Signaux et ondes

Durée de l'épreuve : 2 heures

L'usage de la calculatrice et de tout autre appareil électronique est interdit.

- ▷ La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies. En particulier, et sauf si la question le demande explicitement, **les résultats non justifiés ne seront pas pris en compte**.
- ▷ La présentation, la lisibilité et l'orthographe font partie des critères d'évaluation. Les candidats sont invités à **numéroter les copies utilisées**, à **encadrer les résultats de leurs calculs** et à mettre en évidence le numéro des questions. Une **pénalité pouvant aller jusqu'à 10 % de la note obtenue** sera appliquée aux copies sales et peu soignées.
- ▷ Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, **il le signale sur sa copie et poursuit sa composition** en précisant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.
- ▷ Le sujet se compose de **trois parties indépendantes** les unes des autres, que le candidat est libre d'aborder **dans l'ordre de son choix**.
  - → La partie I est faite de diverses questions de cours. Elle compte pour 18 % du barème.
  - → La partie II traite de représentations graphiques d'une onde sur une corde. Elle compte pour 25 % du barème.
  - → La partie III s'intéresse à la faisabilité d'une expérience de lévitation acoustique. Elle compte pour 57 % du barème.
- ▷ Le sujet est volontairement long pour laisser au candidat le choix des parties sur lesquelles il souhaite se concentrer en priorité. Pour faire ce choix en connaissance de cause, il est recommandé de lire en entier le sujet avant d'entamer la composition.

Les candidats doivent vérifier que le sujet comporte bien 4 pages, numérotées de 1/4 à 4/4.

I - Questions de cours ... ou presque

Cette partie sera ramassée au bout de 30 minutes : elle doit être traitée en premier, et sur une copie séparée.

Toutes les questions de cette partie sont indépendantes les unes des autres.

1 - Définir la valeur vraie, la valeur mesurée, l'erreur de mesure et l'incertitude de mesure, notamment en indiquant lesquelles sont inconnues et lesquelles sont mesurées ou estimées. Un schéma peut aider à la présentation.

2 - Dans un TP visant à mesurer la célérité du son, on aboutit à la fin des calculs à une valeur $c = 348{,}5279\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$ et à une incertitude $\Delta c = 7{,}721\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$. Écrire le résultat final sous une forme adaptée.

3 - Rappeler l'écriture mathématique d'un signal harmonique et nommer chacun des paramètres qui interviennent. Démontrer la relation entre sa période et sa pulsation.

4 - Considérons deux signaux harmoniques synchrones s_1 et s_2. Définir mathématiquement le déphasage de s_2 par rapport à s_1. Quel est son signe lorsque s_2 est en retard de phase sur s_1 ? Sur la figure 1, lequel des deux signaux est en avance sur l'autre ? Expliquer **brièvement** : aucun calcul n'est demandé.

5 - On représente figure 2 un signal et un spectre. Le spectre peut-il être celui du signal ? On attend d'abord une analyse de l'allure du spectre, puis si elle est concluante une analyse des valeurs numériques.

Donnée : $1/4{,}5 = 0{,}22$

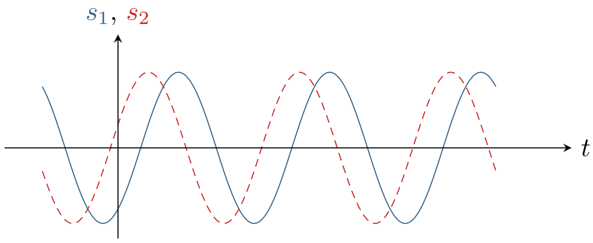


Figure 1 – Déphasage entre deux signaux harmoniques. Le signal s_1 est représenté en trait plein, le signal s_2 en trait pointillé.

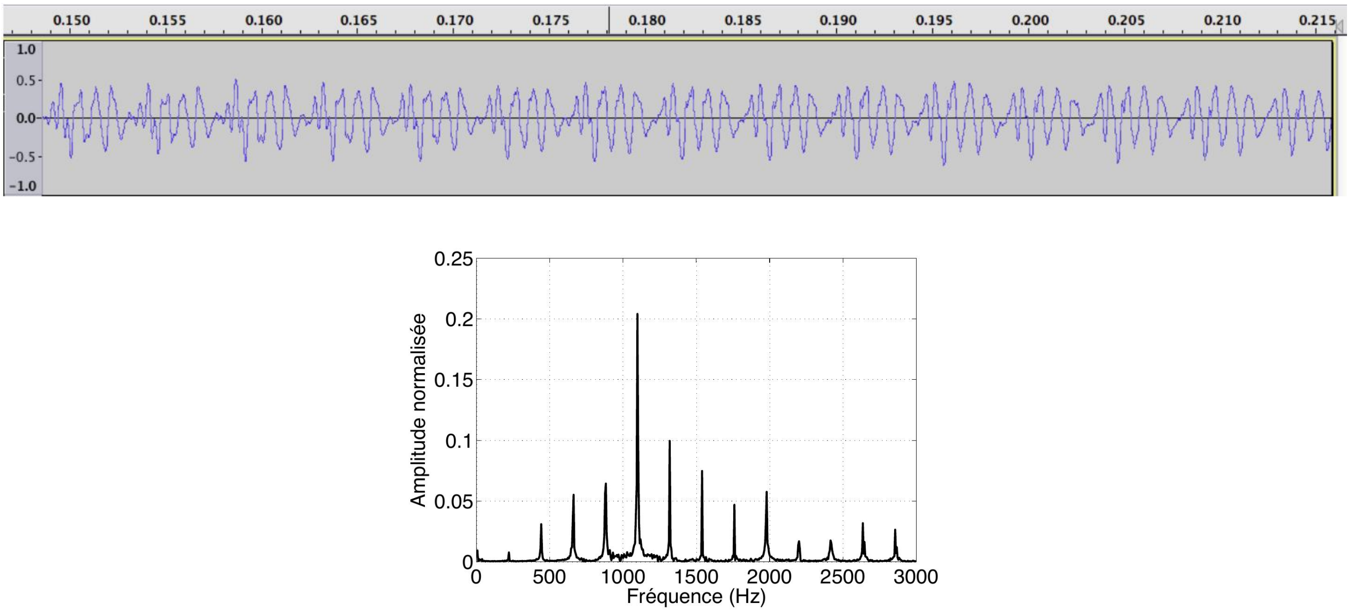


Figure 2 – Un signal et un spectre. L'axe des abscisses du signal est gradué en secondes.

II - Onde sur une corde générée par un ressort

Pensez à prendre une copie différente de la partie I.

Considérons une corde de longueur $L = 2\,\mathrm{m}$ tendue entre ses deux extrémités H ($x_H = 0$) et I ($x_I = 2\,\mathrm{m}$). L'extrémité I est fixe, mais l'extrémité H est attachée à un ressort, comme représenté figure 3, à gauche. Le point A est le milieu de la corde ($x_A = 1\,\mathrm{m}$).

À l'instant $t = 0$, une impulsion est donnée en H, ce qui génère une onde sur la corde. Elle s'y propage à $c = 50\,\mathrm{cm\cdot s^{-1}}$. Le chronogramme représentant la position $z_H(t)$ de H au cours du temps est représenté figure 3, à droite. On pourra considérer qu'à $t = 1{,}5\,\mathrm{s}$ le ressort cesse d'osciller.

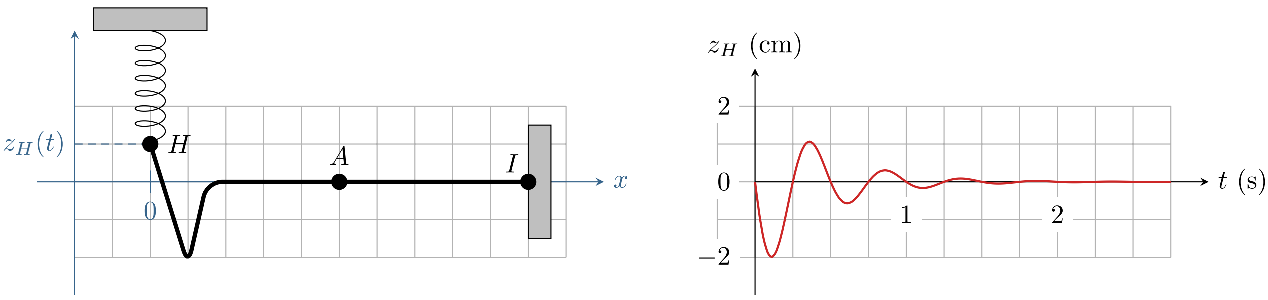


Figure 3 – Corde attachée à un ressort. L'extrémité I est fixe, l'extrémité H est attachée au ressort. La figure de gauche représente un schéma de principe de la situation. La figure de droite représente le chronogramme $z_H(t)$: l'échelle est de 1 cm/carreau en ordonnée et 0,25 s/carreau en abscisse.

Pour tous les tracés, les échelles devront être très clairement indiquées.

6 - Représenter l'allure de la corde à $t_1 = 3\,\mathrm{s}$.

Lorsque l'onde atteint l'extrémité I, elle s'y réfléchit. Le fait que l'extrémité soit fixe impose que l'onde réfléchie est l'opposée de l'onde incidente.

7 - Représenter l'allure de la corde à $t_2 = 7\,\mathrm{s}$.

8 - Représenter le chronogramme de l'altitude du point A $z_A(t)$ pour t compris entre 0 et 10 s.

9 - En justifiant la construction, représenter l'allure de la corde à $t_3 = 4{,}5\,\mathrm{s}$.

III - Lévitation acoustique

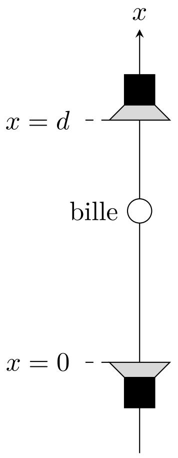


Figure 4 – Schéma de l'expérience.

L'objectif de cette partie est d'étudier la faisabilité d'une expérience de lévitation acoustique schématisée figure 4 : une petite bille de polystyrène, placée entre deux hauts-parleurs, lévite sous le seul effet de l'onde acoustique qui permet de compenser son poids.

Les deux hauts-parleurs sont placés le long d'un axe x vertical, séparés d'une distance d. Le haut-parleur du bas se trouve en $x = 0$. Ils sont alimentés en parallèle par un même générateur délivrant une tension $e(t) = E_0 \cos(2\pi f t)$ de fréquence $f = 17{,}0\,\mathrm{kHz}$. Chaque haut-parleur émet une onde acoustique d'amplitude (en pression) P_0, synchrone avec la tension d'alimentation. Au niveau du haut-parleur, l'onde est en phase avec la tension d'alimentation.

Pour simplifier, on suppose que la présence d'un haut-parleur ne perturbe pas l'onde émise par l'autre haut-parleur, en particulier qu'elle n'engendre pas d'onde réfléchie. On néglige de plus toute atténuation des ondes sonores émises par les hauts-parleurs.

Données :
- ▷ vitesse du son dans l'air $c \simeq 340\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$;
- ▷ accélération de la pesanteur $g \simeq 10\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}$.

10 - Outre la pression, quelle est l'autre grandeur support de l'onde acoustique ? Calculer numériquement la longueur d'onde.

L'onde émise par le haut-parleur du bas est décrite par la surpression

$$P_{\text{bas}}(x,t) = P_0 \cos(\omega t \pm kx + \varphi_{\text{bas}})\,.$$

11 - Comment nomme-t-on une telle onde ? Quel signe $\pm$ faut-il conserver devant le terme kx ? Exprimer sans démonstration les deux paramètres ω et k en fonction des données de l'énoncé.

12 - Justifier que $\varphi_{\text{bas}} = 0$.

De même, l'onde émise par le haut-parleur du haut s'écrit

$$P_{\text{haut}}(x,t) = P_0 \cos(\omega t \pm kx + \varphi_{\text{haut}})\,.$$

13 - Quel signe $\pm$ faut-il conserver dans cette expression ? Montrer que $\varphi_{\text{haut}} = -kd$.

14 - Écrire l'onde résultante entre les deux hauts-parleurs $P(x,t)$ sous forme d'un produit de cosinus [1]. Comment nomme-t-on une telle onde ? Qu'est-ce qui la distingue fondamentalement des ondes émises par chaque haut-parleur individuellement ?

15 - Définir un nœud et un ventre de vibration. Calculer la distance séparant deux nœuds de vibration consécutifs. Par analogie, en déduire sans calcul la distance séparant deux ventres consécutifs, puis la distance séparant un nœud et un ventre consécutifs.

Pour que l'effet soit maximal, il faut que l'onde résultante soit résonante. On admet qu'il faut pour cela qu'il y ait un nœud de pression au niveau de chaque haut-parleur.

16 - En raisonnant sur le haut-parleur situé en $x = 0$, exprimer les distances d_n que l'on peut choisir en fonction de la longueur d'onde λ et d'un entier n. Qu'en est-il au niveau du haut-parleur du haut ?

17 - Schématiser l'allure de $P(x,t)$ pour les trois entiers les plus faibles. Légender ce schéma en indiquant les nœuds et les ventres de surpression, ainsi que la longueur d'onde.

Pour estimer un ordre de grandeur sans calcul complexe, on suppose que la bille de polystyrène que l'on cherche à faire léviter a exactement pour rayon $R = \lambda/8$. Son centre se trouve en $x = 7\lambda/8$.

18 - Que vaut l'amplitude locale de la surpression sur le haut de la bille ? sur le bas de la bille ?

19 - En assimilant la bille à un cylindre de masse volumique ρ, montrer par un bilan des forces qu'elle peut léviter si

$$P_0 \simeq \frac{2}{3}\rho g R\,.$$

1. Vous remplacerez évidemment φ_{haut} et φ_{bas} par leurs expressions.

Étienne Thibierge, 25 septembre 2017, www.etienne-thibierge.fr

20 - Supposons $R \simeq 2\,\mathrm{mm}$ et $\rho \simeq 10\,\mathrm{kg \cdot m^{-3}}$. Calculer la valeur de P_0 nécessaire à la lévitation. Conclure avec le document 1 : l'expérience est-elle raisonnablement faisable ?

Document 1 : Niveau sonore et pression acoustique

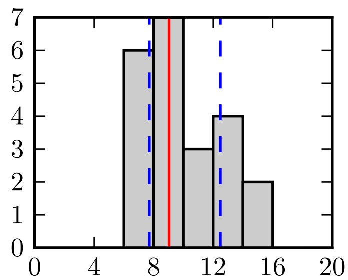
Pression acoustique (Pa)	Niveau sonore (dB)	Exemples
200	140	avion au décollage
20	120	seuil de douleur
2	100	klaxon
0,2	80	voiture dans la rue
0,02	60	conversation
0,002	40	salle de DS :)
0,0002	20	vent léger

Remarque finale : *La réalité est plus complexe que ce que laissent penser les dernières questions de cet exercice. La position d'équilibre de la bille en lévitation se trouve en fait au niveau d'un nœud. Comme la surpression oscille en opposition de phase dans les deux fuseaux, la bille est alternativement poussée vers le haut et vers le bas, mais son inertie fait qu'elle n'en ressent qu'un effet moyen, ce qui lui permet d'être maintenue.*

Signaux et ondes

Bilan du devoir

Notes



- Barème brut sur 67 points, transformé par proportionnalité en note sur 20.
- La moyenne de classe de 17/67 est abritrairement choisie à 10.
- Les notes sont comprises entre 6,7 et 15,1, et plutôt resserrées autour de la moyenne : l'écart-type n'est que 2,7, ce qui est signe d'homogénéité dans les copies. Une telle homogénéité est assez innattendue pour le premier devoir de l'année : effet du sujet pas assez classant ? d'un niveau homogène dans la classe ? Je ne sais pas.

Commentaires principaux

- Il y a eu globalement du travail et un effort d'apprentissage du cours. Malheureusement, il se limite trop souvent à des formules magiques apprises par cœur que vous n'arrivez ni à démontrer ni à réutiliser dans un cadre un peu différent du cours. Rien de bien original ni de bien inquiétant pour le mois septembre, mais il faut que vous en soyez conscients pour que ce travers disparaisse au plus vite. La stratégie qui consisterait à apprendre sans comprendre et sans savoir refaire ne pourra vous mener qu'à l'échec.
- Autant je pense que certains qui ont des mauvaises notes arriveront à redresser la barre, autant je suis inquiet, voire très inquiet, par le niveau de certains redoublants. Au vu du sujet, tous les redoublants ayant moins de 10 doivent se poser de sérieuses questions.
- À quelques exceptions près, la présentation des copies est plutôt satifaisante. Par contre, la rédaction, c'est-à-dire les explications qui accompagnent les calculs, est souvent insuffisante voir absente.
- La partie II a été beaucoup travaillée en cours mais n'est pas du tout comprise. Vous ne faites globalement pas de différence entre les représentations spatiale et temporelle d'une onde.
- La partie III montre un réel travail d'apprentissage des formules du cours. Il faut maintenant arriver à aller plus loin et à les remettre en contexte.

Erreurs trop courantes à éviter

2 - L'écriture des incertitudes avec chiffres significatifs a été revue la veille du DS ... bilan : seule la moitié de la classe le fait correctement :(
3 - Répondez précisémment à la question : les unités ne sont pas demandées, pourquoi les donner ?

10 - Attention, la grandeur acoustique couplée est la vitesse de déplacement des tranches d'air mises en mouvement par l'onde, pas la vitesse de propagation de l'onde elle-même.
12 - Question très mal comprise. Revoyez le corrigé, ce n'est pas une question anecdotique.
15 et 16 - Des démonstrations sont attendues. La situation n'est pas exactement celle de la corde de Melde, les résultats sont donc différents également.
17 - TROIS figures sont demandées.

I - Questions de cours ... ou presque

❖ ***Barème :** 12 pts au total*

1 ▷ On appelle **valeur vraie** X_{vrai} la valeur que prendrait le mesurande si le mesurage était parfait. Elle est inconnue.
▷ On appelle **valeur mesurée** la valeur obtenue par le mesurage.
▷ On appelle **erreur de mesure** l'écart entre la valeur vraie X_{vrai} et la valeur mesurée x,

$$\varepsilon = X_{\text{vrai}} - x\,.$$

Elle est également inconnue.
▷ On appelle **incertitude de mesure** notre estimation de l'erreur de mesure. Elle est estimée, mais pas mesurée.

Voir votre cours pour le schéma !

❖ ***Barème :** 2 pts : 0.5 par définition.*

2 La bonne écriture est $c = 349 \pm 8\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$.

❖ ***Barème :** 1 pt*

3 Un signal harmonique s'écrit

$$\boxed{s(t) = S_\mathrm{m}\cos(\omega t + \varphi)\,.}$$

où S_m est l'**amplitude**, ω la **pulsation** et φ la **phase initiale**.

Par définition, la période T est le plus petit temps tel que $s(t+T) = s(t)$ pour tout t, soit

$$S_\mathrm{m}\cos(\omega t + \omega T + \varphi) = S_\mathrm{m}\cos(\omega t + \varphi)$$

d'où par périodicité du cosinus

$$\omega T = 2n\pi \qquad n \text{ entier.}$$

Comme on cherche le *plus petit* temps, alors $n = 1$, et donc

$$\omega T = 2\pi \qquad \text{d'où} \qquad \boxed{T = \frac{2\pi}{\omega}\,.}$$

❖ ***Barème :** 4 pts : 1 pour l'écriture, 1 pour les noms, 2 pour la démonstration.*

4 Le déphasage $\Delta\varphi_{2/1}$ est la différence des phases initiales,

$$\boxed{\Delta\varphi_{2/1} = \varphi_2 - \varphi_1\,.}$$

Si s_2 est en retard de phase sur s_1, alors $\Delta\varphi_{2/1} < 0$. Graphiquement, le premier signal à atteindre son maximum sur le chronogramme est en avance de phase sur l'autre. Sur la figure 1 c'est donc **s_2 qui est en avance sur s_1**.

❖ ***Barème :** 2 pts : 1 pour la définition et le signe, 1 pour la figure si justifié.*

5 Le spectre présente des pics régulièrement espacés : il s'agit donc du spectre d'un signal périodique. C'est approximativement le cas du signal représenté, le spectre pourrait donc convenir.

Une mesure de période du signal donne $T \simeq 4{,}5\,\mathrm{ms}$, soit une fréquence $f = 220\,\mathrm{Hz}$. C'est bien la fréquence du premier (petit) pic du spectre, qui représente le fondamental. Ainsi, **le spectre peut être celui du signal** représenté.

❖ ***Barème :** 3 pts : 2 pt pour l'identification du spectre d'un signal périodique, 1 pt pour la mesure de période et fréquence.*

II - Onde sur une corde générée par un ressort

❖ ***Barème :** 17 pts au total*

6 D'après le chronogramme, le front de l'onde est généré à l'instant $t_{\text{fr}} = 0$. À l'instant t_1, il a donc atteint le point d'abscisse

$$x_{\text{fr}}(t_1) = c(t_1 - t_{\text{fr}}) = 1{,}50\,\mathrm{m}\,.$$

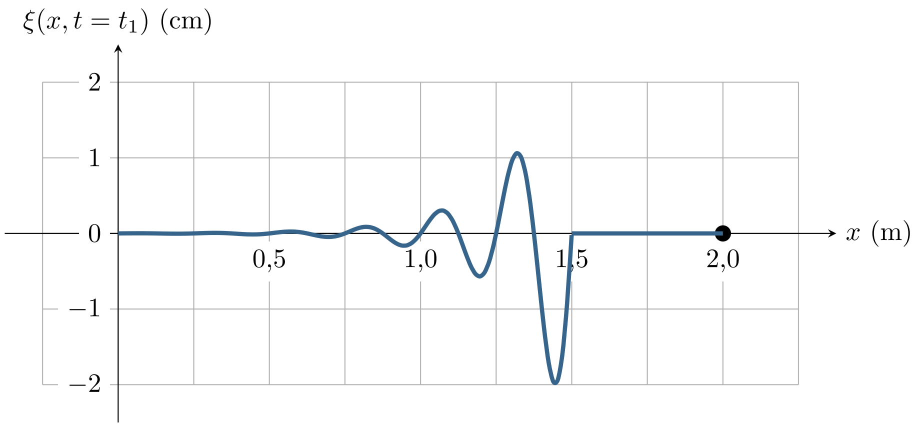


Figure 5 – Allure de la corde à $t_1 = 3$ s.

L'arrière de l'onde (dernière oscillation visible) est généré à l'instant $t_{\text{arr}} = 1{,}5$ s. À l'instant t_1, il a donc atteint le point d'abscisse

$$x_{\text{arr}}(t_1) = c(t_1 - t_{\text{arr}}) = 75\,\text{cm}\,.$$

Il y a entre temps trois oscillations, d'où on déduit l'allure représentée figure 5.

❖ ***Barème :*** *3 pts : 2 pts pour les abscisses du front et de l'arrière, 1 pt pour l'allure.*

7 Il faut $\tau = L/c = 4$ s pour que l'onde parcoure la corde. Le front d'onde est émis à $t = 0$ et atteint donc I à $t = \tau$. À l'instant t_2, le front de l'onde a donc été réfléchi depuis 3 s et il a parcouru 1,50 m depuis I. Il se trouve donc en

$$x_{\text{fr}}(t_2) = L - c(t_2 - \tau) = 50\,\text{cm}\,.$$

Par le même raisonnement que précédemment, l'arrière se trouve en $x_{\text{arr}}(t_2) = 1{,}25$ m. De plus, on voit l'onde réfléchie qui est opposée de l'onde incidente. On en déduit l'allure de la figure 6

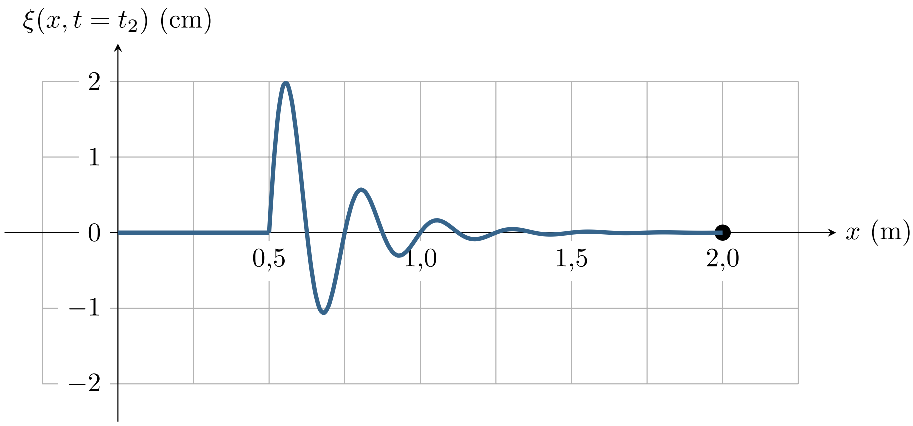


Figure 6 – Allure de la corde à $t_2 = 7$ s.

❖ ***Barème :*** *4 pts : 2 pts pour les abscisses du front et de l'arrière, 2 pts pour l'allure incluant le changement de signe.*

8 En passant dans le sens des x croissants, le front de l'onde arrive au point A à $t = 1$ s, l'arrière de l'onde à $t = 2{,}5$ s. En passant dans le sens des x décroissants, donc après la réflexion, le front de l'onde arrive en A au bout de 6 s et l'arrière de l'onde à 7,5 s. Comme indiquée dans l'énoncé, l'onde réfléchie est l'opposée de l'onde incidente.

❖ ***Barème :*** *4 pts : 2 pts pour les instants d'arrivée des deux ondes, 2 pts pour l'allure incluant le changement de signe.*

9 À l'instant t_3, le front de l'onde a déjà été réfléchi mais l'arrière pas encore. L'onde sur la corde est une superposition de l'onde incidente et de l'onde réfléchie. On construit donc d'abord l'onde incidente et l'onde réfléchie en « dépassant » de I puis ensuite l'onde totale en sommant, par application du principe de superposition.

❖ ***Barème :*** *6 pts : 2 pts pour l'idée, 2 pts pour les tracés des deux ondes, 2 pts pour le tracé de la superposition.*

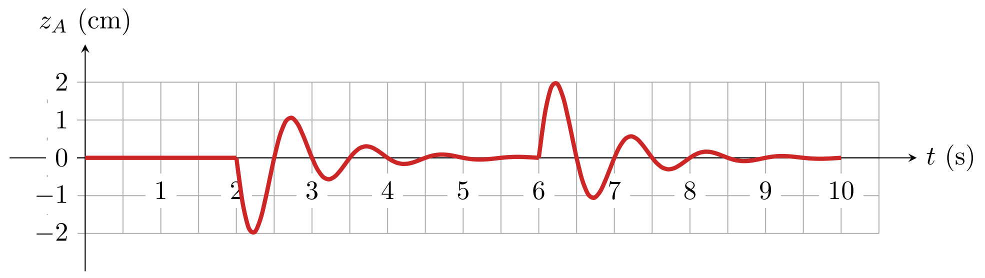


Figure 7 – Chronogramme $z_A(t)$.

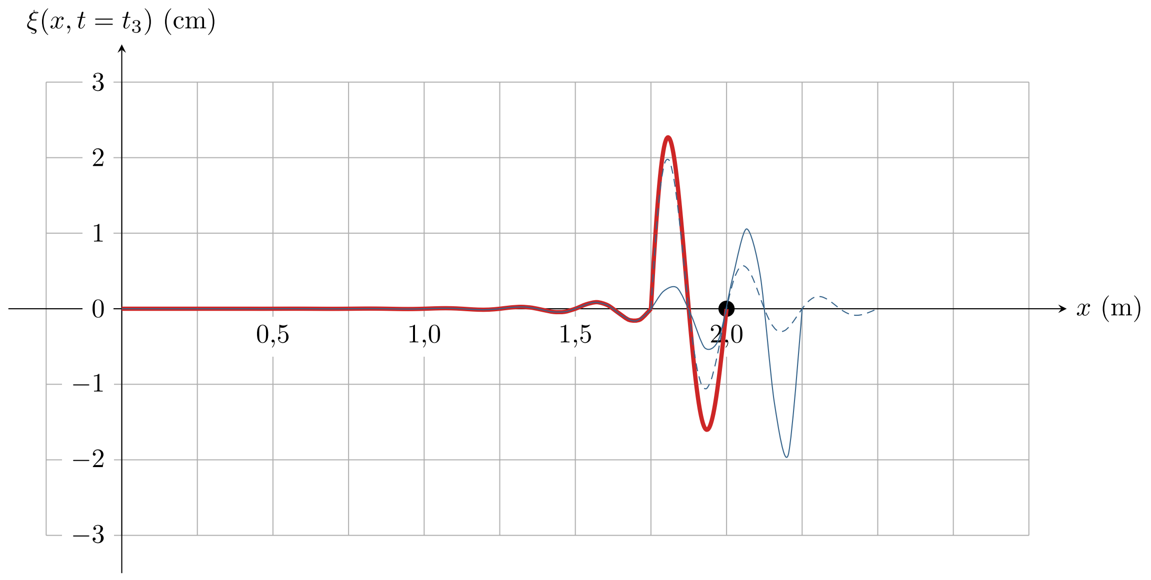


Figure 8 – Allure de la corde à $t_3 = 4{,}5$ s.

III - Lévitation acoustique

❖ ***Barème :*** *38 pts au total*

$\boxed{10}$ L'autre grandeur support de l'onde acoustique est la **vitesse de déplacement** des tranches d'air mises en mouvement par l'onde. D'après la relation de dispersion,

$$\boxed{\lambda = \frac{c}{f} = 2{,}0\,\text{cm}\,.}$$

> *Ne pas confondre la vitesse acoustique avec la célérité de l'onde elle-même.*

❖ ***Barème :*** *1.5 pts : 0.5 pour la vitesse de l'air, 1 pour λ.*

$\boxed{11}$ Une telle onde est dite **progressive harmonique**. Comme elle se propage dans le sens des x croissants, il faut garder le signe $-$ dans son expression :

$$P_{\text{bas}}(x, t) = P_0 \cos(\omega t - kx + \varphi_{\text{bas}})\,.$$

La pulsation ω est reliée à la fréquence par

$$\boxed{\omega = 2\pi\, f}$$

et le vecteur d'onde k s'en déduit par

$$k = \frac{\omega}{c} \qquad \text{soit} \qquad \boxed{k = \frac{2\pi f}{c}\,.}$$

❖ ***Barème :*** *2 pts : 0.5 par sous-question*

$\boxed{12}$ Le haut-parleur du bas est situé en $x = 0$. En ce point, l'onde P_{bas} a pour phase initiale $-k \times 0 + \varphi_{\text{bas}}$. L'onde y est en phase avec la tension e qui a pour phase initiale $\varphi_e = 0$, d'où

$$\varphi_{\text{bas}} = \varphi_{\text{e}} \qquad \text{soit} \qquad \boxed{\varphi_{\text{bas}} = 0\,.}$$

❖ ***Barème :*** *1 pt*

13 L'onde émise par le haut-parleur du haut se propage dans le sens des x décroissants, il faut donc garder le signe + dans son expression. En $x = d$, sur le haut-parleur du haut, sa phase initiale vaut $kd + \varphi_{\text{haut}}$, et l'onde est également en phase avec la tension e. Ainsi,

$$kd + \varphi_{\text{haut}} = 0 \qquad \text{donc} \qquad \boxed{\varphi_{\text{haut}} = -kd\,.}$$

❖ ***Barème :*** *2.5 pts : 0.5 pour le signe, 2 pour la phase*

14 D'après le principe de superposition,

$$\begin{aligned} P(x,t) &= P_{\text{haut}}(x,t) + P_{\text{bas}}(x,t) \\ &= P_0 \cos(\omega t + kx - kd) + P_0 \cos(\omega t - kx) \end{aligned}$$

$$\boxed{P(x,t) = 2P_0 \cos\left(\omega t - \frac{kd}{2}\right) \cos\left(kx - \frac{kd}{2}\right)}$$

Cette onde est une **onde stationnaire harmonique**. Contrairement aux ondes émises par les hauts-parleurs, **elle ne se propage pas** mais vibre sur place.

❖ ***Barème :*** *3 pts : 2 pour le calcul, 1 pour le nom et la propriété.*

15 Un nœud de vibration est un point où la surpression acoustique est constamment nulle, un ventre un point où elle est d'amplitude maximale. Cherchons la position des nœuds. L'amplitude locale de vibration vaut ici

$$A(x) = 2P_0 \left| \cos\left(kx - \frac{kd}{2}\right) \right|$$

Elle est nulle en x tel que

$$\cos\left(kx - \frac{kd}{2}\right) = 0 \qquad \text{soit} \qquad kx_n - \frac{kd}{2} = \frac{\pi}{2} + n\pi \quad n \text{ entier.}$$

Ainsi,

$$x_n - \frac{d}{2} = \frac{\pi}{2k} + n\frac{\pi}{k}$$

et comme $k = 2\pi/\lambda$ par définition alors

$$x_n = \frac{d}{2} + \frac{\lambda}{4} + n\frac{\lambda}{2}\,.$$

La distance entre deux nœuds vaut $x_{n+1} - x_n$, donc **deux nœuds consécutifs sont séparés de $\lambda/2$**.

Deux nœuds sont séparés d'un ventre : on retrouve que **deux ventres sont également séparés de $\lambda/2$**, et **un nœud et un ventre consécutifs sont séparés de $\lambda/4$**.

❖ ***Barème :*** *6 pts : 1 pt pour la définition, 3.5 pts pour la distance entre nœuds, 0.5 pour celle entre ventres, 1 pour nœud-ventre.*

16 Pour qu'il y ait un nœud sur le haut parleur situé en $x = 0$, il faut que

$$\cos\left(k \times 0 - \frac{kd}{2}\right) = 0 \qquad \text{soit} \qquad \frac{kd}{2} = \frac{\pi}{2} + n\pi\,.$$

Les distances d_n que l'on peut choisir valent donc

$$d_n = \frac{\pi}{k} + n\frac{2\pi}{k} \qquad \text{soit} \qquad \boxed{d_n = \frac{\lambda}{2} + n\lambda\,.}$$

Le haut-parleur du haut se trouve en $x = d$, l'amplitude de vibration vaut donc

$$A(d) = 2P_0 \left| \cos\left(kd - \frac{kd}{2}\right) \right| = 2P_0 \left| \cos\frac{kd}{2} \right| = 0$$

compte tenu du début de la question. Ainsi, s'il y a un nœud sur le haut-parleur du bas alors **il y a aussi un nœud sur le haut-parleur du haut**.

Étienne Thibierge, 25 septembre 2017, www.etienne-thibierge.fr

> *Ce n'est pas un hasard : cela vient du fait que les deux hauts-parleurs sont en phase avec la même tension e.*

❖ ***Barème :*** *5 pts : 3 pts pour les valeurs d_n, 2 pts pour le nœud en $x = d$.*

17 Voir figure 9.

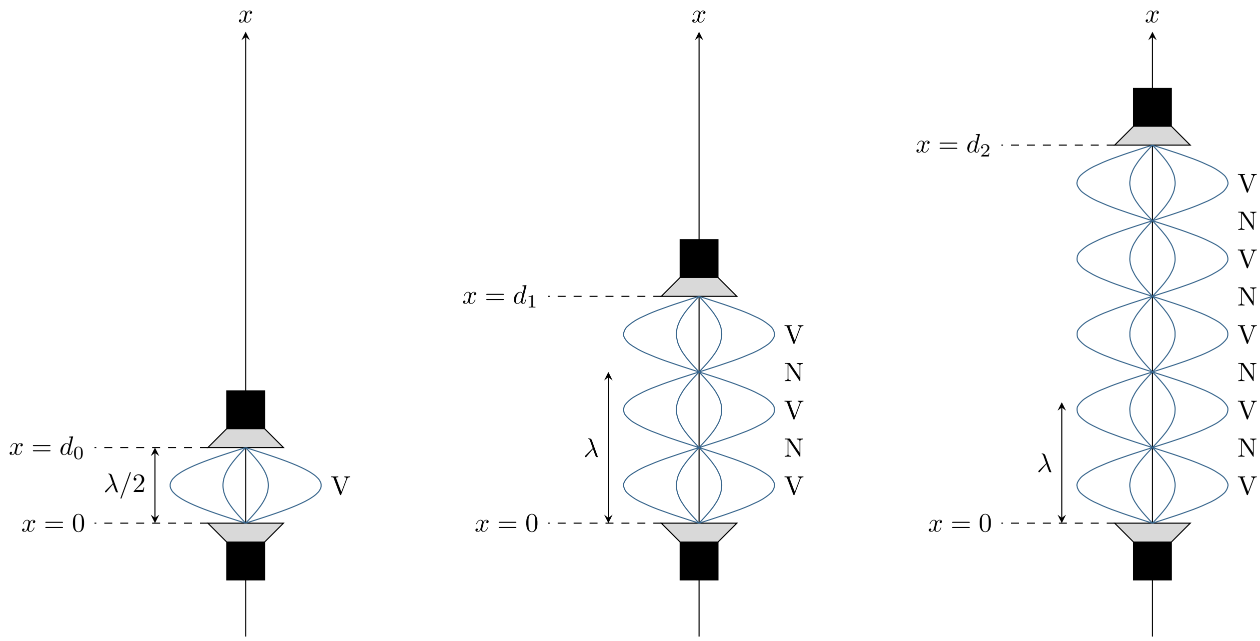


Figure 9 – **Allure de l'onde stationnaire de surpression entre les deux hauts-parleurs.** Les courbes en traits bleus représentent la surpression, dans une vue type chronophotographie.

❖ ***Barème :*** *6 pts : 1 pt pour l'allure générale, 2 pts si bon nombre de nœuds, 1 pt si c'est bien d qui varie et pas λ, 1 pt pour légende N et V, 1 pt pour légende λ.*

18 En observant la figure 9, on constate que le bas de la bille se trouve au niveau d'un ventre et le haut de la bille au niveau d'un nœud. L'amplitude locale de la surpression y vaut donc respectivement **$P_{\text{inf}} = 2P_0$ sur le dessous et $P_{\text{sup}} = 0$ sur le dessus de la bille**.

❖ ***Barème :*** *2 pts*

19 Assimilons la bille à un cylindre de rayon R et dont les faces ont donc pour surface $S = \pi R^2$. Elle est soumise à trois forces :

▷ son poids $\overrightarrow{P} = m\overrightarrow{g} = -mg\overrightarrow{u}_x$;

▷ la force de pression sur la face inférieure, qui pousse la bille vers le haut,

$$\overrightarrow{F}_{\text{p,inf}} = +P_{\text{inf}}\, S\, \overrightarrow{e}_x \simeq 2P_0\, \pi R^2\, \overrightarrow{e}_x\,;$$

▷ la force de pression sur la face supérieure, qui pousse la bille vers le bas,

$$\overrightarrow{F}_{\text{p,sup}} = -P_{\text{sup}}\, S\, \overrightarrow{e}_x \simeq \overrightarrow{0}\,.$$

D'après le théorème de la résultante cinétique (aussi appelé second loi de Newton ou principe fondamental de la dynamique), à l'équilibre,

$$\overrightarrow{P} + \overrightarrow{F}_{\text{p,inf}} + \overrightarrow{F}_{\text{p,sup}} = \overrightarrow{0} \qquad \text{soit} \qquad -mg\overrightarrow{u}_x + 2P_0\, \pi R^2\, \overrightarrow{e}_x = \overrightarrow{0}$$

On en déduit

$$2P_0\, \pi R^2 = mg = \frac{4}{3}\pi R^3 \rho\, g$$

ce qui conduit à la condition donnée

$$\boxed{P_0 = \frac{2}{3}\rho g R\,.}$$

❖ ***Barème :*** *7 pts : 3 × 1 pt pour les forces, 2 pts pour la masse, 2 pts pour le calcul.*

20 Pour $R = 2\,\text{mm}$, on trouve numériquement

$$P_0 \simeq \frac{2}{3} \times 10 \times 10 \times 2 \cdot 10^{-3} \qquad \text{d'où} \qquad \boxed{P_0 \simeq 0{,}1\,\text{Pa}\,.}$$

D'après le document 1, cette valeur correspond à un niveau sonore compris entre 60 et 80 dB : l'expérience semble tout à fait réalisable.

> *Cet ordre de grandeur permet aussi de constater que l'amplitude de la surpression acoustique est extrêment faible devant la pression atmosphérique, qui vaut $1{,}0 \cdot 10^5$ Pa.*
>
> *Preuve en vidéo que ça marche :* `https://www.youtube.com/watch?v=odJxJRAxdFU`

❖ ***Barème :*** *2 pts*