1 r i + R_1 E + R_1 R_2 i$$

et on regroupe enfin les termes du « bon » côté de l'équation, ce qui donne

$$(r R_1 + r R_2 + R_1 R_2) i = R_2 E_0 - (R_1 + R_2) E.$$

**3** Si  $i = 0$  alors la puissance reçue par la batterie devient nulle également. Comme elle ne reçoit plus d'énergie, elle ne se charge plus. D'après la question 2,  $i$  s'annule lorsque

$$R_2 E_0 - (R_1 + R_2) E_{\text{fin}} = 0 \quad \text{soit} \quad E_{\text{fin}} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} E_0 = 10 \text{ V}.$$

Par lecture de la courbe donnée dans le document, on en déduit que la batterie est chargée **seulement à hauteur de 5 %**.

*Attention, le fait que la fém  $E$  de la batterie devienne constante n'est pas un signe qu'elle ne se charge plus : la figure 2 indique que c'est le cas de 20 à 80 % de charge !*

**4** On lit sur le document que la batterie a une fém  $E_{\text{max}} = 15 \text{ V}$  lorsqu'elle est chargée complètement. D'après la question précédente, l'intensité s'annule pour cette valeur de tension si

$$R_2(E_0 - E_{\text{max}}) - R_1 E_{\text{max}} = 0 \quad \text{soit} \quad R_2 = \frac{E_{\text{max}}}{E_0 - E_{\text{max}}} R_1 = 45 \Omega$$

**5** On constate sur le document que la tension à vide de la batterie reste quasiment constante lorsque le pourcentage de charge passe de 20 à 80 %. Tous les termes intervenant dans l'expression de  $i$  établie question 2 sont donc constants, ce qui indique bien que **la charge de 20 à 80 % se fait à courant constant**. Comme  $R_2 \gg R_1$  et  $r_{\text{batt}}$ , on peut simplifier l'expression de  $i$  qui devient

$$I_{\text{ch}} \simeq \frac{R_2(E_0 - E)}{R_2(r + R_1)} = \frac{E_0 - E}{r + R_1} = 0,9 \text{ A}.$$

**6** Une intensité est homogène à une charge divisée par un temps. On en déduit que la capacité de la batterie est **homogène à une charge électrique**.

*Ce n'est pas parce qu'une grandeur s'appelle « capacité » que c'est forcément celle d'un condensateur ...*

**7** Comme la charge se fait à courant constant, alors la charge électrique stockée dans la batterie varie pendant  $\Delta t$  de

$$\Delta Q = I_{\text{ch}} \Delta t \quad \text{soit} \quad 0,8 Q_{\text{cap}} - 0,2 Q_{\text{cap}} = I_{\text{ch}} \Delta t$$

et finalement

$$\Delta t = \frac{0,6 Q_{\text{cap}}}{I_{\text{ch}}} = 33 \text{ h}.$$