BLAISE PASCAL
PT 2024-2025

Préparation à l'oral

Optique

Difficulté d'analyse et compréhension, initiative requise ;
Difficulté technique et calculatoire ;
Exercice important.

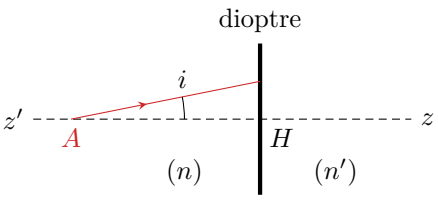
Flasher ce code pour accéder aux corrigés

Optique géométrique

Exercice 1 : Distance apparente à travers un dioptre

oral banque PT | 3 | 1

▷ *Formation d'image optique ;*
▷ *Lois de Descartes.*



On considère un dioptre plan séparant deux milieux transparents d'indices respectifs $n > n'$. Soit A un point situé sur l'axe (zz') normal au dioptre. On note i l'angle incident et i' l'angle réfracté.

1 - Construire A' image de A par le dioptre.

2 - Donner une relation entre AH, $A'H$, i et i'.

3 - Énoncer les conditions de Gauss. Déterminer une relation entre AH, $A'H$, n et n'.

4 - À quelle distance le chat voit-il le poisson dans son aquarium sachant qu'il l'observe de façon normale aux dioptres ? Le poisson se trouve à 5 cm de la vitre, épaisse de 8 mm. On donne $n_{\text{eau}} = 1{,}33$, $n_{\text{verre}} = 1{,}50$ et $n_{\text{air}} = 1{,}00$.

Exercice 2 : Distance hyperfocale d'un appareil photo

oral banque PT | 2 | 2 |

▷ *Relation de conjugaison ;*
▷ *Profondeur de champ.*

On étudie la distance hyperfocale d'un appareil photographique, c'est-à-dire la distance à partir de laquelle l'image est nette lorsque la mise au point est faite à l'infini. L'objectif est modélisé par une lentille mince convergente de focale $f' = 50\,\text{mm}$, le diaphragme par un cercle de diamètre $D = 4\,\text{mm}$.

1 - Schématiser la situation en indiquant les foyers et la position du capteur.

Toujours en effectuant la mise au point à l'infini, on s'intéresse à un objet A placé sur l'axe optique à une distance d de l'objectif. On note Δ la distance $F'A'$ entre le foyer image de l'objectif et l'image A' de A.

2 - Montrer que

$$\Delta = \frac{f'^2}{d - f'}$$

Proposer une approximation sachant que $d \geq 1\,\text{m}$.

3 - Montrer à l'aide d'un schéma que le diamètre de la tâche lumineuse sur le capteur s'approxime par Df'/d.

BY-NC-SA

© Étienne Thibierge, www.etienne-thibierge.fr

4 - On considère un appareil photo dont le cercle de confusion a pour diamètre $a = 0{,}02\,\text{mm}$. Le cercle de confusion est le plus grand diamètre au niveau du capteur d'une tâche lumineuse perçue nette sur la photo. En déduire la distance hyperfocale, c'est-à-dire la plus petite valeur de d pour laquelle l'image est nette.

Données : relations de conjugaison pour un couple de points conjugués (A, A') de l'axe optique.

$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'} \qquad \text{et} \qquad \overline{FA}\,\overline{F'A'} = -f'^2\,.$$

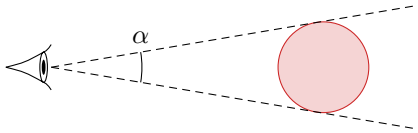
Exercice 3 : Tripleur de focale de Barlow

oral banque PT | 2 | 2

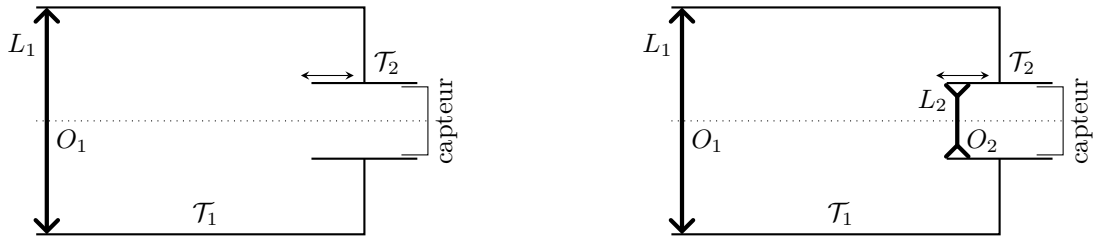
- ▷ *Instrument d'optique ;*
- ▷ *Relations de conjugaison ;*
- ▷ *Construction de rayons.*

Données :
- ▷ Les orbites de la Terre et de Jupiter sont coplanaires ;
- ▷ Rayon des orbites : $R_\text{T} = 1{,}50 \cdot 10^8\,\text{km}$ et $R_\text{J} = 7{,}80 \cdot 10^8\,\text{km}$;
- ▷ Diamètre de Jupiter : $D_\text{J} = 1{,}40 \cdot 10^5\,\text{km}$;

1 - Quel est l'angle maximal α_0 sous lequel on peut observer Jupiter ?



On souhaite photographier Jupiter à travers un télescope, voir figure 1a, assimilé à une lentille mince convergente de focale $f'_1 = 2550\,\text{mm}$. L'image doit se former sur le capteur. Le tube $\mathcal{T}_2$ peut coulisser à l'intérieur du tube $\mathcal{T}_1$ pour régler la mise au point.



(a) Dispositif simple (b) Dispositif avec tripleur de focale

Figure 1 – Dispositif de photographie de Jupiter.

2 - À quelle distance placer le capteur pour obtenir une image nette ? Quel est alors le diamètre maximal de Jupiter sur le capteur ?

Pour agrandir l'image, on intercale une lentille divergente L_2 de distance focale f'_2 entre la lentille L_1 et le capteur, voir figure 1b. La distance d entre la lentille L_2 et le capteur est fixe, égale à 200 mm. On admet que le foyer image F'_1 de la lentille L_1 se situe entre la lentille L_2 et le capteur.

3 - Compléter la figure 2 en traçant le point image B' du point objet B situé à l'infini.

4 - Comment faut-il choisir f'_2 et comment placer le tube $\mathcal{T}_2$ pour que le dispositif produise sur le capteur une image de Jupiter trois fois plus grande que précédemment ?

5 - Le dispositif est alors qualifié de « tripleur de focale ». Expliquer.

BY-NC-SA

© Étienne Thibierge, www.etienne-thibierge.fr

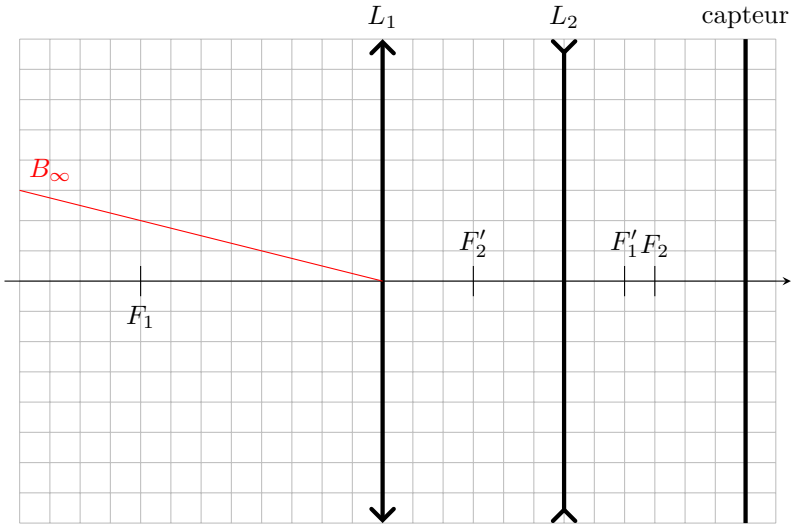


Figure 2 – Marche des rayons dans l'instrument.

Interférences

Exercice 4 : Interférences à deux ondes

oral banque PT | 2 | 2

▷ *Formule de Fresnel.*

1 - Rappeler ce que sont deux ondes cohérentes.

2 - Établir l'intensité lumineuse en un point M de l'espace produite par deux sources cohérentes placées en S_1 et S_2 d'intensités respectives $\mathcal{I}_1$ et $\mathcal{I}_2$.

3 - Discuter l'allure de la figure d'interférences dans le plan (S_1S_2M).

4 - Comparer au cas d'un Michelson en lame d'air et des trous d'Young.

Donnée : on rappelle que l'ensemble des points du plan dont la différence des distances à deux points fixes est constante ($S_1M - S_2M = \text{cte}$) forme une branche d'hyperbole.

Exercice 5 : Mesure de l'indice de l'air

oral banque PT | 2 | 2 |

▷ *Lame d'air ;*
▷ *Objet de phase.*

On cherche à mesurer expérimentalement l'indice n_0 de l'air avec un interféromètre de Michelson réglé en lame d'air et éclairé par un laser de longueur d'onde 632,8 nm.

1 - Faire un schéma du montage et de la figure d'interférences. Si une source étendue avait été utilisée à la place du laser, où les franges auraient-elles été localisées ? Aucune démonstration n'est attendue.

2 - Donner l'ordre d'interférences au centre de la figure d'interférences.

Sur un des bras de l'interféromètre, on insère une cuve de verre fermée hermétiquement. Le verre est d'indice n_v constant, la cuve est longue de 1,6 cm. La cuve contient initialement de l'air, et on y fait le vide progressivement : l'indice du contenu de la cuve diminue progressivement de n_0 à 1. Au cours de l'opération, on mesure l'éclairement au centre de la figure d'interférences grâce à un capteur qui délivre une tension u proportionnelle à l'éclairement. On obtient la courbe de la figure 3. La tension est maximale à l'instant initial.

3 - Donner un encadrement de l'écart $n_0 - 1$ entre l'indice de l'air et celui du vide.

BY-NC-SA

© Étienne Thibierge, www.etienne-thibierge.fr

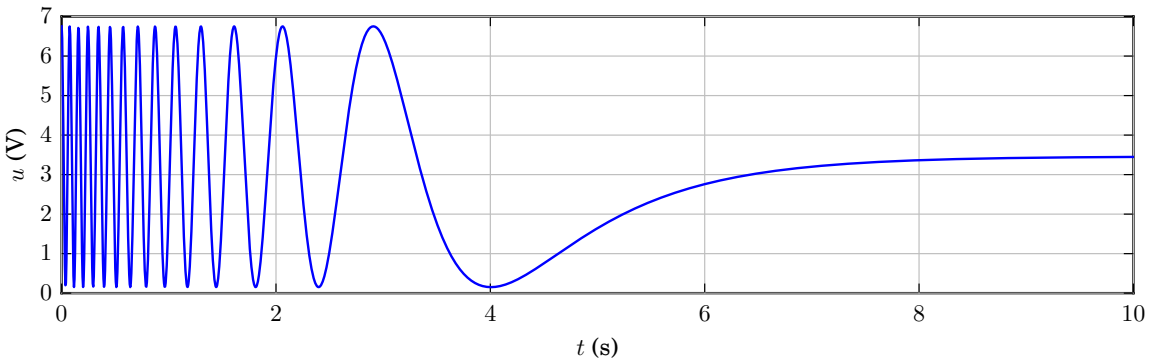


Figure 3 – Tension mesurée lors de la mise sous vide de la cuve.

Exercice 6 : Étoile double

oral banque PT | 2 | 2 |

▷ *Différence de marche à l'infini ;*
▷ *Deux sources ponctuelles.*

Modélisons un interféromètre astronomique par un système de trous d'Young, voir figure 4. Cet interféromètre est utilisé pour étudier une étoile double, c'est-à-dire une paire d'étoiles en orbite l'une autour de l'autre. Les ondes lumineuses issues des deux étoiles sont supposées monochromatiques, incohérentes et de même intensité. Elles arrivent sur l'interféromètre en formant un angle θ_0 tel que la bissectrice de cet angle est normale au système de fentes. Une lentille convergente est placée derrière ces fentes, et un capteur est situé dans le plan focal de la lentille.

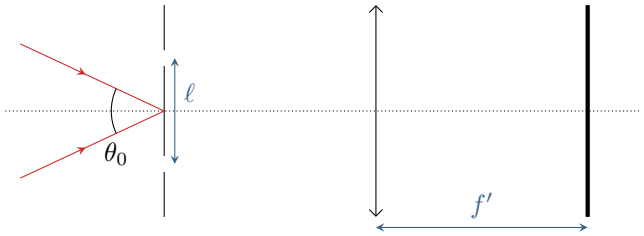


Figure 4 – Interféromètre stellaire modélisé par des trous d'Young.

1 - Qu'observe-t-on sur l'écran ?

2 - Exprimer l'intensité lumineuse totale en un point M quelconque de l'écran.

3 - Faire apparaître et identifier les termes de visibilité et d'interférences.

4 - Sachant que la distance ℓ entre les deux trous est variable, expliciter dans quel cas les interférences apparaissent et disparaissent.

5 - La visibilité des interférences s'annule pour la première fois lorsque $\ell = \ell^\star$. Exprimer θ_0.

Exercice 7 : Mesure de l'épaisseur d'un film alimentaire

oral banque PT | 3 | 2

▷ *Interférences en lumière blanche ;*
▷ *Objet de phase.*

On dispose d'un interféromètre de Michelson réglé en configuration lame d'air éclairé par une source de lumière blanche.

1 - Décrire le dispositif, notamment l'allure des franges d'interférences et la façon de les observer.

On règle le Michelson au contact optique, puis on insère dans l'un des bras de l'interféromètre un film alimentaire tendu, assimilé à une lame à faces parallèles d'épaisseur e faite d'indice $n = 1{,}5$.

2 - L'écran apparaît blanc dans les deux cas, cependant lorsqu'on observe le spectre en présence de la lame l'intensité est nulle pour certaines longueurs d'ondes. Expliquer.

3 - Montrer que les longueurs d'onde absentes du spectre sont reliées à la différence de marche δ par

$$\lambda = \frac{2}{2k+1}\delta \qquad \text{avec} \qquad k \in \mathbb{N}\,.$$

BY-NC-SA

© Étienne Thibierge, www.etienne-thibierge.fr

4 - On enregistre le spectre au centre de la figure d'interférences, voir figure 5. En déduire l'épaisseur e du film alimentaire

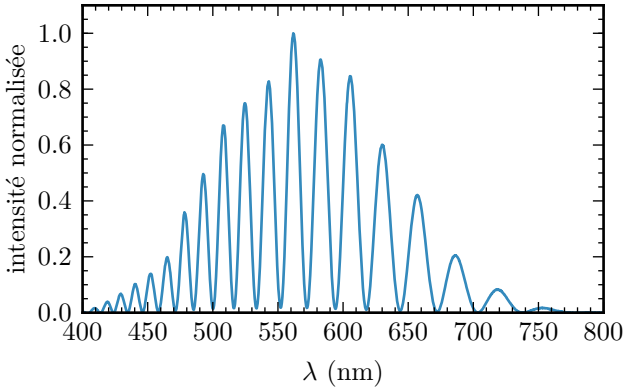
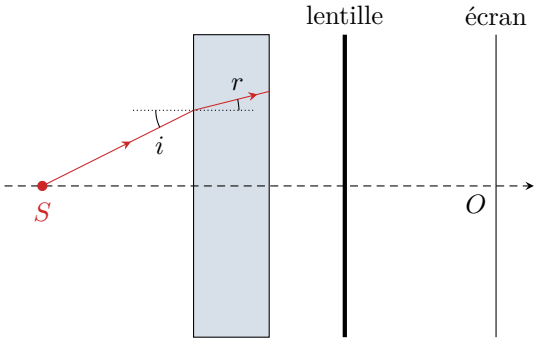


Figure 5 – Spectre enregistré au centre de la figure d'interférences.

Exercice 8 : Lame de verre

oral banque PT | 3 | 3

▷ *Lame à faces parallèles ;*
▷ *Calcul de chemin optique ;*
▷ *Étude détaillée de la figure d'interférences.*



Considérons le montage ci-contre, constitué d'une source spatialement étendue, d'une lame de verre (indice n, épaisseur e), d'une lentille et d'un écran. On considère qu'après quatre traversées dans la lame de verre l'intensité est négligeable.

1 - Quelles sont les deux ondes qui interfèrent ? Justifier que la figure d'interférences est un cercle centré autour de O.

2 - Dans un interféromètre de Michelson en lame d'air, où les interférences sont-elles localisées ? En déduire par analogie la lentille à utiliser et la position de l'écran par rapport à la lentille.

3 - Montrer que $\delta = 2ne\cos r$.

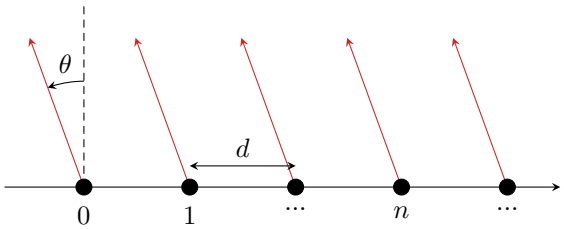
4 - En supposant les rayons peu inclinés, exprimer l'ordre d'interférences $p(M)$ en fonction de $R = OM$.

5 - Déterminer le rayon du premier anneau brillant pour $n = 1{,}5$, $e = 10\,\mu\text{m}$, $\lambda = 550\,\text{nm}$ et $f' = 20\,\text{cm}$.

Exercice 9 : Réseau linéaire d'antennes

2 | 3

▷ *Interférences à N ondes ;*
▷ *Représentation complexe.*



De nombreuses utilisations des ondes électromagnétiques demandent une bonne directivité : télécommunications, radar, radioastronomie, etc. Pour l'obtenir, on peut notamment associer plusieurs antennes élémentaires en réseau, ce qui est préférable à une antenne unique dont le rayonnement est très peu directif. C'est ce qu'exploitent par exemple les antennes de télévision en « rateau », mais pour la réception. Des dispositifs analogues avec les ondes acoustiques sont utilisés dans les sondes d'échographie.

On s'intéresse dans cet exercice à un modèle simplifié de réseau linéaire de N antennes indicées de 0 à $N-1$, séparées d'une distance d. En première approche, on suppose que chaque antenne émet un rayonnement de longueur d'onde λ, isotrope dans le plan horizontal, toutes les antennes émettant en phase. On s'intéresse à l'onde totale en un point M, situé à grande distance du réseau, dans une direction formant un angle θ avec la normale au réseau. L'onde issue de l'antenne de référence 0 est prise comme référence :

$$s_0(M,t) = A\,\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega t}\,.$$

BY-NC-SA

© Étienne Thibierge, www.etienne-thibierge.fr

1 - Montrer que le déphasage ϕ_1 entre l'onde 0 et l'onde 1 au point M vaut

$$\phi = \frac{2\pi d}{\lambda} \sin\theta \,.$$

En déduire sans calcul le déphasage entre l'onde 0 et l'onde n au point M.

2 - Montrer que l'amplitude totale au point M est donnée par

$$s(M,t) = A\,\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega t}\,\frac{\mathrm{e}^{-\mathrm{i}N\phi/2}}{\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\phi/2}}\,\frac{\sin(N\phi/2)}{\sin(\phi/2)}\,.$$

En déduire l'intensité correspondante.

3 - Déterminer les directions dans lesquelles se trouvent les maxima d'intensité émis par le réseau d'antenne. Comment choisir d pour n'avoir qu'un unique maximum ? On supposera pour la suite $d = \lambda/2$.

Donnée : la fonction $x \mapsto \dfrac{\sin(ax)}{\sin x}$ est maximale pour $x = m\pi, m \in \mathbb{Z}$, et est alors égale à a.

4 - Pour un réseau de N antennes, que vaut l'intensité au niveau d'un maximum ? Déterminer la largeur angulaire $\Delta\theta$ du pic de rayonnement correspondant, définie comme l'écart angulaire entre les deux annulations d'intensité de part et d'autre du maximum. Commenter l'influence du nombre d'antennes formant le réseau.

5 - Pour contrôler la direction du maximum de rayonnement, les ondes émises par les antennes peuvent être déphasées : outre le déphasage géométrique précédemment discuté, le champ émis par deux antennes successives est déphasé de $\psi = \text{cte}$. Déterminer l'angle auquel se trouve le maximum d'intensité.

Problème ouvert

Exercice 10 : Gravimètre à chute de coin de cube

inspiré Centrale TSI 2021 et oral banque PT | 3 | 2

▷ *Problème ouvert.*

La gravimétrie est l'étude des variations locales du champ de pesanteur terrestre. Les applications sont très diverses, notamment pour caractériser un aquifère (roche poreuse contenant une nappe phréatique), une cavité (marnière, grotte, etc.) ou encore un glacier. Elle a aussi permis de découvrir des cratères d'impact de météorite anciens rendus invisibles à cause de l'érosion. Les gravimètres modernes procèdent généralement par mesure du temps de chute d'un objet dans le vide : le temps de parcours d'une distance donnée permet d'accéder directement à la valeur de l'accélération de la pesanteur g.

Le gravimètre représenté figure 6 permet une mesure extrêmement précise de g. Il s'agit d'un interféromètre constitué d'une lame séparatrice $\mathcal{S}$ et de deux trièdres rétroréflecteurs identiques. Chaque trièdre est « en coin de cube », c'est-à-dire constitué de trois miroirs plans deux à deux orthogonaux, ce qui permet de renvoyer tout rayon incident dans la direction d'où il vient. Le trièdre $\mathcal{T}_F$ est fixe et l'autre $\mathcal{T}_M$ est mobile. Le dispositif est éclairé par un laser de longueur d'onde $\lambda_0 = 638\,\text{nm}$. Les deux faisceaux réfléchis par les deux trièdres interfèrent, et une photodiode enregistre l'intensité lumineuse au centre de la figure d'interférences.

1 - Les deux faisceaux lumineux reçus par la photodiode sont supposés avoir la même intensité I_0. Rappeler la formule de Fresnel, donnant l'intensité lumineuse I en fonction du déphasage $\Delta\varphi$ entre les deux faisceaux.

2 - Justifier que, à une constante additive près, le déphasage a pour expression

$$\Delta\varphi = \frac{4\pi}{\lambda_0} z(t)\,.$$

3 - À l'instant initial, le trièdre $\mathcal{T}_M$ est lâché sans vitesse initiale depuis l'altitude $z = 0$. Exprimer $z(t)$ à un instant quelconque.

4 - Une simultation numérique de la tension détectée dans ces hypothèses est représentée figure 7. Expliquer qualitativement l'allure de cette courbe.

5 - De combien a varié l'ordre d'interférence entre le début et la fin de l'acquisition ? Justifier. En déduire la valeur de g déduite de la courbe.

En pratique, il est difficile de connaître avec précision la position et la vitesse du coin de cube à l'instant $t = 0$: la courbe réellement obtenue a alors l'allure de la figure 8. On emploie alors une méthode basée sur la mesure des ordres d'interférence p_1, p_2, p_3 à trois instants t_1, t_2 et t_3.

BY-NC-SA

© Étienne Thibierge, www.etienne-thibierge.fr

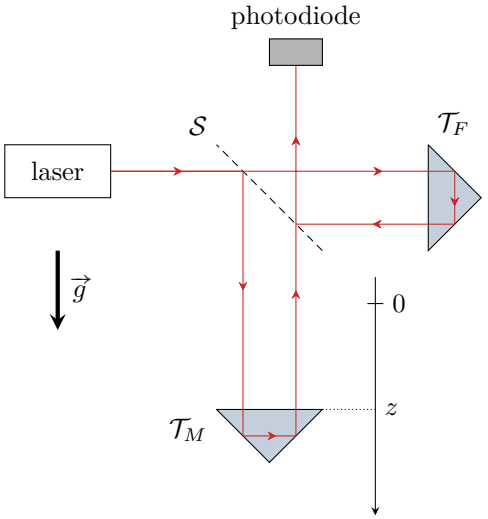


Figure 6 – Gravimètre à chute de coin de cube.

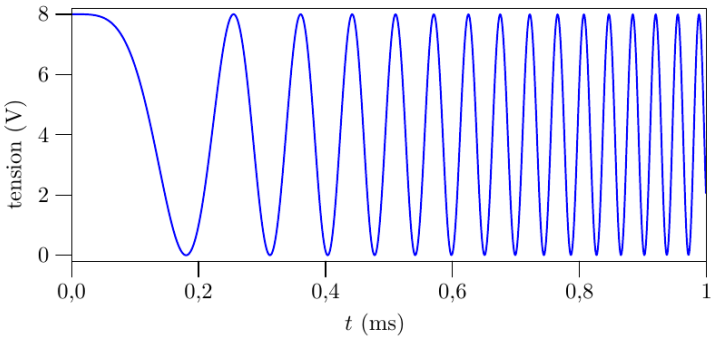


Figure 7 – Tension image de l'intensité lumineuse captée par la photodiode. Simulation obtenue en supposant $z(0) = 0$ et $\dot{z}(0) = 0$.

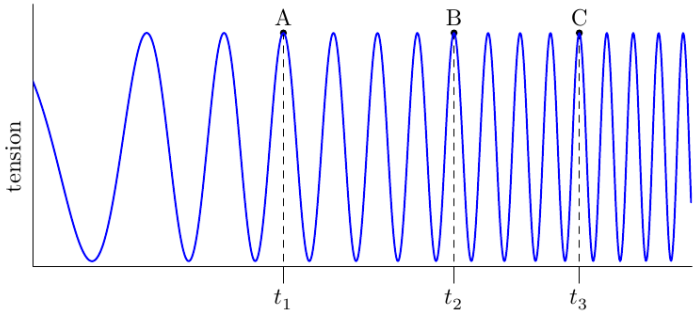


Figure 8 – Tension image de l'intensité lumineuse captée par la photodiode. Courbe réelle, obtenue pour des conditions initiales quelconques.

6 - On note maintenant $z(0) = z_0$ et $\dot{z}(0) = v_0$. Exprimer $z(t)$ avec ces nouvelles conditions initiales.

7 - En déduire que

$$g = \lambda_0 \frac{(p_3 - p_1)(t_2 - t_1) - (p_2 - p_1)(t_3 - t_1)}{(t_3 - t_1)(t_2 - t_1)(t_3 - t_2)} .$$

BY-NC-SA

© Étienne Thibierge, www.etienne-thibierge.fr